

На правах рукописи



Щербатюк Галина Анатольевна

**УСЛОВИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ ПРИВЕДЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
КАЧЕСТВЕ СРЕДСТВА РАСЧЕТОВ ОДНОМЕРНЫХ
НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ**

Специальность 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2018

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Научный руководитель	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории механики деформирования ИМиМ ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре Ткачева Анастасия Валерьевна
Научный консультант	доктор физико-математических наук, член-корр. РАН, профессор, главный научный сотрудник лаборатории механики деформирования ИМиМ ДВО РАН г. Комсомольск-на-Амуре Буренин Анатолий Александрович
Официальные оппоненты	доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедры «Информационные экономические системы» «Сибирский государственный аэрокосмический университет им. Решетнева», г. Красноярск Сенашов Сергей Иванович доктор технических наук, доцент, заведующий кафедры "Сопротивления материалов", ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «ВолгГТУ»), г. Волгоград Захаров Игорь Николаевич
Ведущая организация	ФГБУН Институт проблем сверхпластичности металлов Российской Академии Наук (ИПСМ РАН) (г. Уфа)

Защита состоится «19» декабря 2018 г. в 13:00 ч. на заседании диссертационного совета Д 212.092.07 в Комсомольском-на-Амуре государственном университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, просп. Ленина, д. 27.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО КНАГУ и на сайте www.knastu.ru.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный гербовой печатью, просим направлять в адрес диссертационного совета 212.092.07, e-mail: diss@knastu.ru.

Автореферат разослан « » ноября 2018г.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 17-01-00507 А

Учёный секретарь
диссертационного совета
канд. физ.-мат. наук, доцент



А.Л. Григорьева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность предпринятого в диссертационной работе исследования диктуется двумя обстоятельствами и оба они одинаково важны. Первое из них связано с потребностью технологической практики в расчетах изменяющихся температурных напряжений в процессах производства изделий (горячая штамповка, механическая обработка трудно деформируемых металлов и сплавов и др.) и их сборках (сварка, горячая посадка и др.) в условиях интенсивного термомеханического воздействия на них. В ряде таких технологических операций учет необратимого (пластического) деформирования совершенно необходим. В тоже время такие расчеты встречают определенные трудности. Только в последние десятилетия здесь наметился некоторый прогресс, связанный с развитием необходимых вычислительных возможностей. В диссертации предлагается еще одна алгоритмическая возможность для расчета неустановившихся температурных напряжений в рамках несвязанной теории.

Второе обстоятельство диктуется внутренней логикой развития механики термоупругопластического деформирования. Имеющиеся результаты исследований основаны на использовании классических условий пластического течения максимальных касательных (условие Треска-Сен-Венана) либо октаэдрических (условие Мизеса) напряжений. Еще одно также классическое условие пластического течения максимальных приведенных напряжений в расчетах изменяющихся температурных напряжений не использовалось. Настоящей диссертационной работой восполняется этот пробел в фундаментальной механике деформирования.

Необходимо заметить, что значительные изменения в уровне и распределении температуры по деформируемым телам и сборкам из них требуют учета зависимости предела текучести от температуры. Это, безусловно, усложняет расчеты. Некоторые упрощения в них достигаются при использовании кусочно-линейных условий пластичности, к которым относятся условия пластического течения максимальных касательных и максимальных приведенных напряжений. При этом существуют примеры краевых задач теории температурных напряжений, в которых при учете зависимости предела текучести от температуры получить решения в рамках условия пластичности максимальных касательных напряжений не удастся (в диссертации такие примеры приведены). Но в условиях течения максимальных приведенных напряжений эти задачи благополучно разрешаются. Таким образом, применение незаслуженно забытого критерия пластического течения Ишлинского-Ивлева в качестве средства расчетов неустановившихся температурных напряжений упругопластических тел является актуальным.

Степень разработанности темы исследования.

Основания теории термопластичности и теории температурных напряжений в частности были заложены в работах целого ряда известных ученых. Среди них В. П. Багмутов, И. А. Биргер, А. А. Ильюшин, В. А. Ломакин, В. Е. Лошкарёв, Н. В. Новиков, Ю. И. Няшин, Б. Е. Победря, А. А. Поздеев, Ю. Н. Работнов,

Н. Н. Рыкалин, П. В. Трусов, Ю. Н. Шевченко, А. Д. Чернышев, D. Bland, B. Boly, R. Hill, W. T. Koiter, H. Parkus, P. Perzyna, A. Sawczuk, J. H. Weiner и др.

Современное состояние теории термопластичности представляется большим числом авторов, поскольку это динамически развивающееся направление механики. Это публикации С. А. Александрова, В. А. Барвинка, А.А. Буренина, Е. П. Дадца, И. Н. Захарова, Н. Н. Загряцкого, В. Г. Лешковцева, Е. В. Ломакина, Е. В. Мурашкина, В. И. Одинокова, А. М. Покровского, А. В. Скобленко, M. Bengeri, U. Gamer, A. Kovacs, W. Mack, Y. Ogean и др.

В работах профессора М.А. Артемова, ученика Д.Д.Ивлева, рассмотрены различные аспекты использования условия максимальных приведенных напряжений и кусочно-линейных условий произвольного типа в статике необратимого деформирования.

Цель работы состоит в изучении особенностей использования условия пластичности максимальных приведенных напряжений в расчетах эволюции одномерных неустановившихся температурных напряжений при нагреве и последующем остывании упругопластических тел.

Задачи диссертации:

1. Установить возможность решения краевых задач теории температурных напряжений с условием максимума приведенных напряжений там, где такие задачи с использованием максимума касательных напряжений оказываются по своей постановке некорректными.
2. Указать постановочные перестроения в задачах теории, диктуемые условием пластичности максимальных приведенных напряжений при переходе напряженных состояний в области пластического течения с грани поверхности нагружения на ребро и далее иную грань поверхности нагружения.
3. Принимая зависимость предела текучести от температуры, показать, что в каждой из возникающих в термомеханическом процессе областей обратимого и необратимого деформирования уравнения равновесия возможно записать в перемещениях. Интегрированием последних получить соотношения связывающие в любой рассчитываемый момент времени распределения деформаций и напряжений с распределением по деформируемым телам и сборкам из них температуры.
4. Разработать методику расчетов изменяющихся температурных напряжений, свободную от приближенных методов, опирающихся на дискретизацию расчетных областей, и осуществить ее программную реализацию.
5. Предусмотреть возможность алгоритмического выделения моментов времени зарождения и исчезновения областей пластического течения и их деления на части с указанием мест зарождения и закономерностей дальнейшего продвижения упругопластических границ и граничных поверхностей, разделяющих пластическую область на части, в которых течение подчинено разным дифференциальным уравнениям в соответствии напряжений разным граням и ребрам поверхности наклонной призмы Ивлева в пространстве главных напряжений, являющейся поверхностью

нагрузки в условиях пластического течения максимальных приведенных напряжений.

6. Согласно разработанной методике провести расчеты температурных напряжений в их эволюции от начала нагрева до его прекращения и далее до полного остывания тела либо сборки тел; сравнить результаты расчетов (где это возможно) с аналогичными, полученными при условии пластичности максимальных касательных напряжений как в качественном, так и в количественном отношении.

Научная новизна диссертационного исследования обусловлена следующими положениями

1. Указаны примеры, когда решение задачи теории температурных напряжений при зависимости предела текучести от температуры невозможно получить в рамках теории, опирающейся на классическое условие пластичности максимальных касательных напряжений (условие Треска – Сен-Венана), но с использованием классического же условия максимальных приведенных напряжений (условие Ишлинского – Ивлева) такие задачи благополучно разрешаются.
2. Показано принципиальное различие в перестройке постановочных частей рассматриваемых задач теории неустановившихся температурных напряжений при использовании разных классических кусочно-линейных условий пластического течения, что предопределяет коренное их отличие в части разработки методов расчетов. Получены, таким образом, новые решения задач теории температурных напряжений.
3. Проведено сравнение ряда решений задач теории температурных напряжений, полученных при условии максимальных приведенных напряжений с подобными решениями, использующими условие максимальных касательных напряжений. Сделаны выводы не только о количественном, но и качественном различии;
4. Разработана методика расчета одномерных задач теории температурных напряжений с условием пластичности максимально приведенных напряжений и с пределом текучести, зависимым от температуры, позволяющая отслеживать места и время возникновения и исчезновения разных областей пластического течения, как при активном процессе разогрева, так и при последующей разгрузке и остывании;
5. Указаны постановочные перестроения в задачах теории температурных напряжений, диктуемые условием пластичности максимальных приведенных напряжений при переходе напряженных состояний в области пластического течения с грани поверхности нагружения на ребро и далее на соседнюю грань.
6. Получены новые решения ряда краевых задач теории неустановившихся температурных напряжений, основанные на использовании условий пластического течения максимальных приведенных напряжений.

Теоретическая и практическая значимость результатов диссертации связана с тем, что впервые были изучены особенности в постановках и решении од-

номерных задач теории неустановившихся температурных напряжений, когда в качестве условия пластичности выбирается кусочно-линейное условие максимальных приведенных напряжений. В качестве примера укажем такой постановочный факт, при котором переход напряженных состояний с грани призмы Ивлева на ребро необходимо происходит на упругопластической границе, порождая одновременно две новые области пластического течения в деформируемом теле. Тогда как ранее было известно, что при условии пластичности максимальных касательных напряжений переход к течению в состояниях полной пластичности (на ребре призмы Треска) всегда начинается с границы деформируемого тела. Указаны также условия возникновения повторного (обратного) пластического течения при остывании и разгрузке деформируемого тела.

Предлагаемые подходы к решению практически важных задач термомеханической обработки металлоизделий окажутся полезными при совершенствовании технологий в металлургии, в технологиях горячей сборки конструкций (сварка, посадка с натягом) и иных, где существо технологического процесса определяется именно интенсивным термомеханическим воздействием на материалы

Положения, выносимые на защиту:

1. Новые решения ряда одномерных задач теории температурных напряжений в упругопластических телах, полученные при использовании условия пластического течения максимальных приведенных напряжений при квадратичной зависимости предела текучести от температуры.
2. Методику, реализуемую шагами, последовательными по времени, расчетов изменяющихся температурных напряжений, позволяющую отследить моменты перестройки решений, связанные с возникновением (или исчезновением) новых областей течения и делением области течения на части, в которых необратимое деформирование подчинено разным системам дифференциальных уравнений.
3. Результаты сравнения (как количественного, так и качественного) решений, полученных в работе с известными решениями, полученными в условиях использования условия пластичности максимальных касательных напряжений.
4. Возможность получить замкнутое решение некоторых задач теории, когда их невозможно получить в рамках классического условия пластического течения Треска – Сен-Венана.
5. Рекомендации к использованию разработанной методики для реализации программ расчетов, включая целесообразность использования условия пластичности максимальных приведенных напряжений в постановках и решениях краевых задач теории, моделирующих конкретные технологические операции (сборка с горячей посадкой, сваркой).

Степень достоверности и апробация результатов диссертации. Достоверность результатов диссертации определяется использованием фундаментальных подходов классической механики сплошных сред; базируется на классической теории упругопластического деформирования при выборе кусочно-линейного условия пластического течения Ишлинского – Ивлева. Зависимость

предела текучести от температуры не выводит используемую модель за рамки классических представлений. Программы расчетов по разработанной методике используют только выверенные процедуры расчетов, прошедших достаточно объемное и точное тестирование на имеющихся точных решениях и на результатах расчетов, полученных с использованием также кусочно-линейного условия пластичности максимальных касательных напряжений (условия Треска – Сен-Венана).

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на научных конференциях: II Дальневосточной школе-семинаре (г. Комсомольск-на-Амуре, 11–15 сентября 2017 г.); XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС'-2017, г. Алушта); XLIII Гагаринских чтениях (Международная молодежная научная конференция, ФГБУН Институт проблем механики имени А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва); III Дальневосточной школе-семинаре «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций» (г. Комсомольск-на-Амуре, 18–21 сентября 2018 г.). Материалы работы были доложены на семинаре в Институте машиноведения и металлургии ДВО РАН по механике деформируемого твердого тела под руководством члена-корреспондента Российской академии наук А. А. Буренина.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, содержащего 170 источников. Работа изложена на 154 страницах, содержит 51 рисунок.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении проведен краткий обзор литературы, посвященный, главным образом, методам расчета температурных напряжений. Отмечен возросший интерес к расчетам именно неустановившихся напряжений в упругопластических телах при интенсивных термомеханических воздействиях на них, роль при этом кусочно-линейного условия пластичности максимальных касательных напряжений Треска – Сен-Венана. Замечено, что кусочно-линейное условие пластического течения максимальных приведенных напряжений Ишлинского – Ивлева в расчетах краевых задач теории неустановившихся температурных напряжений до настоящего времени незаслуженно не использовалось. Таким способом устанавливается цель предстоящего исследования и ставятся задачи.

В первой главе приводятся основные соотношения используемой в диссертации математической модели теории температурных напряжений в упругопластических телах:

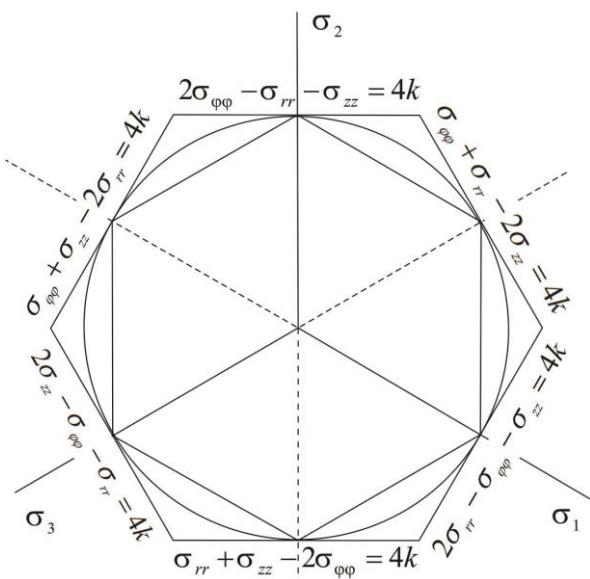
$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}),$$

$$\sigma_{ij} = (\lambda e_{kk}^e - 3\alpha K(T - T_0))\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}^e, \quad de_{ij}^p = d\psi \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}; \quad d\psi > 0; \quad (1)$$

где σ_{ij} , e_{ij} , – компоненты тензора напряжений и малых деформаций, e_{ij}^e и e_{ij}^p – упругая и пластическая составляющие тензора деформаций; u_i – компоненты вектора перемещений; λ , μ , $K = \lambda + 2/3\mu$ – упругие постоянные; α – коэффициент линейного расширения; k – предел текучести; T , T_0 – текущая и температура свободного состояния (комнатная) соответственно.

В качестве условия пластического течения в соответствии с целью работы используется условие максимальных приведенных напряжений

$$\max|\sigma_i - \sigma_j| = \frac{4}{3}k; \quad \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2)$$



Сечение поверхности нагружения (2) наклонной призмы Ивлева в пространстве главных напряжений σ_i девиаторной плоскостью $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ иллюстрирует Рисунок 1, где окружность является таким же сечением цилиндра Мизеса, а вписанный шестиугольник аналогичное сечение призмы Треска.

Основное отличие в данной системе уравнений от классического случая заключается в том, что предел текучести полагается зависимым от температуры. В работе будет использоваться следующая зависимость предела текучести от температуры:

Рисунок 1 – Поверхности нагружения

$$k(T) = k_0 \left((T_p - T_0)^2 (T_p - T)^2 \right), \quad (3)$$

где k_0 – предел текучести при комнатной температуре; T_p – температура плавления.

В теории температурных напряжений связанностью процессом деформирования и теплопроводности пренебрегают. В этом случае уравнение теплопроводности приобретает форму

$$T_{,t} = aT_{,j,j}, \quad (4)$$

где t – время; a – коэффициент температуропроводности. В задачах о плоских напряженных состояниях уравнение теплопроводности дополняется слагаемым, задающим отвод тепла от деформируемой пластины.

Система уравнений (1) – (4) является замкнутой как для областей обратимого деформирования, так и для областей пластического течения.

Во **второй главе** диссертации приведены примеры, где задача теории неустановившихся температурных напряжений при зависимости предела текучести от температуры в рамках условия максимальных касательных напряжений (условий Треска – Сен-Венана) не имеет решения. Происходит это потому, что в таких простейших задачах имеются противоречивые следствия уравнения равновесия, требующие постоянства в распределении одного из главных напряжений, в то время как условия течения максимальных касательных напряжений данное распределение обеспечить не в состоянии. Это противоречие устранимо при использовании условия максимальных приведенных напряжений. Таким способом получены новые решения одномерных задач теории температурных напряжений в упругопластической пластине о ее локальном нагреве по прямой линии или по круглой центральной области.

Третья глава диссертации посвящена решению классической задачи Д. Бленда об упругопластическом деформировании толстостенной трубы за счет ее нагрева по внутренней цилиндрической поверхности. На этом примере обсуждаются основные качественные особенности в расчетах напряженно деформированных состояний, вызванные использованием условий пластического течения максимальных приведенных напряжений. Показано, что во всех возможных областях течения уравнение равновесия одномерной задачи теории температурных напряжений в цилиндрической системе координат возможно записать относительно единого радиального перемещения и проинтегрировать. На таком пути следуют соотношения, связывающие в каждый рассчитываемый момент времени распределения напряжений и деформаций с одномерным распределением температуры по материалу трубы. Из-за громозкости здесь их приводить не станем. Таким способом в расчетах удастся избежать дискретизации расчетных областей с целью использования в расчетах приближенных приемов, основанных на конечно-разностных либо конечно-элементных процедурах вычислений. Данные зависимости напряжений и деформаций от температуры, справедливые в рассматриваемый момент времени, изменяются вместе с изменениями в распределении температуры. Их следует учитывать в каждый рассчитываемый момент времени выполнением граничных условий и условий на перемещающихся граничных поверхностях, разделяющих область деформирования на части, в которых деформирование и пластическое течение происходит в соответствии разным системам уравнений.

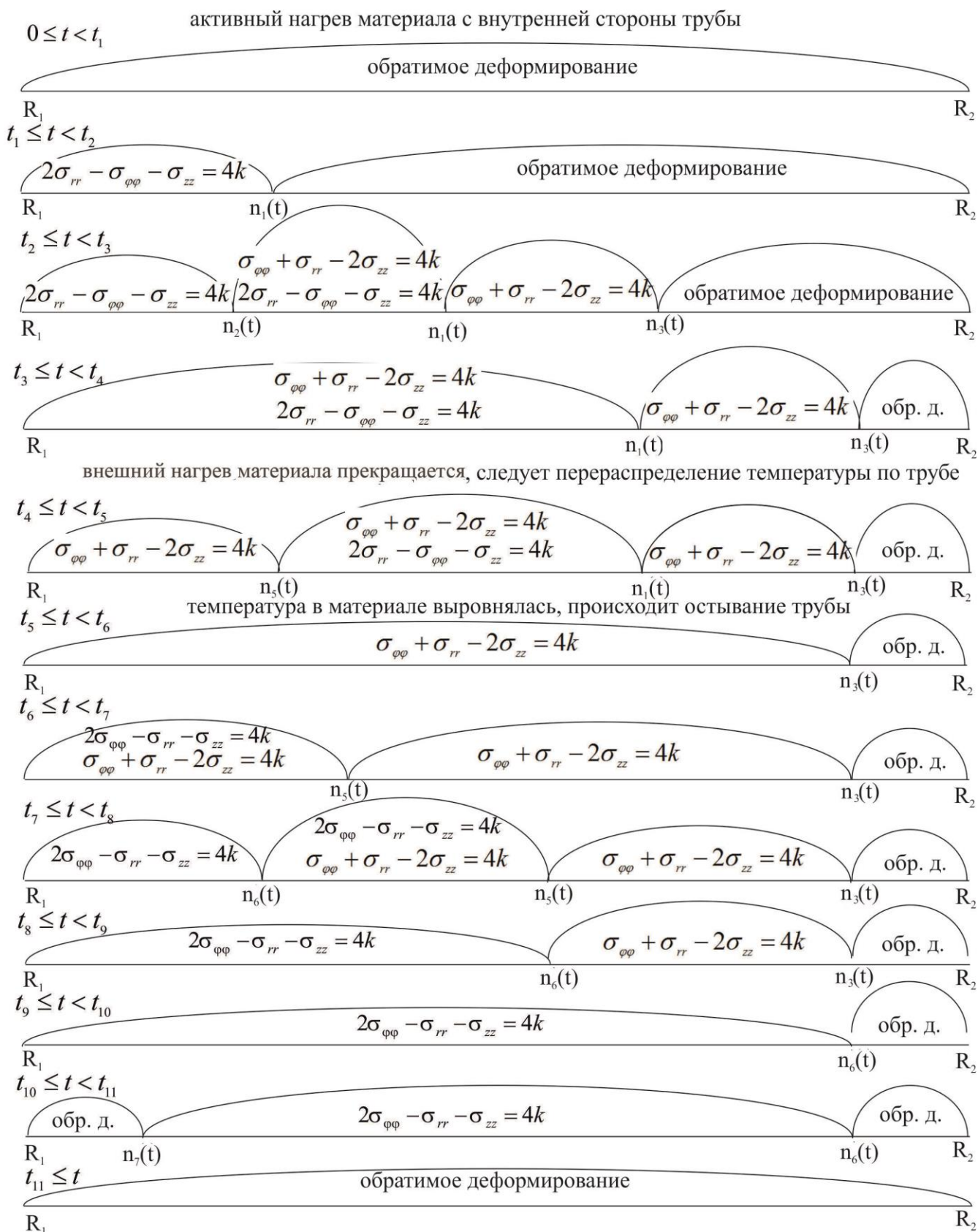


Рисунок 2 – Образование и исчезновение областей деформирования

Процесс деформирования материала трубы проиллюстрируем схемой образования и исчезновения различных областей деформирования представленной на Рисунке 2. На ней время изменяется сверху донизу до окончательного

остывания материала до комнатной температуры. С момента времени $t = 0$ начинается нагрев; до некоторого рассчитываемого момента времени $t = t_1$ материал деформируется обратимо. В момент времени $t = t_1$ на внутренней поверхности трубы зарождается область пластического течения в соответствии с выполнением на этой поверхности условия грани $2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz} = 4k$ поверхности нагружения (см. Рисунок 1.). Упругопластическая граница $r = n_1(t)$ перемещается вглубь материала. Расчетами последовательными шагами по времени устанавливается некоторый последующий момент времени $t = t_2$, когда на упругопластической границе $r = n_1(t_2)$ наряду с прежним условием пластического течения выполняется условие $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} - 2\sigma_{zz} = 4k$. Данное расчетное событие порождает две новые граничные поверхности, продвигающиеся в разные стороны. Поверхность $r = n_3(t)$ оказывается новой упругопластической границей, движущейся далее к внешней граничной поверхности трубы, а поверхность $r = n_2(t)$ движется в обратную сторону. Продолжая свое движение поверхность $r = n_1(t)$ оказывается теперь не упругопластической границей, но разделяет область пластического течения. Последняя теперь представляется тремя областями: в области $R_1 \leq r \leq n_2(t)$ продолжается зародившееся при $t = t_2$ пластическое течение в соответствии с условием $2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz} = 4k$; течение в области $n_2(t) \leq r \leq n_1(t)$ происходит при $t > t_2$ в соответствии напряженных состояний ребру поверхности нагружения, где одновременно выполнены два условия $2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz} = 4k$ и $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} - 2\sigma_{zz} = 4k$; а течение в области $n_1(t) \leq r \leq n_3(t)$, начиная с момента времени $t = t_2$, протекает при напряженных состояниях соответствующих уже соседней грани поверхности нагружения $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} - 2\sigma_{zz} = 4k$. Выход напряженных состояний на ребро поверхности нагружения именно на упругопластических границах является основной отличительной особенностью упругопластического деформирования с условием максимального приведенного напряжения. Если для целей расчетов температурных напряжений использовать условия Треска – Сен-Венана, как это делается в большинстве имеющихся работ, то данный выход происходит на поверхностях нагружаемых упругопластических тел. Данное отличие принципиально меняет методику расчетов последовательными по времени шагами.

Необходимо здесь сделать еще одно замечание: поверхности $r = n_2(t)$ и $r = n_1(t)$ продвигаются по материалу, где накоплены и продолжают изменяться в соответствии с условиями пластического течения необратимые деформации. Последние обязаны учитываться как в записи в перемещениях уравнения равновесия, так и в расчетах в каждой точке упругопластического тела в качестве начального условия дальнейших их изменений. Вычисляются такие пластические деформации в момент прихода в данную геометрическую точку поверхности $r = n_2(t)$ либо поверхности $r = n_1(t)$ и далее не изменяются со временем. Вычисление, хранение и использование в последующих расчетах таких

преобретенных, но далее неизменяющихся со временем пластических деформаций, следует алгоритмически предусматривать тогда, когда область необратимых (область $n_2(t) \leq r \leq n_1(t)$ в нашем случае) или обратимых деформаций развивается, поглощая предшествующие области пластического течения.

Проиллюстрируем способ записи зависимостей напряжений и деформаций от распределения температуры как раз в области пластического течения $n_2(t) \leq r \leq n_1(t)$. В других областях обратимого и необратимого деформирования способ вполне аналогичен. Единственное уравнение равновесия, переписанное в цилиндрических координатах r, φ, z с помощью соотношений Дюамеля – Неймана и ассоциированного закона пластического течения на данном ребре поверхности нагружения ($de_r^p = 2d\zeta_1 + d\zeta_2, de_\varphi^p = -d\zeta_1 + d\zeta_2, de_z^p = -d\zeta_1 - 2d\zeta_2, \zeta_1 > 0, \zeta_2 > 0$) переписывается в форме обыкновенного дифференциального уравнения относительно радиального перемещения u_r . Интегралом такого уравнения является зависимость

$$\begin{aligned} u_r(r,t) &= -2(\Omega(r,s,1) + \Omega(r,s,-1))(3K)^{-1} + 3\Theta(r,s,1) + 0.5rK^{-1}C_1(t) + r^{-1}C_2(t), \\ \Theta(r,s,1) &= r^{-1}\alpha \int_s^r \rho \theta(\rho) d\rho, \quad \Omega(r,s,1) = r^{-1} \int_s^r \rho k(\rho) d\rho, \\ \theta(r,t) &= \alpha(T(r,t) - T_0), \quad \Omega(r,s,-1) = r \int_s^r \rho^{-1} k(\rho) d\rho, \quad s = n_2(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно (5) вычисляются необратимые деформации и напряжения в данной области течения

$$\begin{aligned} e_r^p(r,t) &= -3r^{-1}\Theta(r,s,1) + 2\theta(r) - 2w(3\mu K)^{-1}k(r) + \\ &+ 2(3rK)^{-1}(\Omega(r,s,1) - 3^{-1}\Omega(r,s,-1)) + (6K)^{-1}C_1(t) - r^{-2}C_2(t) - p_r(r), \\ e_\varphi^p(r,t) &= 4(9Kr)^{-1}\Omega(r,s,-1) + 2(3K + 2\mu)(9\mu K)^{-1}k(r) - \\ &- \theta(r) - (3K)^{-1}C_1(t) - p_\varphi(r) \\ \sigma_r(r,t) &= C_1(t) - \frac{4}{3r}\Omega(r,s,-1), \\ \sigma_\varphi(r,t) &= C_1(t) - \frac{4}{3r}\Omega(r,s,-1) - \frac{4}{3}k(r), \\ \sigma_z(r,t) &= C_1(t) - \frac{4}{3r}\Omega(r,s,-1) - \frac{8}{3}k(r) \end{aligned} \quad (6)$$

Зависимости (6) позволяют вычислить деформации и напряжения в любой задаваемый момент времени; время t в них оказывается параметром. При этом распределение температуры $\theta(r,t)$ предполагается известным решением тепловой задачи, как и $k(r,t)$ в рассчитываемый момент времени. Независимые от r функции $C_1(t)$ и $C_2(t)$ вместе с другими подобными, следующими после интегрирования уравнения равновесия в иных областях деформирования, а так же положение граничных поверхностей $r = n_1(t), r = n_2(t), r = n_3(t)$ следует указать, выполняя граничные условия и условия на таких продвигающихся поверхностях. Из

данных краевых условий следует система линейных алгебраических уравнений. Подобные системы уравнений приходится разрешать на каждом шаге по времени. Именно наличие зависимостей вида (6) в каждой из возникающих областей деформирования позволяет обойтись в расчетах без дискретизации расчетных областей.

Следующим моментом перестройки решения является момент времени $t = t_3 > t_2$ выхода поверхности $r = n_2(t)$ на нагреваемую граничную поверхность трубы $r = R_1$. Дальнейшее деформирование происходит уже с двумя различными пластическими областями. Схема, иллюстрирующая развития процесса предусматривает, что в некоторый момент времени $t > t_3$ нагрев прекращается. Если продолжать нагревание, то последовательно исчезнут в материале трубы область обратимого деформирования и область течения в соответствии грани $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} - 2\sigma_{zz} = 4k$ призмы Ивлева (см. Рисунок 1.). Всюду в материале трубы устанавливается таким способом режим пластического течения при соответствии напряжений ребру поверхности нагружений. Аналогичный режим в условиях пластичности Треска – Сен-Венана назвал М. Леви состоянием полной пластичности, здесь подобный режим реализуется в рамках условия пластичности Ишлинского-Ивлева.

Не останавливаясь здесь подробно на методике дальнейших расчетов, производя последующие шаги по времени, укажем только моменты перестройки расчетных областей. Момент времени $t = t_4$ задает момент появления новой области течения материала остывающей трубы. Граничные поверхности $r = n_1(t)$ и $r = n_4(t)$ движутся навстречу и в момент времени $t = t_5$ пластическое течение на ребре поверхности нагружения прекращается. Но дальнейшими последовательными расчетами устанавливается следующий момент времени $t = t_6$, когда от граничной поверхности $r = R_1$ отделяется граничная поверхность $r = n_5(t)$, за которой следует область течения, где напряжения соответствуют новому ребру призмы Ивлева (см. Рисунок 1.). Последующий момент времени, устанавливаемый дальнейшими расчетами, $t = t_7$ задает время возникновения на граничной поверхности $r = R_1$ и далее продвигающейся по материалу поверхности $r = n_6(t)$, оставляющей за собой течение, где напряжения соответствуют новой грани поверхности нагружения. Двигаясь быстрее поверхности $r = n_5(t)$, поверхность $r = n_6(t)$ поглощает в момент времени $t = t_8$ предшествующую пластическую область, а затем при $t = t_9$ и область, где $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} - 2\sigma_{zz} = 4k$. Наконец в момент времени $t = t_{10}$ на граничной поверхности $r = R_1$ образуется разгружающая упругопластическая граница $r = n_7(t)$, которая в момент времени $t = t_{11}$ совпадает с поверхностью $r = n_6(t)$ и далее материал трубы деформируется обратимо. Распределение остаточных напряжений приведено на Рисунке 3. Таким образом разработанная методика расчетов и ее программная реализация позволяет автоматически отслеживать все моменты времени, когда процедура расчетов

перестраивается, когда появится новая область пластического течения или исчезают имеющиеся.

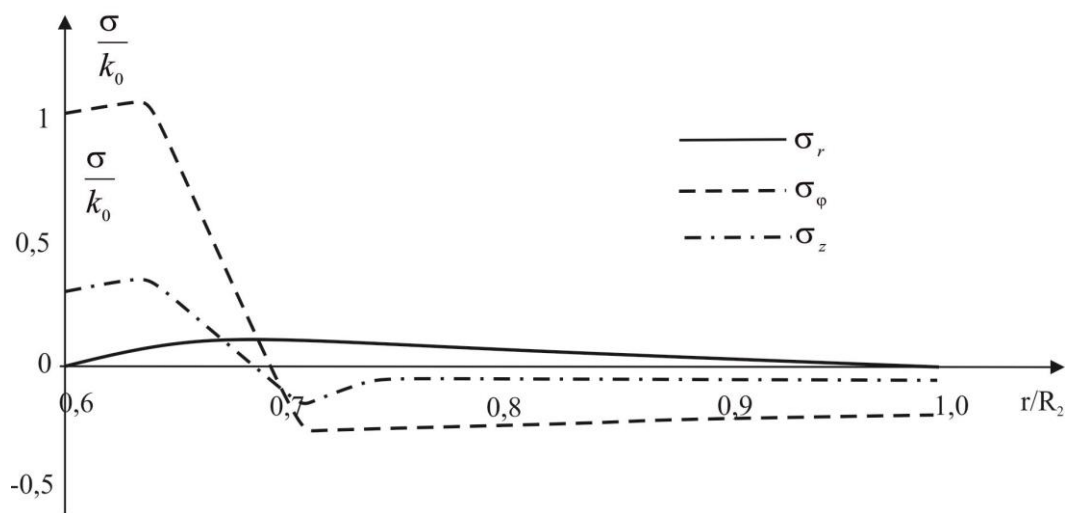


Рисунок 3 – Распределение остаточных напряжений в материале трубы

Четвертая глава диссертации посвящена постановкам и решениям краевых задач теории температурных напряжений, моделирующих процессы горячей посадки. Рассмотрены задачи о посадке трубы на вал и задача А.В. Годолина о сборке двухслойной трубы. В таких задачах охватываемая деталь сборки нагревается и в нее помещается холодная охватываемая. Таким способом за счет перераспределения температуры детали деформируются и формируется требуемый натяг. С некоторого уровня первоначального нагрева в материалах сборки возможно возникновение пластического течения. На Рисунке 4 представлена схема возникновения и исчезновения такой области при посадке горячей муфты (температура нагрева 300°C , $R_2 = 0.1\text{м}$) на стальной вал вполне аналогичная представленной ранее на Рисунке 2. Это представительная схема сохраняющаяся в большинстве случаев при варьировании температуры нагрева и механических свойств элемента сборки.

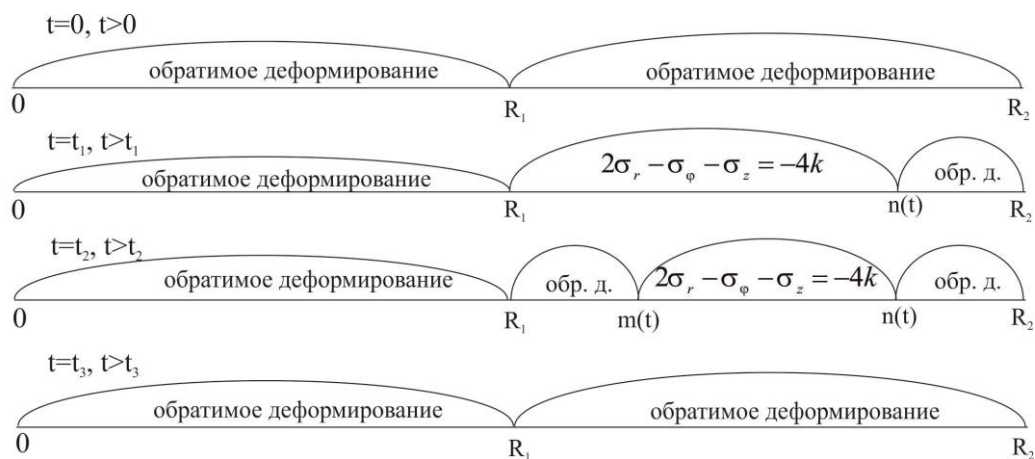


Рисунок 4 – Схема деформирования материала сборки «вал и муфта»

При сборке двухслойной трубы (задача А.В. Гадолина) пластически деформируются уже два элемента сборки (Рисунок 5), но течение осуществляется в соответствии только одной грани поверхности нагружения. В качестве результатов расчетов обозначены подобные схемы деформирования, что и на Рисунке 2 по методике, которая была описана выше. Приведено распределение остаточных напряжений в сборке (Рисунок 6 а). Вертикальными линиями на Рисунке 6 отмечены размеры областей необратимого деформирования ($R_1/R_2 = 0.8$), возникающих в процессе посадки. Здесь же (Рисунок 6 б) для сравнения представлены такие же распределения, полученные при условии течения Треска – Сен-Венана. В последнем случае при одинаковых начальных условиях и механических свойств сопрягаемых деталей в охватываемом элементе сборки возникает область течения (Рисунок 4 б), соответствующая условиям полного пластического течения (на ребре призмы Треска), тогда как в условиях Ишлинского – Ивлева пластические течения приходят в соответствии напряжений одной и той же грани поверхности нагружения. Несмотря на некоторые отличия в распределениях остаточных напряжений итоговый натяг оказывается практически одинаковым. Следовательно, в практических расчетах использование условия течения максимальных приведенных напряжений имеет преимущества из-за отсутствия деления областей течения.

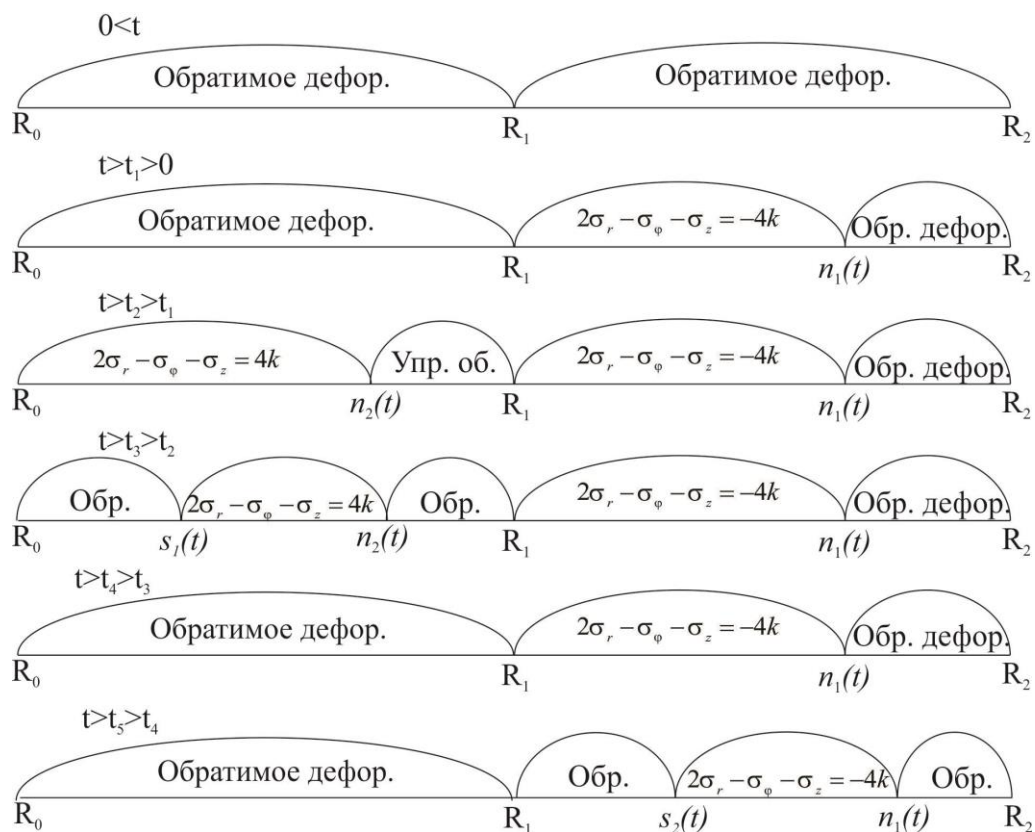
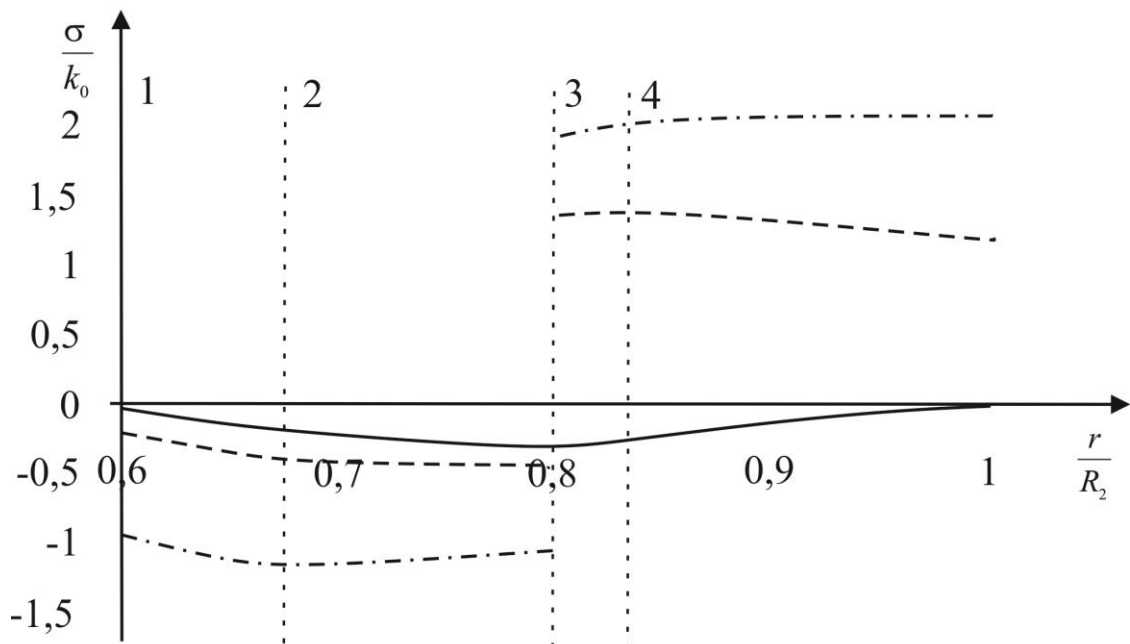
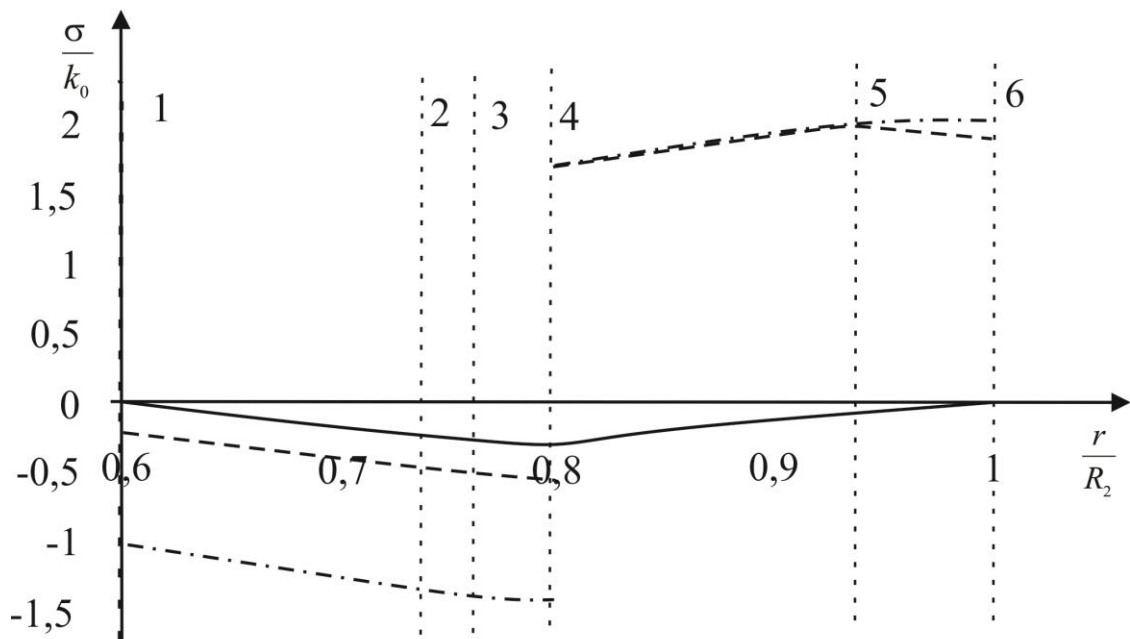


Рисунок 5 – Схема деформирования материала составного цилиндра



(а)



(б)

Рисунок 6 – Распределение остаточных напряжений в материале сборки:
а) – условие Ишлинского – Ивлева, б) – условие Треска–Сен-Венана

В пятой главе диссертация иллюстрирует возможность использования методики расчетов неустановившихся температурных напряжений, разработанную с опорой на условия пластического течения максимальных приведенных напряжений, для решения задач, когда изучаемые напряженные состояния являются плоскими. Этот случай наиболее изучен; имеются в литературе объемные статьи А. Kovacs, W. Mask, M. Bengeri, Е.П. Даца, С.Е. Александрова и др. Здесь решается задача о посадке тонкого кругового диска с круглым центральным отверстием на такой же диск (посадка «кольцо в кольцо»). Проводится сравнение с решениями,

полученными с использованием иных классических условий пластического течения.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

С использованием в расчетах неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах условия пластического течения максимальных напряжений имеется возможность в одномерном случае обойтись без дискретизации изменяющихся со временем расчетных областей. Таким способом удастся избежать в расчетах применения приближенных методов, основанных именно данной дискретизации, таких как сеточные методы с конечно-разностной аппроксимацией искомых функций либо методы, основанные на конечно-элементных представлениях рассчитываемых областей. Это тем более важно, что данные расчетные области имеют изменяющиеся границы, положение которых определяется только в процессе расчетов, что, несомненно, усложняет такие приближенные вычисления. Достигается данная возможность получением аналитических соотношений, связывающих в каждый момент времени распределения деформаций и напряжений в упругопластическом теле как в области обратимого его деформирования, так и в разных областях пластического течения с предварительно рассчитанным распределением температуры (расчеты проводятся в рамках несвязанной теории температурных напряжений). Использование кусочно-линейных условий пластического течения максимальных приведенных напряжений (условий Ишлинского – Ивлева) важно не только в качестве естественного шага в развитии фундаментальной теории термоупругопластичности, но может иметь и определенные практические значения. В работе приведены примеры краевых задач, не имеющие своего решения в условиях пластичности максимальных касательных напряжений. В тех же случаях, когда оба кусочно-линейных условия пластического течения приводят к решению, указаны отличительные особенности в расчетах неустановившихся температурных напряжений. Главным из них оказалось место перехода течений при сдвиге напряженных состояний на ребра поверхности нагружения: на границе термомеханического нагружаемого тела при условиях максимальных касательных напряжений и на упругопластической границе при условиях максимальных приведенных напряжений.

В работе представлен ряд новых решений задач теории температурных напряжений, ряд задач получили новые решения именно с условием максимальных приведенных напряжений. В последнем случае проведено сравнение результатов расчетов.

Разработанная методика расчетов неустановившихся температурных напряжений и составленные в ее рамках алгоритмы и программы расчетов могут быть рекомендованы для целей прогнозирования режимом операции сборки способом горячей посадки.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК.

1. Щербатюк, Г. А. Условие пластичности максимальных приведенных касательных напряжений в качестве средства расчетов эволюции плоских напряженных состояний / Е. Е. Абашкин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Серия: Науки о природе и технике. – 2018. – № II-1(34). – С. 51–62.

2. Щербатюк, Г. А. К использованию кусочно-линейных пластических потенциалов в нестационарной теории температурных напряжений / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2018. – Т. 22. – № 1. – С. 23–39.

3. Щербатюк, Г. А. К расчету неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10. – № 3. – С. 245–259.

4. Щербатюк, Г. А. Об особенностях использования условия максимальных приведенных касательных напряжений в теории неустановившихся температурных напряжений / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2018. – № 2(36). – С. 74–90.

5. Щербатюк, Г. А. Температурные напряжения в упругопластической трубе в зависимости от выбора условия пластичности / Е. П. Дац, Е. В. Мурашкин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Известия Российской академии наук. Серия: Механика твердого тела. – 2018. – № 1. – С. 32–43.

Статьи и материалы конференций.

1. Щербатюк, Г. А. Расчет напряженно-деформированного состояния термоупругопластического цилиндра в рамках критерия текучести Мизеса / Е. П. Дац, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций : материалы II Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре, 11–15 сентября 2017 г. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГТУ», 2017. – С. 79–81; 88–90.

2. Щербатюк, Г. А. Об особенностях использования кусочно-линейных пластических потенциалов в расчетах неустоявшихся температурных напряжений / М. Каинг, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–32 мая 2017 г., г. Алушта. – М. : Изд-во МАИ-Принт, 2017. – С. 246–248.

3. Щербатюк, Г. А. Особенности использования кусочно-линейных пластических потенциалов в расчетах неустоявшихся температурных напряжений / М. Каинг, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // XLIII Гагаринские чтения, 05–20 апреля,

2017 г.: материалы Международной молодежной научной конференции. Институт проблем механики имени А. Ю. Ишлинского РАН. – М.: ФГБУН «Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской Академии наук», 2017. – С. 40–41.

4. Щербатюк, Г. А. Остаточные напряжения в материале толстостенной трубы, подвергнутой неравномерному разогреву / А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий технических устройств и конструкций : материалы III Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре, 18–21 сентября 2018 г. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2018. – 126 с. – ISBN 978-5-7765-1340-4.

5. Щербатюк, Г. А. Оптимизация расчетов в задаче горячей посадки / Г. А. Щербатюк // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий технических устройств и конструкций : материалы III Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре, 18–21 сентября 2018 г. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2018. – 126 с. – ISBN 978-5-7765-1340-4.