

## **ОТЗЫВ**

### **официального оппонента на диссертацию**

**Галимзяновой Ксении Наилевны на тему «Ползучесть и пластическое течение в задачах со сферической симметрией», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела**

Диссертационная работа К.Н. Галимзяновой посвящена построению полуаналитических расчётных схем, позволяющих определить напряжённо-деформированное состояние в сферическом слое при действии всестороннего равномерного сжатия. В качестве определяющих соотношений могут выступать как уравнения изотропной упругой-идеально-пластической среды, так и уравнения вязкоупругости, включающие в себя соотношения ползучести как частный случай.

### **Актуальность для фундаментальной и прикладной науки**

Исследуемая задача о деформировании сферического слоя под действием приложенного внешнего давления в случае, когда внешний радиус слоя намного больше внутреннего радиуса, может считаться модельной задачей об определении напряжений в окрестности пор. При этом считается, что поры сферические, а расстояние между ними существенно больше их радиуса. Таким образом, актуальность представленного теоретического исследования связана с необходимостью получения оценок упругих и неупругих деформаций а также напряжений, достигнутых в окрестности сферических пор. Кроме того, полученные решения могут выступать в качестве эталонных при тестировании более универсальных расчётных схем, таких как схемы метода конечных элементов, конечных объёмов и конечных разностей.

Представленная на рассмотрение работа К.Н. Галимзяновой состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 77 страницах основного текста. Список литературы включает в себя 183 наименования.

**Во введении** обосновывается актуальность разработки методов моделирования НДС в упругопластических и упруговязкопластических средах, даётся обзор различных подходов к построению определяющих соотношений неупругих сред в режиме больших деформаций. В частности, указывается на то, что достаточно точное моделирование перспективных процессов обработки металлов давлением требует применения современных геометрически нелинейных моделей материалов. Далее формулируются цели и задачи работы, указывается её новизна, обосновывается достоверность результатов, указывается апробация и личный вклад автора диссертационного исследования. В конце приводится структура диссертации.

**В первой главе** исследования приводится разработанная А.А. Бурениным с соавторами модель больших упругопластических деформаций. Для этого автор приводит применяемое описание кинематики сплошной среды, включая описание упругих и неупругих деформаций. Далее приводится связь между тензором упругих деформаций типа Альманси (Almansi) и тензором истинных напряжений; применяется связь гиперупругого типа, которая является аналогом формулы Мурнагана (Murnaghan); в указанном виде она имеет смысл только для изотропной функции (потенциала) свободной энергии. Приводятся конкретные выражения для изотропных потенциалов в виде разложений в ряды по степеням инвариантов. Для указанной кинематики конкретизируется классический закон Нортон (Norton) а также приводится условие пластичности Мизеса (von Mises) с учётом вязкости.

**Во второй главе** ставится задача о деформировании сферического слоя под действием внешнего давления. Деформации считаются малыми, а

поведение материала – сжимаемым. В случае малых деформаций указанная в первой главе нелинейная кинематика превращается в классическую общепринятую кинематику, основанную на аддитивном разложении Прандтля-Ройса (Prandtl-Reuss). Таким образом, во второй главе рассматриваются стандартные геометрически линейные модели ползучести и пластичности. Комбинированная модель, включающая в себя как ползучесть, так и пластичность, в явном виде не выписывается. Для чисто пластической задачи строится расчётная схема, основанная на методе конечных разностей. Решаются модельные задачи по деформированию сферического слоя в пластическом режиме.

**Третья глава** посвящена решению задач о вязкопластическом деформировании сферического слоя в постановке, приведённой во второй главе. Строится вычислительная схема на основе метода конечных разностей. Отличительной особенностью схемы является то, что для областей пластичности и ползучести (вязкоупругости) выбираются различные сетки, что приводит к необходимости отслеживания границы областей а также к необходимости «сшивки» решений на указанной границе. Так как размеры областей меняются при постоянном количестве узлов, шаг обеих сеток также меняется. Как следствие, узлы разбиений не привязаны к материальным частицам. Это приводит к необходимости переноса информации о пластических деформациях с прошлой сетки на актуальную на каждом шаге по времени.

**В четвёртой главе** вновь рассматривается деформирование сферического слоя под действием внешнего давления. Теперь деформации предполагаются большими, а среда – несжимаемой. Условие несжимаемости позволяет описать поля перемещений и деформаций как функцию одного скалярного параметра, что кардинально упрощает процедуру решения. В частности, благодаря принятию условия несжимаемости, решение может быть получено на лагранжевой сетке. Приводится решение модельных задач.

**В заключении** кратко перечисляются результаты работы.

### **Новизна основных научных результатов и их значимость для фундаментальной и прикладной науки**

Отметим, на наш взгляд, наиболее важные результаты исследования:

- В рамках теории малых деформаций разработан вычислительный алгоритм, позволяющий определить продвижение границы между областями ползучести и пластичности в сферическом слое. Алгоритм основан на решении систем интегро-дифференциальных уравнений в подобластях.

- В рамках теории больших деформаций и при допущении о несжимаемости материала получена полуаналитическая схема, позволяющая определить НДС сферического слоя для произвольной истории приложения внешнего давления.

- Получены и проанализированы решения модельных задач по немонотонному нагружению сферического слоя.

Перечисленные результаты важны для развития численных методов механики деформируемого твёрдого тела. Полученные решения позволят преодолеть недостаток опыта работы с комбинированными моделями пластичности и ползучести а также могут быть применены для тестирования более универсальных вычислительных алгоритмов. В частности, для тестирования коммерческих и исследовательских комплексов метода конечных элементов. В исследованных задачах со сферической симметрией отсутствует поворот сплошной среды, частицы материала испытывают немонотонное пропорциональное нагружение. В указанных условиях простого нагружения, геометрически нелинейная модель из первой главы даст результаты, схожие с результатами по целому ряду альтернативных геометрически нелинейных моделей.

## Замечания по работе

### Существенные замечания:

1) В примерах расчётов внутренний радиус сферического слоя в десять раз меньше внешнего. Поэтому  $r/R$  пробегает в пределах от 0.1 до 1. Однако на рисунках 2.1 - 2.14, 3.1 - 3.3, 3.5 - 3.12, 4.1 - 4.5, 4.8 - 4.23  $r/R$  пробегает от 0 до 1. Таким образом, ось абсцисс на указанных рисунках подписана неверно.

2) Результаты на рисунке 2.1 противоречат требованию несжимаемости неупругих деформаций, которое гласит  $p_{rr} = -2 p_{\phi\phi}$ . Так, на внутренней поверхности  $p_{rr}$  стремится к 0,3, а  $p_{\phi\phi}$  стремится к -0,1.

3) Из уравнений равновесия (2.6) следует, что  $\sigma_{rr}$  имеет экстремум в той точке пространства, где  $\sigma_{rr} = \sigma_{\phi\phi}$ . Но это условие не выполняется на рисунках 2.13 и 2.14 (сплошные линии). А именно  $\sigma_{rr}$  не равно  $\sigma_{\phi\phi}$  в точке экстремума, так как в этой точке  $\sigma_{rr} < 0,008 \mu$  и  $\sigma_{\phi\phi} > 0,008 \mu$ .

4) На рисунке 4.23 пунктирная линия задаёт распределение  $\sigma_{\phi\phi}/\mu$  в конце процесса релаксации после полного снятия нагрузки со сферического слоя. Так как на тело не действуют внешние силы, остаточные напряжения должны быть уравновешены: области положительных  $\sigma_{\phi\phi}$  должны уравновешиваться областями отрицательных  $\sigma_{\phi\phi}$ . Однако подавляющая часть графика функции  $\sigma_{\phi\phi}/\mu$  находится в верхней полуплоскости. Таким образом, интегральное условие равновесия не выполняется.

5) На рис. 2.9 представлены остаточные необратимые (неупругие) деформации. Эти деформации превышают 25%, но соответствующая глава посвящена расчётам в рамках теории малых деформаций. Если теория малых деформаций даёт результат с деформациями больше 5%÷10%, то результаты соответствующего расчёта должны быть критически переосмыслены.

6) В главе 3 рассматриваются две сетки по пространственной переменной. Одна сетка – для области пластичности, а вторая – для области ползучести (вязкоупругости). В силу того, что области изменяют свои размеры, узлы указанных сеток не привязаны к материальным частицам. Другими словами, сетки не лагранжевы. В этой связи возникает вопрос, как проводилось интегрирование уравнения (2.13)? Дискретным аналогом уравнения (2.13) является (2.36), которое применяется для перехода с  $j$ -го на  $j+1$ -й временной слой. В этом уравнении фигурирует новая неизвестная величина  $r_{rr}(i, h_1^{j+1} + m^{j+1}, t^j)$  взятая с  $j$ -го (предыдущего) слоя. Откуда берётся эта величина не понятно, так как в соответствующей пространственной точке  $r = i, h_1^{j+1} + m^{j+1}$  на  $j$ -м временном слое узлов сетки нет. Если применяется интерполяция значений  $r_{rr}$  с узлов предыдущей сетки на узлы актуальной сетки, то соответствующая процедура должна быть описана и обсуждена.

*Замечания второстепенного характера:*

7) В случае малых упругих деформаций, формула (4.7) содержит слагаемые вплоть до 6-го порядка малости. Не понятно, чем продиктована необходимость удерживать слагаемые вплоть до 6-го порядка малости.

8) На рисунке 2.13 кривая для  $\sigma_{rr}$  (сплошная линия) выходит за пределы расчётной области.

9) На рисунке 3.11  $\sigma$  - неоднозначная функция радиуса  $r$ .

10) Большинство применяемых на практике металлических материалов обладают способностью к упрочнению даже при малых пластических деформациях. В частности, поле остаточных напряжений существенно зависит от эффекта Баушингера (Bauschinger). Пренебрежение этим эффектом приводит к неточным результатам, включая неправильное описание процесса повторной пластификации.

11) Большинство применяемых на практике металлических материалов имеют режим неустановившейся ползучести, однако условие ползучести

Нортон (Norton) пригоден только для описания установившегося режима. Таким образом, применяемый в диссертации закон ползучести может служить лишь грубым приближением.

12) Список используемых обозначений мог бы существенно упростить чтение диссертации, но такого списка в работе нет.

13) Во второй главе в численных расчётах не указаны параметры разбиения  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ .

Указанные недостатки не снижают общей положительной оценки проведённого исследования. Соискателю удалось преодолеть существенные трудности при создании вычислительных алгоритмов по моделированию неупругого поведения сферического слоя. Ксения Наилевна Галимзянова продемонстрировала глубокие познания в области нелинейной механики твёрдого тела а также в области вычислительной механики.

Достоверность применяемых подходов не вызывает сомнений. Все результаты диссертации являются новыми и опубликованы в соответствующих научных изданиях. Имеется одна публикация в «Докладах академии наук» и две статьи в изданиях из перечня ВАК. Всего по теме исследования опубликовано 14 работ. Автореферат точно отражает содержание диссертации. Результаты исследования могут быть использованы в научной работе в таких организациях как Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Институте механики сплошных сред УрО РАН а также в образовательных учреждениях, таких как Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Южный федеральный университет, Пермский государственный национальный исследовательский университет.

## Заключение

В диссертации «Ползучесть и пластическое течение в задачах со сферической симметрией» представлена высококвалифицированная научно-исследовательская работа на актуальную тему. Новые результаты, полученные диссертантом, имеют значение для развития специализированных вычислительных методов механики деформируемого твёрдого тела, а также для анализа НДС в окрестности пор в материалах под воздействием гидростатического давления. Работа отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», предъявляемых к кандидатским диссертациям, а её автор К.Н. Галимзянова заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией механики композитов Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН;

адрес: 630090, г. Новосибирск, пр-т Лаврентьева, 15. Тел.: (383)333-16-12

электронная почта: alexey.v.shutov@gmail.com

Подпись д.ф.-м.н., заведующего лабораторией механики композитов Шутова А.В.

«Заверяю»

Учёный секретарь ИГиЛ СО РАН

к.ф.-м.н. Любашевская И.В.