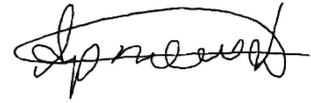


На правах рукописи



**Добрышкин Артем Юрьевич**

**ВЛИЯНИЕ МАЛОЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА СОБСТВЕННЫЕ  
ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РАЗОМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Комсомольск-на-Амуре  
2019

Работа выполнена на кафедре «Строительство и архитектура» в ФГБОУ ВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет».

**Научный руководитель:** Сысоев Олег Евгеньевич, доктор технических наук, профессор.

**Официальные оппоненты:** Козлов Владимир Анатольевич, доктор физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой строительной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» (г.Воронеж.)

Любимова Ольга Николаевна кандидат физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры «Механика и математическое моделирование» ФГБОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет» (г.Владивосток.)

**Ведущая организация:** Институт физико-технических проблем Севера имени В.П. Ларионова СО РАН (г. Якутск)

Защита состоится «23» мая 2019 г. в 10-00 часов на заседании диссертационного совета Д212.092.07 в Комсомольском-на-Амуре государственном университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, КНАГУ, ауд.201/3, e-mail: dis@knastu.ru

Ваш отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью организации, просим выслать по адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке КНАГУ.

Автореферат разослан «23» апреля 2019 г.

Ученый секретарь



Григорьева Анна Леонидовна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Разомкнутые цилиндрические оболочки широко используются в современных конструкциях: в строительстве, авиации, энергетике, нефтяной и других отраслях промышленного производства. В процессе эксплуатации, оболочечные конструкции испытывают кратковременные воздействия циклического характера, вызывающие вынужденные колебания конструкции, которые являются причиной запуска внутренних динамических механизмов, изменяя собственные колебания конструкции, что существенно влияет на прочностные характеристики оболочки. Часто на таких конструкциях размещаются присоединённые массы: двигатели летательных аппаратов, антенные установки, подвесные топливные баки, кондиционеры, фонари, смотровые площадки. Присоединенные массы изменяют напряженно-деформируемое состояние и параметры собственных колебаний оболочек. Это приводит к изменению частоты и амплитуды колебаний конструкций и вызывает явление резонанса, что может разрушить конструкцию.

Так, например: в 2004 г. трагедия в "Трансвааль-парке" (г. Москва) унесла жизни 25 человек; в 2010 году на стадионе в Миннесоте (США) обрушилась одна из секций крыши, завалив трибуну; в 2015 г. авария строящегося резервуара на нефтезаводе в (г. Комсомольск-на-Амуре) из-за колебаний, возникших от ветровых нагрузок; в 2015г. (с. Верх-Ирмень Новосибирской области) кровля крытого катка в не выдержала совместных ветровых и снеговых нагрузок; в 2017 году произошел обвал крыши школы в п. Мурино, в 2018 году деформации крыши строящегося катка г. Истра носили катастрофический характер; в 2018г. в г.Балашихе возникла авария, в результате которой обрушилась крыша металлической стоянки арочной формы; в 2018г. в городе Вишневое Киевской области, в спортзале Favorite Fit, обрушилась крыша. В момент обрушения в помещении спортивного зала находилось 30 детей и 1 тренер.

Нужно отметить, что при проектировании таких зданий, несущие конструкции рассчитываются с учетом значительных запасов прочности, а расчеты на колебания и возникновение явления резонанса не выполняются, что и приводит к трагедиям. Поэтому возникает необходимость выполнять расчеты конструкций на допустимые изменения амплитуд и частот их колебаний, и на этой основе создавать системы предупреждения критических состояний конструкций.

Для расчетов требуются достоверные математические модели, поэтому изучением колебаний оболочек занимались известные российские ученые: Власов Ю.Л., Кубенко, В. Д., Тимошенко С. П., Варадан Т. К., Галченко А. Л., Доннелл Л. Г., Дышко, А. П., Лейзерович Г. С., Лиходед А. И., Малинин А. А., Муштари Х. М., Тарануха Н. А., а также зарубежные ученые: Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей), Amabili M., Kattimani S.C., Lee T. H., Lew R. S., Mallon N. J., каждый из которых внес свой вклад в изучение механизма колебаний оболочек. Также они исследовали влияние начальных неправильностей на колебания замкнутых цилиндрических оболочек, разработали различные методы расчета и математические модели колебаний оболочек. Антуфьев Б.А., Янютин Е.Г., Егоров П. рассматривали колебания тонкостенных цилиндрических оболочек, несущих присоединенные массу.

Большинство исследований носят теоретический характер. Имеются единичные экспериментальные исследования, выполненные на различной экспериментальной базе с использованием различных материалов, результаты которых трудно сопоставлять друг с другом. При этом имеются значительные расхождения результатов теоретических и экспериментальных исследований. Мало изучено влияния присоединенных масс на собственные колебания разомкнутой тонкостенной цилиндрической оболочки. Решение проблемы у некоторых исследователей тормозилось отсутствием необходимого оборудования, для проведения исследований, но в настоящее время появление мощных вычислительных машин и высокочувствительных приборов, оборудования, позволяет по-

новому решать эти научные проблемы.

Современные возможности развития техники открывают большие перспективы для компьютерного моделирования, а современные датчики позволяют проверить математические модели на уменьшенных моделях реальных оболочечных конструкций.

Все вышеперечисленное вызывает необходимость исследовать колебания разомкнутых тонкостенных цилиндрических оболочек, несущих малую присоединенную массу или систему присоединенных масс, дает возможность установить причины и устранить расхождения между теоретическими и экспериментальными работами, уточнить математические модели современной механики колебаний тонкостенных разомкнутых цилиндрических оболочек, несущих систему малых присоединенных масс и создать устройства для предупреждения аварийных ситуаций конструкций.

**Степень разработанности темы исследования.** В данной работе рассматривается влияние малой присоединенной массы на собственные частоты и формы колебаний тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек. Тема разработана в полном объеме, так как проведены экспериментальные, численные и теоретические исследования влияния малой присоединенной массы на колебания разомкнутой оболочки, уточнены математические модели, представлены многочисленные закономерности факторов рассматриваемого процесса, результаты экспериментальных исследований и т.д.

**Целью** работы является разработка и экспериментальное обоснование нового подхода к прогнозированию возникновения резонансных колебаний тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек с малой присоединенной массой или системой присоединенных масс.

**Задачи исследования.** Для достижения поставленной цели исследования необходимо решить следующие задачи:

- провести экспериментальную проверку математической модели колебаний разомкнутой цилиндрической тонкостенной оболочки, несущей малую присоединенную массу;
- создать испытательный стенд, методику проведения экспериментальных исследований;
- провести модельный эксперимент, и установить степень влияния присоединенной массы на собственные частоты колебаний тонкостенных разомкнутых цилиндрических оболочек;
- установить границы использования математических моделей цилиндрических и пологих оболочек, несущих малую присоединенную массу, при величине кривизны от  $\rho^R = 0$  до  $\rho^R = 0,5$ ;
- уточнить математическую модель (форму решения) динамики прямоугольной в плане изогнутой тонкостенной разомкнутой оболочки с системой присоединенных масс;
- получить амплитудно-частотные характеристики колебаний разомкнутых оболочек, несущих присоединенную массу;
- разработать устройство для мониторинга конструкций из тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек, учитывающее влияние кривизны разомкнутой оболочки и системы присоединенных масс на частотные характеристики колебаний конструкций.

**На защиту выносятся:**

- оригинальный испытательный стенд, позволяющий устанавливать устойчивые зависимости между амплитудой колебаний разомкнутых оболочек, несущих присоединенную массу и величиной присоединенной массы, параметрами волнообразования и другими характеристиками тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки;
- уточненная математическая модель, включающая в себя иную динамическую конечномерную модель и динамические (модальные) уравнения;
- устройство для мониторинга конструкций, отслеживающее деформируемое состояние, и оповещающее о приближении значений деформаций конструкции к предельно допустимым значениям;

- экспериментальные результаты влияния присоединенной массы и системы присоединенных масс на динамическое поведение тонкостенных оболочек;
- численные характеристики кривизны тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки, согласно которой использование математических моделей колебаний цилиндрических и пологих оболочек позволяет получить точные численные характеристики колебаний;
- результаты сопоставительного анализа опытных и расчетных данных по оценке влияния присоединенной массы и системы присоединенных масс на динамическое поведение тонкостенных оболочек.

**Научная новизна работы состоит в следующем:**

С помощью серии проведенных экспериментов подтвержден иной подход к построению динамической конечномерной модели, согласно которому считается, что возбуждение малых изгибных колебаний приводит не только к возникновению изгибных форм, но и к возникновению упругих радиальных колебаний. Фактором, запускающим инерционное взаимодействие изгибных колебаний с радиальными, можно назвать дополнительную инерционную составляющую колебательного процесса, являющуюся на практике малой присоединенной массой либо системой присоединенных масс.

Уточнена математическая модель колебаний разомкнутой тонкостенной цилиндрической оболочки, несущей присоединенную массу и систему присоединенных масс.

**Теоретическая значимость работы:**

- получена зависимость частоты колебаний оболочки от величины присоединенной массы;
- определена зависимость влияния присоединенной массы  $M/M_0$  на меньшую из расщепленных собственных частот  $\Omega_{n1}$ ;
- получена теоретическая зависимость расстройки изгибного частотного спектра разомкнутой тонкостенной оболочки от величины присоединенной массы;
- выявлена зависимость влияния амплитуды начальных несовершенств на собственные частоты колебаний разомкнутой тонкостенной оболочки, несущей присоединенную массу;
- получена зависимость частоты преимущественно изгибных колебаний  $\Omega_{n1}$  и  $\Omega_{n2}$  от параметра волнообразования оболочки  $n$ ;
- определена граница, где математическая модель колебаний теории цилиндрических и пологих оболочек достоверно описывают собственные колебания тонкой разомкнутой цилиндрической оболочки (разомкнутой оболочки малой кривизны);
- показано наличие сдвиговых напряжений, которые учтены в новых математических моделях.

**Практическая значимость работы:**

- спроектирована и создана оригинальная экспериментальная установка, позволяющая исследовать колебания разомкнутой цилиндрической оболочки, несущей присоединенную массу и систему присоединенных масс;
- получены математические модели, которые можно применять при расчетах конструкций зданий и сооружений, оболочечного типа различной кривизны, несущих систему присоединенных масс;
- разработаны программы для ЭВМ для мониторинга строительных конструкций и решения задач обеспечения безопасности работы конструкций разомкнутых оболочек малой кривизны;
- разработано устройство мониторинга состояния конструкций, позволяющее проводить мониторинг строительных конструкций, прогнозировать возникновение резонанса, и предотвращать катастрофы.

Результаты данного исследования получили одобрение и используются при рассмотрении задач, связанных с колебаниями пологих оболочек, в строительном управлении г. Комсомольска-на-Амуре ЗАО «УМР-4». Результаты исследования были внедрены в

учебный процесс Комсомольского-на-Амуре государственного университета при проведении лекционных занятий по дисциплине «Теория расчета пластин и оболочек» при подготовке специалистов по специальности «Строительство уникальных зданий и сооружений».

**Личный вклад.** Все основные результаты и выводы диссертации получены соискателем самостоятельно.

#### **Обоснованность и достоверность.**

Надежность и истинность описанного в данной работе механизма колебаний оболочки, несущей малую присоединенную массу, подтверждена экспериментальными данными, с использованием сертифицированных и лицензированных устройств. Методика проведения эксперимента обсуждалась с другими специалистами, относящимися к области исследования, которые выразили ей высокую оценку. Полученные данные хорошо соотносятся с результатами исследований других авторов, а так же апробированы на различных конференциях.

**Апробация работы.** Материалы диссертационной работы докладывались, обсуждались и получили одобрение на 6-ти международных и всероссийских конференциях: International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety (ICCATS 2017) 21–22 September 2017, Chelyabinsk, Russian Federation. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 262 (2017) 012055 doi:10.1088/1757-899X/262/1/012055; Архитектура, строительство, землеустройство и кадастры на Дальнем Востоке в XXI веке : материалы Междунар. науч.-практ.конф., Комсомольск-на-Амуре, 18-19 апреля 2017 года.; Архитектура, строительство, землеустройство и кадастры на Дальнем Востоке в XXI веке: Комсомольск-на-Амуре, 20-21 апреля 2016 г.; Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия. Научные чтения памяти профессора В. Б. Федосенко : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск- на-Амуре, 26-27 ноября 2015 г.; Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия. Научные чтения памяти профессора В. Б. Федосенко : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск- на-Амуре, 26-27 ноября 2015 г.; Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров начале III тысячелетия : материалы V Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 29–30 нояб. 2017 г. : в 2 ч.

#### **Структура и объем работы.**

Диссертационное исследование состоит из введения, четырех глав, общих выводов, списка использованных источников. Изложено в 138 страницах, включая 50 рисунков, 8 таблиц, список использованных источников включает 136 публикаций по теме диссертации и 8 страниц приложений.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обосновывается актуальность работы, сформулирована цель работы, перечислены задачи и основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** рассмотрены выполненные ранее исследования и проведен анализ состояния исследований колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу; колебаний пологих оболочек, несущих присоединенную массу; указаны основные проблемы, сформулированы цель и задачи диссертации.

Большой вклад внесли в развитие теории колебаний пологих и цилиндрических оболочек российские ученые: Власов Ю.Л., Кубенко, В. Д., Тимошенко С. П., Варадан Т. К., Галченко А. Л., Доннелл Л. Г., Дышко, А. П., Лейзерович Г. С., Лиходед А. И., Малинин А. А., Муштари Х. М., Тарануха Н. А., и др., а так же зарубежные исследователи Amabili M., Kattimani S.C., Lee T. H., Lew R. S., Mallon N. J., и др.

Результаты теоретических исследований авторов: Кубенко В. Д.; Тимошенко С.П., Варадан Т. К., Галченко А. Л., Доннелл Л. Г., Дышко А. П., Лейзерович Г. С. свидетельствует

о расхождении колебаний теоретических и экспериментальных исследований разомкнутых цилиндрических оболочек. Так исследователем Лейзерович, Г. С. выявлено наличие радиальных волн, а присоединенная масса является механизмом запускающим взаимодействие радиальных колебаний совместно с изгибными. Автором Ивановой Е.А. изучено наличие сдвиговых напряжений в пластинах, когда перестают существовать радиальные колебания и изгибные. Определено, что присоединенная масса может быть тем механизмом, запускающим взаимодействие изгибных колебаний с радиальными.

Различия механизма колебаний разомкнутых и замкнутых цилиндрических оболочек, можно увидеть на основе общих уравнений колебаний. С увеличением кривизны разомкнутой оболочки, изменяются и внутренние процессы, участвующие в изменении напряженно-деформируемого состояния. В исследованиях показано, что переходной или общей модели до сих пор не создано. С увеличением кривизны разомкнутой оболочки теряется такой внутренний фактор, как поверхностное натяжение, например при колебаниях мембран, механизм колебаний которых схож с напряженно-деформируемым состоянием колебаний разомкнутой оболочки. Согласно общего уравнения колебаний цилиндрических оболочек появляются иные факторы, влияющие на колебания. Один из таких факторов - это радиальные колебания оболочек, либо наличие системы присоединенных масс.

В результате обзора ранее приведенных исследований не решены следующие проблемы: имеются расхождения между теоретическими моделями и практическим поведением разомкнутых тонкостенных оболочек, несущих малую присоединенную массу. В настоящее время очень мало экспериментальных данных по исследованию колебаний разомкнутых тонкостенных оболочек, несущих малую присоединенную массу. Не полностью решена задача моделирования колебаний цилиндрической замкнутой и разомкнутой тонкостенной оболочки с системой присоединенных масс. Не до конца проведены исследования относительно расщепления частотного спектра колебаний разомкнутой оболочки, несущей малую присоединенную массу. Не в полной мере изучено влияние места и способа крепления присоединенной массы на колебания тонкостенной оболочки.

**Во второй главе** рассмотрена экспериментальная база исследований тонкостенных цилиндрических оболочек. Показан экспериментальный стенд (Рисунок 1), который может регистрировать численные характеристики колебаний разомкнутых оболочек, различной кривизны, с помощью двух датчиков, аналогово-цифрового преобразователя и персонального компьютера. Стенд позволяет создавать граничные условия шарнирного и жестко-защемленного опирания. Изложена программа исследования. Описано оборудование, необходимое для проведения экспериментальных исследований, экспериментальная установка, блок-схема проведения экспериментальных исследований, образцы (Рисунок 2), с помощью которых установлены количественные показатели колебаний разомкнутых оболочек, несущих присоединенную массу.

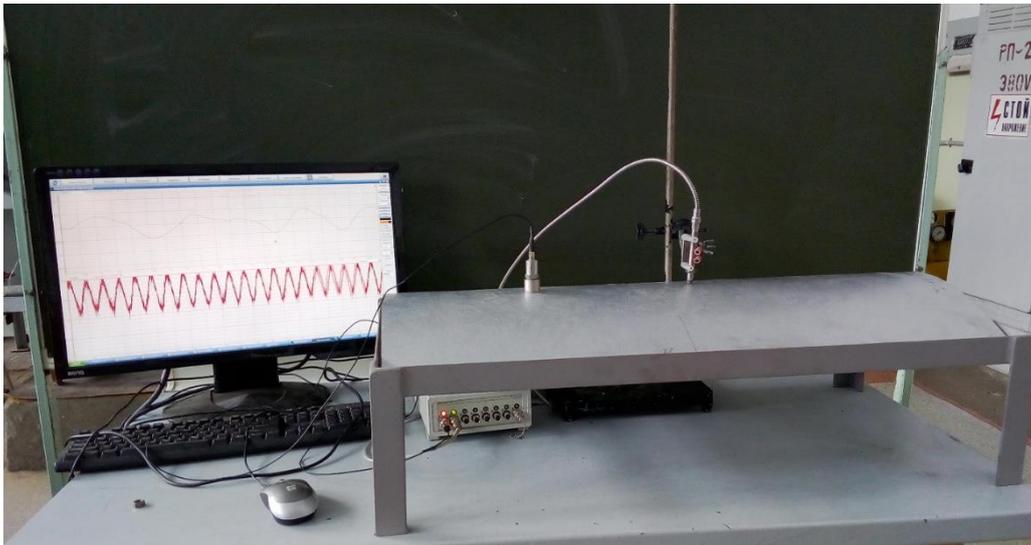


Рисунок 1 – Фотофиксация проведения экспериментальных исследований

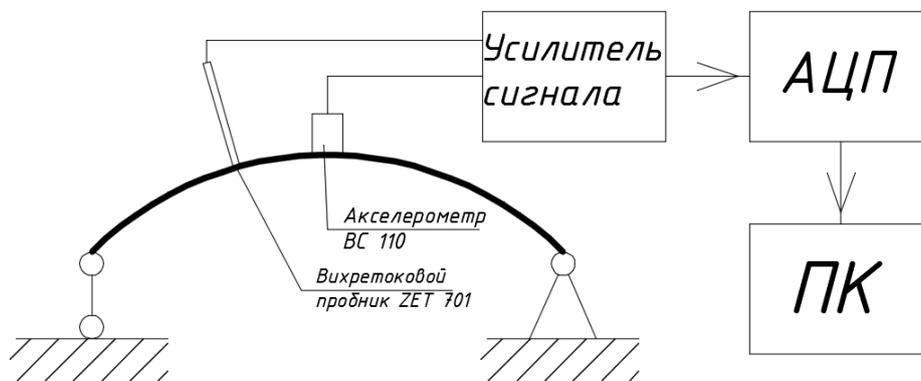


Рисунок 2 - Блок-схема установки проведения экспериментальных исследований.

Для проведения экспериментальных исследований колебаний разомкнутой оболочки (Рисунок 3), несущей присоединенную массу была разработана программа экспериментальных исследований. Методика позволяет определять численные характеристики колебаний оболочек различного рода, несущих присоединенную массу, либо систему присоединенных масс. Исследования максимально близко приближены к реальному поведению оболочечных конструкций, а полученные данные соответствуют данным колебаний оболочек, используемых повсеместно.

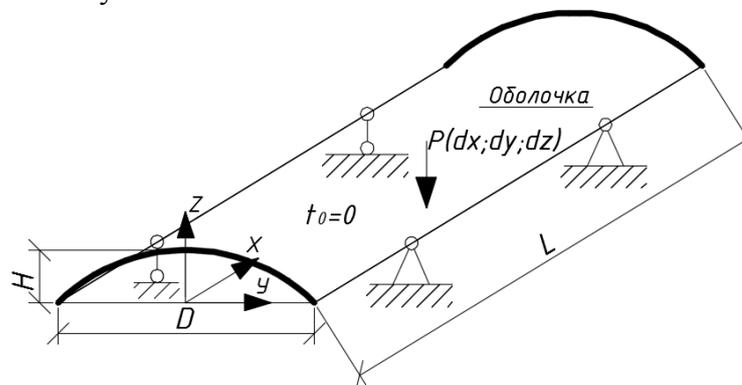


Рисунок 3 – Схема проведения эксперимента.

Из всех полученных данных большое значение представляет наименьшая частота колебаний оболочки, несущей присоединенную массу. Исследованы восемь типов образцов различной кривизны. Для каждого образца проведены серии по 20-30 нагружений, для получения достоверных статических данных.

С помощью программы, разработанной на языке программирования Mathworks Matlab R2012a был получен частотный спектр колебаний тонкостенной разомкнутой оболочки.

На рисунках 4 и 5 отражен частотный спектр реальных колебаний разомкнутой оболочки, несущей малую присоединенную массу, отражающий зависимость энергетической составляющей колебаний от частоты.

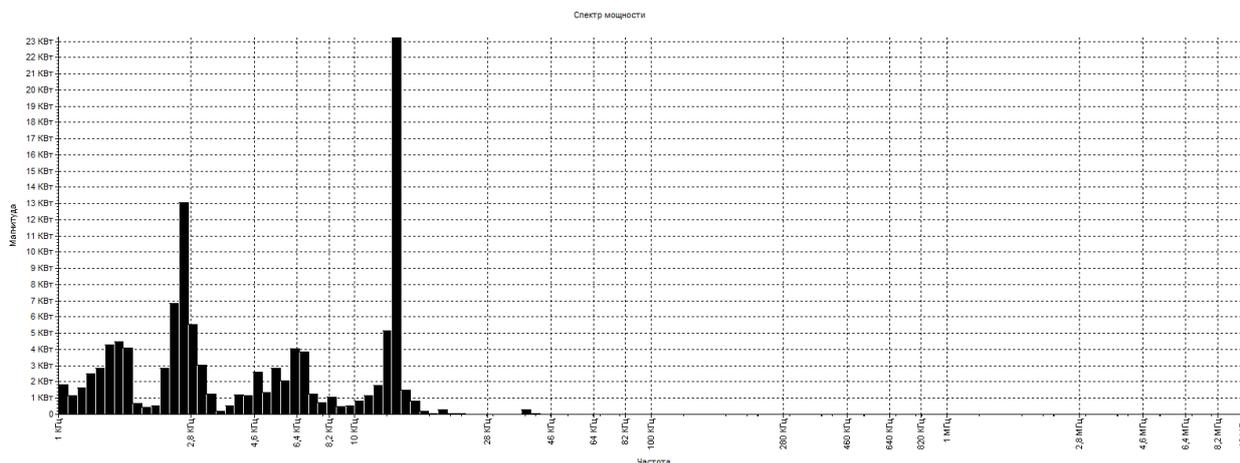


Рисунок 4 - Колебания разомкнутой оболочки из стали Ст0

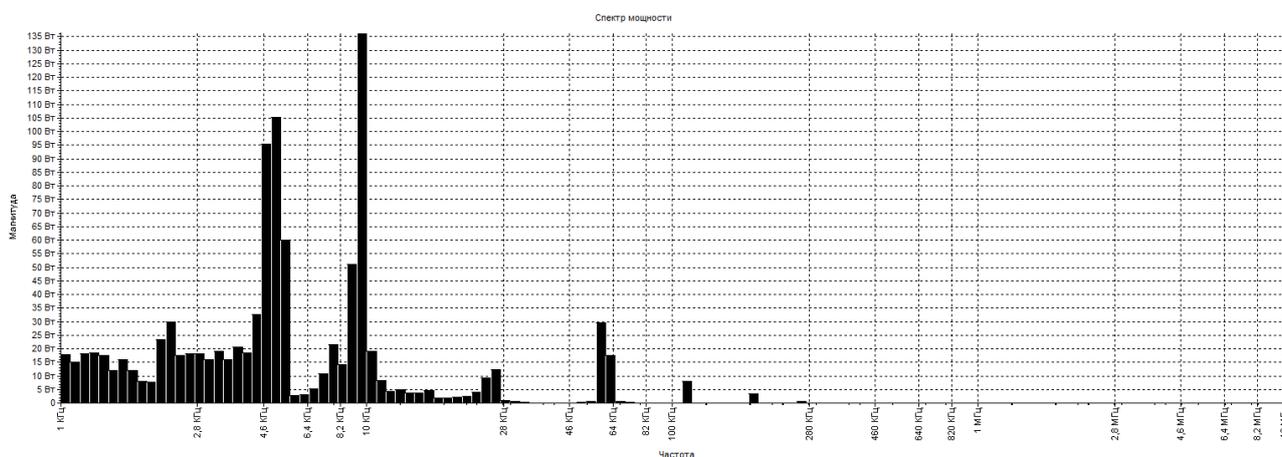


Рисунок 5 - Колебания разомкнутой оболочки из алюминиевого сплава Д19

Созданная экспериментальная база позволила определить численные характеристики колебаний разомкнутых оболочек, экспериментально подтвердить расщепление частотного спектра.

**В третьей главе** рассмотрены динамические модели колебаний разомкнутых оболочек. Отображены уравнения движения. Определены пределы применимости математических моделей пологих оболочек. Описан иной подход к построению математической модели оболочки, несущей малую присоединенную массу.

Один из самых значимых реперов решения рассматриваемой задачи состоит в экспериментальном подтверждении динамического прогиба при колебаниях оболочки  $w(x, y, t)$ . Это необходимо для определения величины динамического прогиба, который представляет собой базовый момент, существенно влияющий на определение величины характеристик колебаний тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки.

Соответствие экспериментальных и расчетных данных говорит о соответствии принятых гипотез в отношении механизма колебаний оболочки, рассматриваемых в данной работе.

Для перехода от уравнений в частных производных, описывающих движение континуальной оболочки, к динамическим уравнениям, которые описывают колебания системы с конечным числом степеней свободы, был использован метод Бубнова – Галеркина.

При описании механизма колебаний оболочки, использовано уравнение с тремя членами. Согласно этого подхода к описанию колебаний выражение для оболочки, несущей малую присоединенную массу, запишется в виде:

$$w(x, y, t) = [f_1(t) \sin \beta y + f_2(t) \cos \beta y + f_3(t)] \sin \alpha x, \quad (1)$$

Выражение (1) предполагает взаимодействие сопряженных изгибных форм  $\sin \beta y \sin \alpha x$  и  $\cos \beta y \sin \alpha x$  ( $\beta = n/R$ ;  $\alpha = \pi/l$ ;  $n$  – число радиальных волн;  $l$  – длина оболочки,  $R$  – радиус оболочки;), смещенных одна от другой на угол  $\pi/2$ .

В уравнении (1)  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  – обобщенные координаты, то есть, в традиционном подходе континуальная оболочка сводится к системе с двумя степенями свободы. Новый параметр обобщенных координат  $f_3(t)$  представляет радиальные колебания.

При этом, динамическая асимметрия оболочки, обусловленная наличием присоединенной массы, является механизмом, который «запускает» инерционное взаимодействие изгибных колебаний с радиальными.

Решены некоторые задачи колебаний оболочки, несущей малую присоединенную массу, с различными способами опирания оболочки, в линейной, а так же в нелинейной постановках.

Анализ колебаний основывается на уравнениях движения теории пологих цилиндрических оболочек:

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 w &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{M}{h} \delta(x - x_0, y - y_0) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi &= -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

Здесь:  $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$  – цилиндрическая жесткость оболочки;  $\Phi(x, y, t)$  – функции динамических напряжений в срединной поверхности оболочки;  $h$  – толщина стенки оболочки;  $M$  – присоединенная к оболочке масса;  $R$  – радиус оболочки;  $t$  – время;  $\rho$  – массовая плотность;  $w$  – динамический прогиб;

Определяем функцию напряжений, удовлетворяющую условиям периодичности решения:

$$\Phi(x, y, t) = [\Phi_1(t) \sin \beta y + \Phi_2(t) \cos \beta y + \Phi_3(t)] \sin \alpha x.$$

Здесь искомые функции  $\Phi_1(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_1(t)$ ,  $\Phi_2(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_2(t)$ ,  $\Phi_3(t) = \frac{E}{R\alpha^2} f_3(t)$ ,

$\alpha = m\pi/l$ ,  $\beta = n/R$  – параметры волнообразования;  $m$ ,  $n$  – число полуволн в продольном и волн в окружном направлениях.

Подстановка граничных условий в динамическую конечномерную модель с помощью метода Бубнова – Галёркина ведет к группе взаимосвязанных динамических уравнений, отражающих взаимодействие изгибных и радиальных колебаний:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 + a_1 + \frac{4M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin^2 \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_3 \sin \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 &= 0; \\ \ddot{a}_2 + a_2 + \frac{4M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos^2 \beta y_0 + \ddot{a}_3 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 &= 0; \\ \ddot{a}_3 + (p/\omega_n)^2 a_3 + \frac{2M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_3] \sin^2 \alpha x_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2)  $p^2 = 1 + \frac{\varepsilon \theta^4}{12(1-\mu^2)}$  – квадрат безразмерной частоты радиальных колебаний оболочки без присоединенной массы;  $\varepsilon = n^2(h/R)^2$  и  $\theta = \pi R/(nL)$  – параметры волнообразования,

зависимые от толщины  $h$  и геометрических параметров оболочки;  $a_1, a_2, a_3$  – безразмерные амплитуды колебаний;  $\omega_n$  – безразмерная собственная частота оболочки.  $M_0$  – масса оболочки;

Из системы модальных уравнений (2) следует, что присоединенная масса приводит не только к связанности сопряженных изгибных форм, но и к взаимодействию изгибных колебаний оболочки с радиальными. При этом радиальные колебания выступают в качестве дополнительной инерционной связи между сопряженными изгибными формами.

Новое решение колебаний тонкостенной пологой оболочки, несущей малую присоединенную массу, при кривизне от  $\rho^R = 0$  до  $\rho^R = 0,5$ , составленное на основе теории Рейснера. Уравнения движения имеют вид:

$$D\Delta\Delta\Phi + \rho h\ddot{\Phi} - \frac{\rho h^3}{12} \left(1 + \frac{2}{\Gamma(1-\mu)}\right) \Delta\ddot{\Phi} + \frac{\rho^2 h^3}{12G\Gamma} (\ddot{\Phi}) + \frac{M}{h} \delta(x-x_0, y-y_0) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta F - \frac{12\Gamma}{h^2} F - \frac{\rho}{G} \ddot{F} = 0$$

Поперечный прогиб  $w$ , вектор углов поворота  $\Psi$ , вектор поперечных сил  $N$  и тензор моментов  $M$  вычисляются по формулам

$$w = -\Phi + \frac{h^2}{6\Gamma(1-\mu)} \Delta\Phi - \frac{\rho h^2}{12G\Gamma} \ddot{\Phi}, \quad \Psi = \nabla\Phi + \nabla F \times n,$$

$$N = D\nabla\Delta\Phi - \frac{\rho h^3}{12} \nabla\ddot{\Phi} + Gh\Gamma \nabla F \times n,$$

$$M = D \left[ (1-\mu)\nabla\nabla\Phi + \mu\Delta\Phi a + \frac{1-\mu}{2} (\nabla\nabla F \times n - n \times \nabla\nabla F) \right].$$

Здесь  $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$  – цилиндрическая жесткость оболочки;  $Gh\Gamma$  – жесткость на сдвиг,  $G = E/2(1-\mu)$ ,  $\Gamma$  – коэффициент поперечного сдвига,  $E$  – модуль Юнга,  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – объемная плотность массы,  $h$  – толщина оболочки,  $n$  – вектор единичной нормали к поверхности оболочки,  $a = E^{-1}nn$ ,  $E$  – единичный тензор,  $F$  – погранслоный потенциал,  $\Phi$  – проникающий потенциал.

Собственные формы колебаний, удовлетворяющие дифференциальным уравнениям и условиям стесненного шарнирного опирания на сторонах  $y=\pm b$  имеют вид:

$$\Phi_n(x, y) = C_{1n} \cos(\lambda_{1n}x) \cos(\mu_n y) + \Phi_3(t)$$

$$F_n(x, y) = C_{3n} \sin(\delta_n x) \sin(\mu_n y)$$

$$\lambda_{1n} = \sqrt{\frac{\rho}{G} \frac{\omega_{0n}}{\Gamma + \frac{2}{1-\mu}} - \mu_n^2}, \quad \delta_n = \sqrt{\frac{\rho}{G} \omega_{0n} - \mu_n^2}, \quad \omega_{0n} = \omega_n^2 - \frac{12G\Gamma}{\rho h^2} - \frac{M}{M_0} \sin^2 \alpha x.$$

Здесь  $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}$  – коэффициенты;  $M_0$  – масса оболочки;  $M$  – присоединенная масса.

Определены границы применимости математических моделей колебаний оболочки, при кривизне от  $\rho^R = 0$  до  $\rho^R = 0,5$  для описания колебаний разомкнутой цилиндрической тонкостенной оболочки. При величине кривизны меньшей, чем  $\rho^R = 0,2$  величины частот колебаний, полученные при использовании математической модели разомкнутой цилиндрической оболочки, имеет расхождение более 5% с величинами частот колебаний, полученными в ходе экспериментальных исследований. Поэтому использование математической модели разомкнутой цилиндрической оболочки для получения значений частот колебаний при кривизне  $\rho^R = 0,2$  не корректно. Значения частот колебаний при кривизне более  $\rho^R = 0,4$  согласно математической модели пологой оболочки, несущей малую присоединенную массу, имеют большие отклонения. Разница числовых величин частот колебаний при использовании математической модели разомкнутой пологой и замкнутой цилиндрической оболочки, несущей малую присоединенную массу, при  $0,2 < \rho^R < 0,4$  с экспериментальными данными составляет более 5%. Поэтому применимость математических моделей колебаний разомкнутой цилиндрической и пологой оболочки при кривизне оболочки от  $0,2 < \rho^R < 0,4$  оправдана. (Рисунок 6).

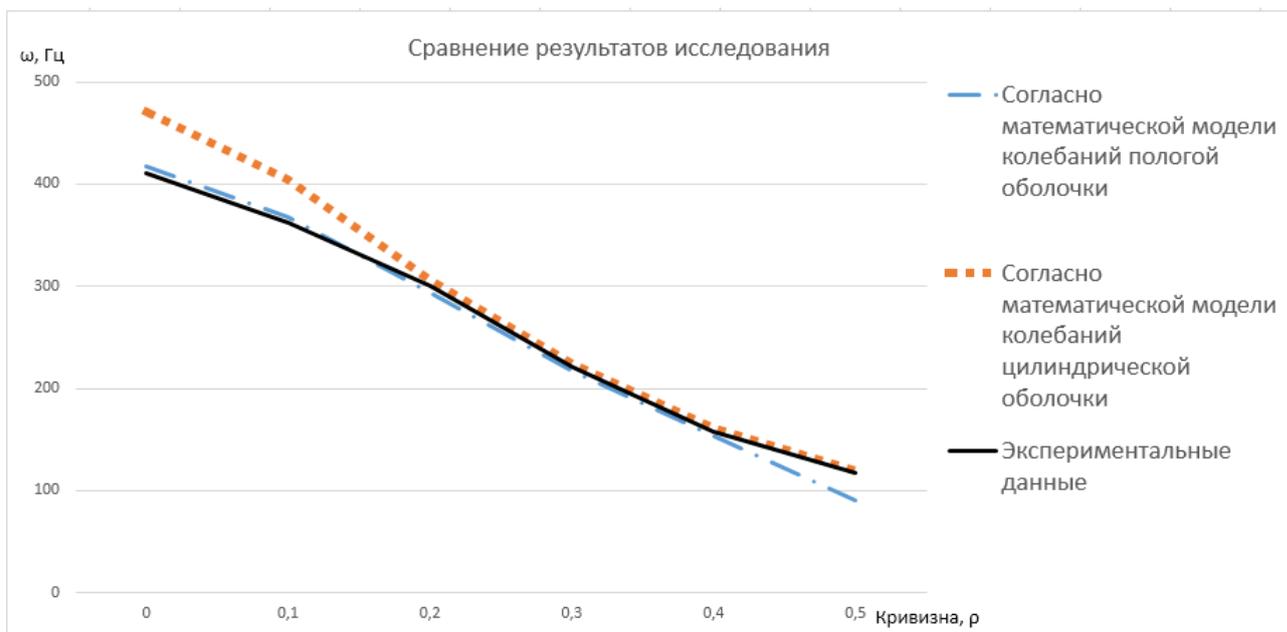


Рисунок 6 – Сравнение результатов проведенных исследований

Сравнивая экспериментальные и теоретические данные получаем, что результаты нового решения, определенные в данном разделе (рисунок 7) являются достоверными. В данном случае единичная малая присоединенная масса располагалась в верхней точке оболочки, в месте, равноудаленном от торцов. Увеличение погрешности полученной математической модели нарастает с увеличением величины присоединенной массы.

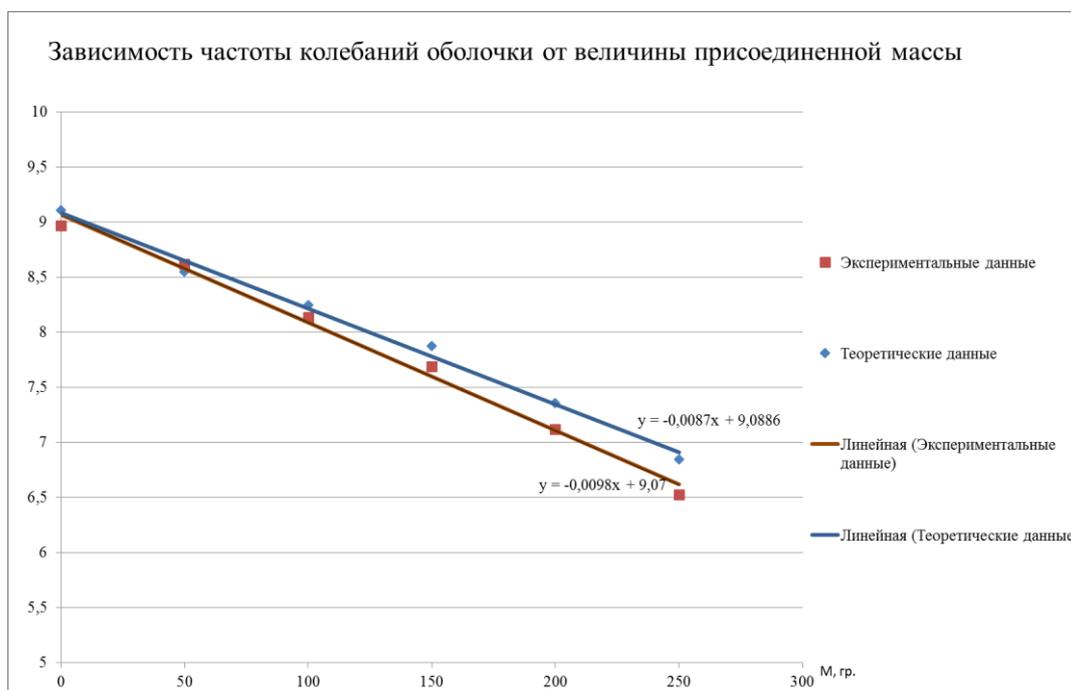


Рисунок 7 – Зависимость частоты колебаний оболочки от величины присоединенной массы

Согласно нового решения первым двум собственным частотам  $\Omega_{n1}$ ,  $\Omega_{n2}$  соответствуют преимущественно изгибные, а третьей  $\Omega_{n3}$  – преимущественно радиальные колебания. В новом решении частота  $\Omega_{n1}$ , в отличие от традиционного решения, зависит не только от

величины присоединенной массы, но и от параметра волнообразования  $\varepsilon$ . Частота  $\Omega_{n2}$  и в новом, и в традиционном решениях равна 1. На рисунке 8 представлена зависимость  $\Omega_{n1}$  от параметра  $\varepsilon$  и  $M/M_0$ .

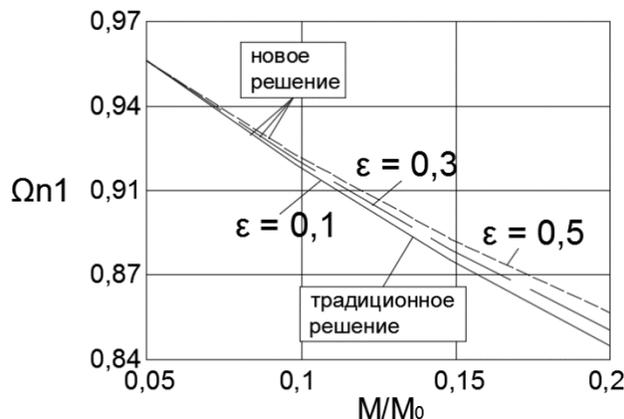


Рисунок 8 - Влияние присоединенной массы  $M / M_0$  на меньшую из расщепленных собственных частот  $\Omega_{n1}$ .

Рисунок 9 указывает на величину присоединенной массы, наиболее сильно уменьшающей расстройку частотного спектра при заданном параметре волнообразования  $\varepsilon$ . Например при  $\varepsilon=0,1$ ;  $M/M_0 = 0,024$  расстройка минимальна.. При  $\varepsilon=0,3$ ;  $M/M_0 = 0,065$  расстройка частотного спектра соответствует минимуму. При  $\varepsilon=0,5$ ,  $M/M_0 = 0,1$  расстройка частотного спектра минимальна.

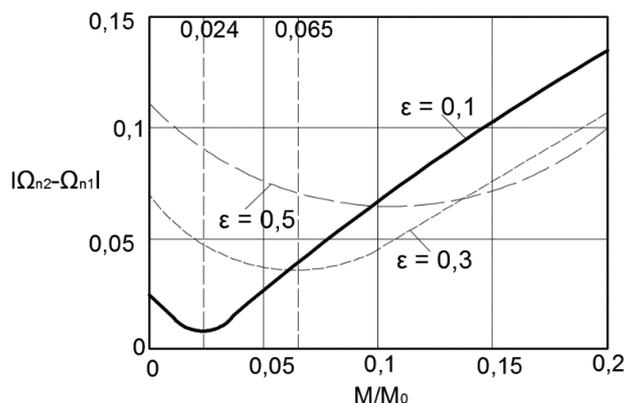


Рисунок 9 - Расстройка изгибного частотного спектра разомкнутой тонкостенной оболочки, несущей присоединенную массу

Так же удалось установить, что собственные частоты  $\Omega_{n1}$  и  $\Omega_{n2}$  зависят от места крепления  $\psi$  массы к оболочке (рисунок 10). Влияние присоединенной массы на колебания оболочки снижается при приближении ее крепления к местам закрепления оболочки.

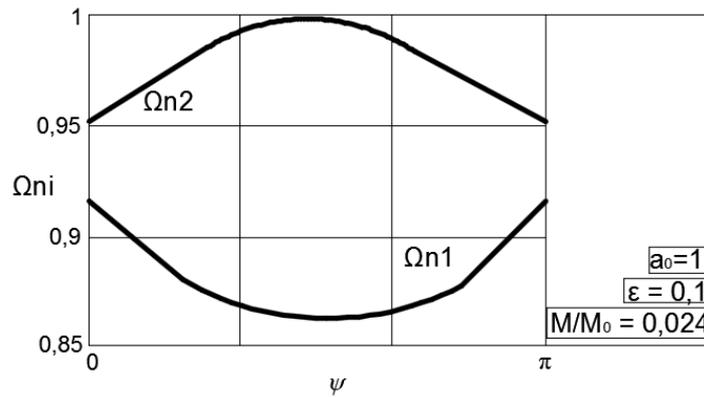


Рисунок 10 - Частоты свободных колебаний разомкнутой тонкостенной оболочки, несущей присоединенную массу

В результате проведенного анализа установлено, что частоты изгибного спектра являются более высокими, чем частоты радиального спектра (исследования показали, что только первые 2 частоты принадлежат изгибному спектру), а так же, что частоты, принадлежащие изгибному спектру, вычисляются с большей погрешностью, чем частоты, принадлежащие радиальному спектру. Начальные неправильности уменьшают меньшую из расщепленных частот  $\Omega_{n1}$ , при этом ее снижение зависит и от амплитуды начальной погиби, и от параметра  $\epsilon$ , большая частота  $\Omega_{n2}$  равна 1. Расстройка частот оказывается незначительной (рисунок 11).

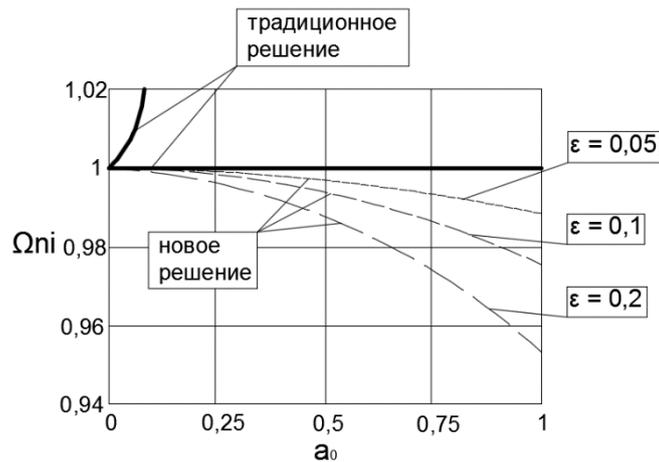


Рисунок 11 - Влияние амплитуды начальных несовершенств на собственные частоты колебаний разомкнутой тонкостенной оболочки, несущей присоединенную массу.

Исследование показало, что частота  $\Omega_{n3}$  (рисунок 12), практически не зависит от относительной величины присоединенной массы  $M/M_0$ . При постоянной относительной величине присоединенной массы частота  $\Omega_{n3}$  изменяется при изменении параметра волнообразования  $\epsilon$ .

Отметим, что  $\Omega_{n3}$  при некоторых параметрах волнообразования  $\epsilon$  становится соизмерима с частотами преимущественно изгибных колебаний  $\Omega_{n1}$  и  $\Omega_{n2}$ .

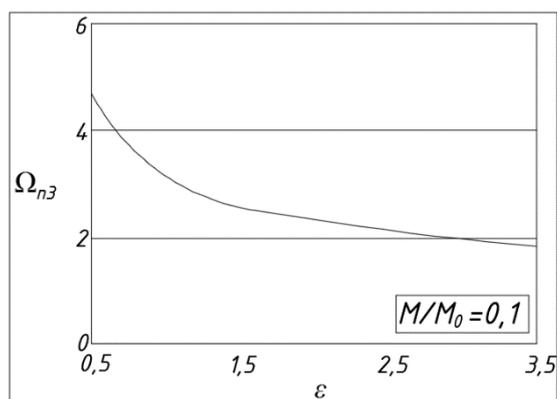


Рисунок 12 - Частота преимущественно радиальных колебаний  $\Omega$

Зависимость частот преимущественно изгибных колебаний  $\Omega_{n1}$  и  $\Omega_{n2}$  от числа формообразующих волн в окружном направлении  $n$  представлена на рисунке 13

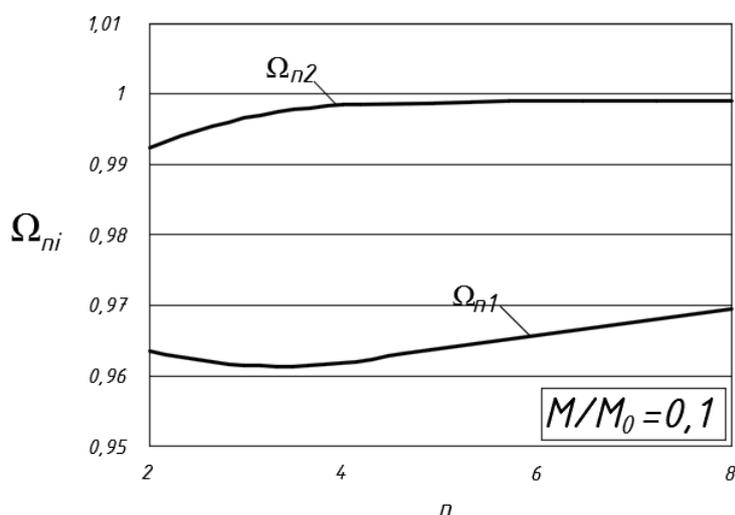


Рисунок 13 - Частоты преимущественно изгибных колебаний  $\Omega_{n1}$  и  $\Omega_{n2}$  в зависимости от волнообразования оболочки  $n$ .

Видно, (рисунок 13) что присоединенная масса приводит к расщеплению изгибного частотного спектра, причем, меньшая из расщепленных собственных частот, как показывают численные расчеты, зависит от числа окружных волн  $n$ . Заметим, что данная специфика отражена и в новом теоретическом решении. В традиционном решении, частота  $\Omega_{n1t}$  не зависит от  $n$ .

**В четвертой главе** рассмотрено поведение разомкнутой оболочки, несущей систему малых присоединенных масс. Было выполнено 3 вида нагружения, в зависимости от координат крепления присоединенных масс, описанных в табличке 2.

При этом получены результаты распределения спектра частот колебаний разомкнутой оболочки при первом варианте загрузки, изображенные на рисунке 14. Частотный спектр показывает колебания оболочки, несущей систему присоединенных масс двумя инерционными составляющими. Вторая инерционная составляющая является следствием наличия системы присоединенных масс, влияющей на частотные характеристики колебаний, имеет упорядоченный характер, так как находится в верхней точке оболочки, впадает в резонанс, усиливая колебания.

Таблица 2 – Характеристика экспериментальных исследований

Вариант загрузки	Количество присоединенных масс	Величина присоединенной массы, гр.	x	y	z	Характеристика системы присоединенных масс
1	1	14,8	200	0	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	400	0	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	600	0	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
2	1	14,8	200	95	62	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	400	95	62	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	600	95	62	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
3	0		Отсутствует			

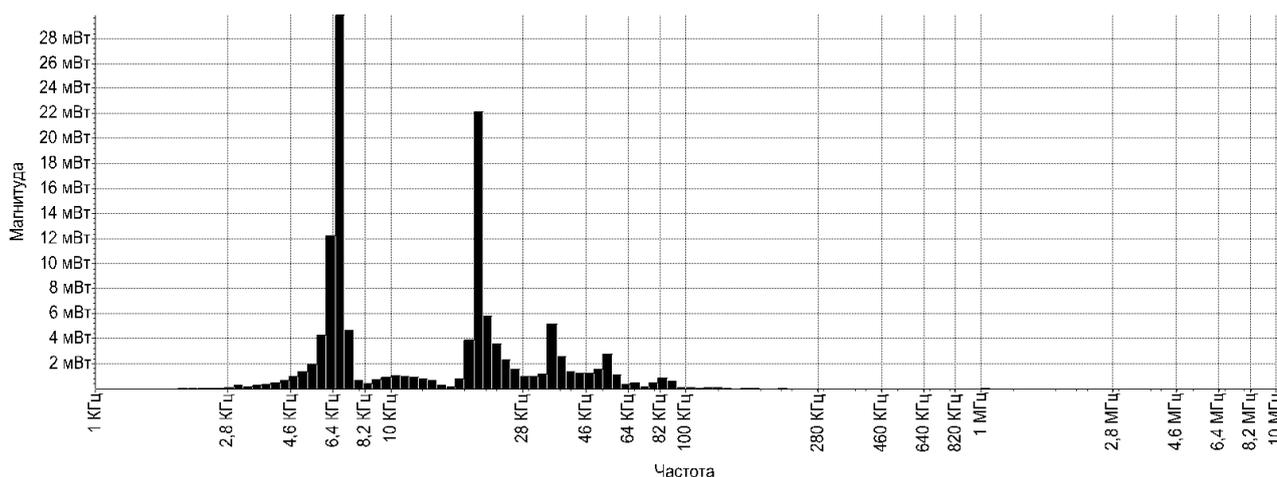


Рисунок 14 - Экспериментальные результаты вариант загрузки № 1 для Ст0

Результаты распределения спектра частот колебаний разомкнутой оболочки при втором варианте загрузки изображены на рисунке 15. Инерционные составляющие являются следствием наличия системы присоединенных масс, влияет на частотные характеристики колебаний, является инерционным противовесом колебательного процесса оболочки, служит гасителем колебаний.

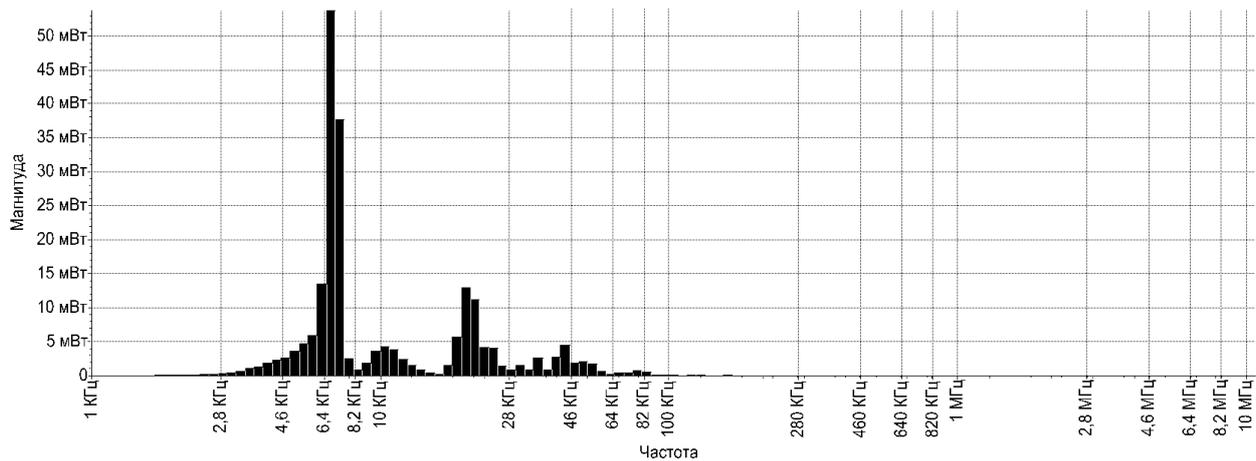


Рисунок 15 - Экспериментальные результаты вариант загрузки № 2 для Ст0

Результаты спектра частот колебаний разомкнутой оболочки при третьем варианте загрузки, который служит проверочным видим на рисунке 16. Результаты экспериментальных данных полностью соответствуют известным численным и практическим опытным данным.

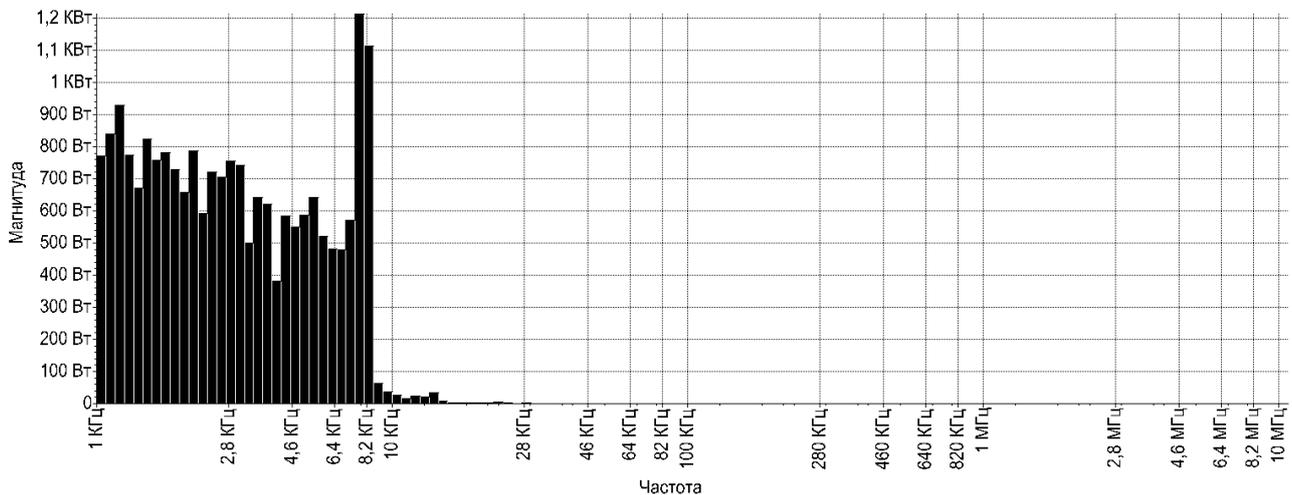


Рисунок 16 - Экспериментальные результаты вариант загрузки № 3 для Ст0

Проводя анализ рисунков 13-15 видим различия частотных спектров колебаний оболочек. Различия заключаются в ярко выраженных резонансных режимах колебаний оболочки при различных расположениях системы масс. Приведем найденные закономерности. При загрузке №1 (рисунок 13) инерционные составляющие присоединенных масс и оболочка складываются, поэтому спектр имеет две ярко-выраженных частоты. При загрузке № 2 (рисунок 14) инерционные составляющие системы присоединенных масс и оболочки в какой-то мере вычитаются, и диаграмма спектра частот имеет ярко-выраженную первоначальную частоту и несколько дополнительных остаточных частот.

Далее проводились теоретические исследования с целью уточнения существующей математической модели колебаний тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочке, несущей систему присоединенных масс.

Уравнения движения имеют вид:

$$D\Delta\Delta\Phi + \rho h\ddot{\Phi} - \frac{\rho h^3}{12} \left(1 + \frac{2}{\Gamma(1-\mu)}\right) \Delta\ddot{\Phi} + \frac{\rho^2 h^3}{12G\Gamma} (\ddot{\Phi}) + M^p \begin{pmatrix} M_2 & x_2 & y_2 \\ M_3 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Delta F - \frac{12\Gamma}{h^2} F - \frac{\rho}{G} \ddot{F} = 0$$

Собственные формы, удовлетворяющие дифференциальным уравнениям и граничным условиям на сторонах  $y=\pm b$ , имеют вид:

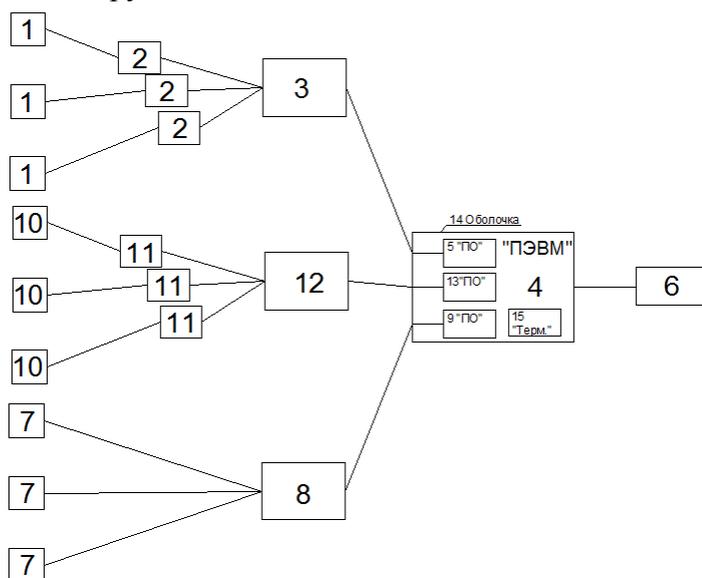
$$\Phi_n(x, y) = C_{1n} \cos(\lambda_{1n}x) \cos(\mu_n y) + \Phi_3(t)$$

$$F_n(x, y) = C_{3n} \sin(\delta_n x) \sin(\mu_n y)$$

$$\lambda_{1n} = \sqrt{\frac{\rho}{G} \frac{\omega_{0n}}{\Gamma + \frac{2}{(1-\mu)}} - \mu_n^2}, \quad \delta_n = \sqrt{\frac{\rho}{G} \omega_{0n} - \mu_n^2}, \quad \omega_{0n} = \omega_n^2 - \frac{12G\Gamma}{\rho h^2} - \frac{M}{M_0} \sin^2 \alpha x$$

В заключительной части четвертой главы описано и зарегистрированное в Роспатенте РФ устройство для мониторинга строительных конструкций. Устройство для мониторинга строительных конструкций относится к области неразрушающего контроля несущих металлических конструкций зданий и сооружений. Позволяет определять предельное состояние конструкции по изменению температуры, структуры материала и по предельным состояниям конструкции, выводить аналоговые сигналы проблемной зоны на панель оператора, что в свою очередь дает возможность дополнительно регистрировать автоколебания конструкции и по частоте и амплитуде, контролировать их величину по отношению к расчетному, резонансному значению колебаний.

Устройство мониторинга строительных конструкций позволяет вести мониторинг колебательных процессов конструкций.



1 – пьезоэлектрические датчики; 2 – усилитель аналогового сигнала; 3 – устройство приёма-передачи; 4 – компьютер (переносной) ПЭВМ; 5 – программное обеспечение (ПО); 6 – панель оператора; 7 – видеокамера; 8 – аналого-цифровой преобразователь (АЦП); 9 – программное обеспечение (ПО); 10 – акселерометр; 11 – усилитель аналогового сигнала; 12 – аналого-цифровой преобразователь (АЦП); 13 – программное обеспечение (ПО); 14 – внешний корпус; 15 – датчик температуры

Рисунок 17 – Схема «Устройство обследования состояния конструкции».

Устройство, закрепляется к металлической конструкции, имеет акселерометры, усилители аналогового сигнала, аналого-цифровой преобразователь, что обеспечивает безопасность и работоспособность металлических конструкции, имеющих форму разомкнутой тонкостенной цилиндрической оболочки.

Расчеты для выявления критических частот колебаний тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек выполняется с помощью разработанного программного обеспечения «Расчет частоты ВЧКК-2015» и «Определение состояния конструкций, расчет оболочек «ОСКРОСМ2017»», что позволяет с высокой скоростью выявлять опасные частоты и сигнализировать о них операторам для организации своевременной эвакуации людей и предотвращения технологических катастроф.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Создан оригинальный испытательный стенд, позволяющий проводить экспериментальные исследования цилиндрических разомкнутых пологих оболочек. Создана методика проведения экспериментальных исследований, с помощью которой возможно получать экспериментальные зависимости между численными характеристиками колебаний цилиндрических разомкнутых пологих оболочек, и параметрами волнообразования.

2. Получены экспериментальные и расчетные данные колебаний прямоугольной в плане изогнутой тонкостенной разомкнутой оболочки в зависимости от кривизны, с присоединенной массой и системой присоединенных масс.

3. Подтверждена экспериментально конечномерная динамическая модель колебаний тонкостенной цилиндрической разомкнутой оболочки, согласно которой малая присоединенная масса является фактором, запускающим взаимодействие сопряженных изгибных форм низкочастотных изгибных колебаний и высокочастотных радиальных.

4. Уточнена математическая модель на основе теории Рейснера, устраняющая несоответствие теоретических и экспериментальных результатов исследований тонкостенной цилиндрической разомкнутой оболочки кривизной  $0 \leq \rho^R \leq 0,5$ .

5. Уточнены математические модели изменения частоты колебаний тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки, несущей малую присоединенную массу, а так же систему присоединенных масс с учетом сдвиговых напряжений в оболочке.

6. Получено экспериментальное подтверждение расщепления частотного спектра колебаний, прямоугольной в плане тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки, при её взаимодействии с малой присоединенной массой.

7. Показано, на примере тонкостенной разомкнутой цилиндрической оболочки, что меньшая из расщепленных собственных частот зависит не только от величины присоединенной массы, как это принято считать в настоящее время, но и от геометрических и волновых параметров разомкнутой оболочки.

8. Результаты исследований, а также разработанные и зарегистрированные в Роспатенте программы на ЭВМ, представляют практический интерес и могут быть использованы в организациях, занимающихся проектированием и расчетом на прочность оболочечных конструкций, применяемых в космической технике, авиационной, судостроении и в других отраслях промышленности.

9. Разработано «Устройство обследования состояния конструкций» для мониторинга конструкций из тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек, учитывающие влияние кривизны разомкнутой оболочки и присоединённых масс на частотные

характеристики колебаний конструкций, позволяющая вести постоянный мониторинг и обеспечить безопасность эксплуатации оболочечных конструкции.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

*Основные положения и научные результаты диссертации опубликованы в следующих журналах, уровня цитирования web of science:*

1. Dobryshkin A.Yu. Nonlinear Oscillations of Elastic Curved Plate Carried to the Associated Masses System / Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu., Naing N. S. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety (ICCATS 2017) 21–22 September 2017, Chelyabinsk, Russian Federation. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 262 (2017) 012055 doi:10.1088/1757-899X/262/1/012055.

*- рекомендованных ВАК для публикации научных результатов кандидатских диссертаций:*

2. Добрышкин А.Ю. Влияние присоединенной массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Ученые записки КнАГТУ-2016.- № 3. – с. 110-116.

3. Добрышкин А.Ю. Современные испытательные стенды для бесконтактного исследования свободных колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н., Кохоров К.К. Ученые записки КнАГТУ-2017.- № 1.-с.110-118.

4. Добрышкин А.Ю. Влияние присоединенной массы и температурного сдвига на собственные колебания тонких пластин (мембран) / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Ученые записки КнАГТУ-2017.- № 2. – с. 105-111.

5. Добрышкин А.Ю. Влияние величины присоединенной массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек из алюминиевого сплава д19 / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Ученые записки КнАГТУ-2017.- № 4.-с. 100-106.

6. Добрышкин А.Ю. Аналитическое и экспериментальное исследование свободных колебаний разомкнутых оболочек из сплава Д19, несущих систему присоединенных масс / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн Сит Наинг // Труды МАИ. Выпуск № 98, 2018.

*- в 2-х свидетельствах о регистрации программ:*

7. Добрышкин А.Ю., Сысоев О.Е., Мишина И.Р., Григорьев Я.Ю., Григорьева А.Л. Расчет частоты ВЧКК-2015 / Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2016619086 Заявка 2016616226 От 15.06.2016 Приоритет от 12.08.2016.

8. Добрышкин А.Ю., Сысоев О.Е., Нейн Сит Ньянг, Кахоров К.К. Определение состояния конструкций, расчет оболочек, строительных материалов «ОСКРОСМ2017» / Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2017613622 Заявка 2016662970 От 28.11.2016 Приоритет от 22.03.2017.

*- в 1-м свидетельстве о регистрации патента на полезную модель:*

9. Патент на полезную модель № 185398 (РОСПАТЕНТ) / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н., Кохоров К.К., Устройство возбуждения механических колебаний. заявл. № 2018108657 зарег. от 04.11.2019г. ; приоритет от 20.04.2017. – 1 с.

*- в 1-м патенте на изобретение:*

10. Патент на изобретение № 2636789 (РОСПАТЕНТ) / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н., Колыхалов Д.Г., Устройство обследования состояния конструкций. заявл.

*- а также в других изданиях:*

11. Добрышкин А.Ю. Вынужденные колебания тонкой изогнутой пластины несущей малую присоединенную массу / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Архитектура, строительство, землеустройство и кадастры на Дальнем Востоке в XXI веке : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 18-19 апреля 2017 года. / редкол. : О. Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КНАГТУ», 2017. – 397 с. ISBN 978-5-7765-1269-8.

12. Добрышкин А.Ю. Экспериментальное исследование эффекта присоединенной массы на собственные частоты колебаний разомкнутой оболочки / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Ху Яфэнг **Архитектура, строительство, землеустройство и кадастры на Дальнем Востоке в XXI веке:** материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 20-21 апреля 2016 г. / редкол. : О.Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2016. -412 с. ISBN 978-5-7765-1241-4.

13. Добрышкин А.Ю. Влияние присоединенной массы на собственные колебания и прочность строительных конструкций / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Ху Яфэнг Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия. Научные чтения памяти профессора В. Б. Федосенко : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 26-27 ноября 2015 г. / редкол. : О. Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2015. 395 с. ISBN 978-5-7765-1181-3.

14. Добрышкин А.Ю. Влияние отсоединения массы на параболические строительные конструкции / Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Ху Яфэнг Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия. Научные чтения памяти профессора В. Б. Федосенко : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 26-27 ноября 2015 г. / редкол. : О. Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2015. 395 с. ISBN 978-5-7765-1181-3.

15. Добрышкин А.Ю., Погорельских И.В. Численное исследование собственных колебаний пластин (мембраны) // Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия : материалы V Междунар. науч.-практ. конф., Комсомольск-на-Амуре, 29–30 нояб. 2017 г. : в 2 ч. / редкол. : О. Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КНАГТУ», 2018. – Ч. 2. – 546 с. ISBN 978-5-7765-1375-6 (Ч. 2) ISBN 978-5-7765-1373-2.

**Добрышкин Артем Юрьевич**

**ВЛИЯНИЕ МАЛОЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА СОБСТВЕННЫЕ  
ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ КРУГОВЫХ  
РАЗОМКНУТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК РАЗЛИЧНОЙ  
КРИВИЗНЫ**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Подписано в печать 13.11.2018.

Формат 60 × 84 1/16. Бумага 65 г/м<sup>2</sup>. Ризограф FR3950EP-α.

Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,40. Тираж 100 экз. Заказ \_\_\_\_\_.

Полиграфическая лаборатория  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»  
681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.