

## ОТЗЫВ

официального оппонента

**к.ф.м-н. Севастьянова Георгия Мамиевича**

на диссертационную работу

**Петракова Игоря Евгеньевича**

**«Моделирование упругого деформирования композитных пластин, по-  
разному сопротивляющихся растяжению и сжатию»»,**

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8. «Механика деформируемого твердого тела»

Композиционные материалы могут показывать хорошее соотношение веса и прочности, благодаря чему нашли широкое применение в различных областях промышленности. **Актуальность** направления исследований диссертационной работы соискателя обусловлена необходимостью разработки моделей, позволяющих достоверно описывать поведение композитных материалов при нагружении и не требующих значительных вычислительных затрат. В работе предложена механическая модель композита, позволяющая учитывать разнсопротивляемость при растяжении и сжатии (т.е. асимметрию упругого отклика), а также разработан вычислительный алгоритм на основе метода конечных элементов. Диссертационное исследование Петракова И.Е. является актуальным и представляет научную ценность для моделирования композитных материалов.

Диссертационная работа изложена на 120 страницах и состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, включающего 138 источников.

Во **введении** приведены сведения об актуальности рассматриваемой научной проблемы, сформулирована цель и задачи исследования, изложены научная новизна и значимость результатов работы, приведены положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** представлен обзор основных работ по теме диссертации, изложены подходы к моделированию поведения композитных материалов, применение разработанных моделей при решении задач, а также описание реологического подхода и получены определяющие уравнения волокнистого композита.

**Вторая глава** описывает методику определения феноменологических параметров композита с помощью фотосъемки изгиба стержня. Для этого получено обобщенное уравнение эластичности Эйлера и разработан вычислительный алгоритм решения прямой и обратной статической задачи изгиба консольно-закрепленной балки под действием силы

на конце. С помощью описанной методики определен модуль Юнга при сжатии для волокнистого композита.

В **третьей главе** рассматривается плоское напряженное состояние многослойной композитной пластины. Получены определяющие уравнения, а также потенциалы напряжений и деформаций, построенные на основе реологической схемы. Приведена постановка краевой задачи и сформулированы вариационные принципы эквивалентные дифференциальной постановке. Приведены результаты вычислительных экспериментов. Проведен анализ распределения зон растяжения и сжатия при плоском напряженном состоянии прямоугольной композитной пластины с круговым отверстием под действием внешних нагрузок.

**Четвертая глава** посвящена изгибу композитных пластин и состоит из пяти разделов. В первом разделе с помощью вариационного принципа Лагранжа построен функционал упругой энергии и получено уравнение, обобщающее уравнение изгиба Софи Жермен. Во втором разделе показана корректность поставленной задачи и описан вычислительный алгоритм на основе МКЭ с использованием треугольного элемента Белла. В третьем разделе приведены результаты трех серий вычислительных экспериментов по изгибу пластины. В четвертом и пятом разделе описывается решение задачи изгиба пластины жестким штампом. Задача решена с помощью метода множителей Лагранжа, представлены результаты вычислительных экспериментов.

В **пятой главе** рассматривается задача изгиба пластины под действием произвольной системы сил. Построен функционал упругой энергии, показана единственность решения задачи минимизации этого функционала и описан вычислительный алгоритм решения задачи на основе МКЭ. Приведены результаты вычислительных экспериментов и альтернативные численные решения, полученные в программном комплексе Abaqus.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

Полученные в ходе выполнения диссертационной работы результаты являются оригинальными и обоснованными. **Достоверность** полученных результатов обусловлена использованием фундаментальных законов механики деформируемого твердого тела и использованием численных методов, применимых к данному типу задач.

**Научная новизна** работы состоит в:

- разработке новой математической модели напряженно-деформированного состояния разномодульного композитного материала;

- разработке алгоритма ее численной реализации.

**Научная и практическая значимость** результатов работы состоит в развитии обобщенного реологического метода, а полученные автором математические модели, определяющие уравнения и их программные реализации позволяют изучать поведение разномодульных композитных пластин под действием распределенной и сосредоточенной системы внешних сил.

По материалам диссертационной работы выполнены публикации в профильных для механики композитов и МДТТ в целом журналах, в т.ч. Composite Structures и ПМТФ.

По диссертационной работе Петракова И.Е. имеются **вопросы и замечания**:

1. В работе при построении определяющих соотношений используется тензор малых (инженерных) деформаций - симметричная часть градиента перемещений (стр. 48 диссертации). На стр. 32 указано, что модель имеет дело с малыми деформациями, но конечными поворотами. Эти два положения плохо сочетаются друг с другом, поскольку тензор малых деформаций не инвариантен к вращению. Например, жесткий поворот деформируемого материала (который не исключен в рассматриваемых задачах изгиба пластин) вызовет наличие ненулевых значений деформации и, следовательно, напряжений. В тексте работы стоило бы уделить место обоснованию использования тензора малых (линейных) деформаций.
2. Судя по рисункам в главе 3 расчетные величины компонент деформации трудно назвать малыми - порядка 0,1-0,2. При такой величине деформации вполне могут проявляться нелинейные упругие эффекты и, более того, пластическое течение. Было бы полезно увидеть в диссертации кривые деформирования базовых (для рассматриваемых композитов) материалов, чтобы понять, действительно ли при таких деформациях исключено необратимое деформирование, а также оценить предположение о линейности определяющих соотношений.
3. В работе рассмотрены среди прочего композиты на базе эпоксидных смол, для которых автором установлено двукратное превышение модуля Юнга на растяжение по сравнению с модулем при сжатии. Здесь стоило бы указать конкретнее марку материала. Например, данные по ряду эпоксидных смол, приведенные в монографии Амбарцумяна, скорее обратные и с более слабой разномодульностью.
4. В работе в качестве разномодульной характеристики материала упоминается только модуль Юнга. Что можно сказать о коэффициенте Пуассона? У того же Амбарцумяна аргументирована связь между упругими модулями на сжатие и

- растяжение, которые не могут сочетаться произвольно. Насколько может быть существенной разница в коэффициенте Пуассона?
5. В первой главе изложен обобщенный реологический метод, приведены модели Максвелла и Кельвина - Фойгхта для вязкоупругой среды. При этом в диссертации далее никак не обсуждаются вязкие эффекты при деформировании.
  6. Возможно, диссертант найдет интересным ознакомиться с моделью разномодульной упругости при конечных деформациях (Du et al., 2020. Tension-compression asymmetry at finite strains: A theoretical model and exact solutions // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 143, 104084. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104084>). В указанной работе есть аналитические решения в том числе задачи об изгибе пластины, правда не композитной. Авторы в частности отмечают, что изгибающий момент при некоторых условиях может снижаться с ростом кривизны пластины. Этот эффект, судя по всему, связан чисто с разномодульностью материала. Не отмечал ли диссертант чего-то подобного в численных исследованиях или же в диссертации речь идет все же преимущественно о небольших величинах прогиба, когда эффекты такого рода не проявляются?

Несмотря на указанные замечания, диссертация Петракова И.Е. производит хорошее впечатление, является законченным научным исследованием, имеет высокую научную значимость, оригинальные результаты и полностью соответствует специальности 1.1.8. «Механика деформируемого твердого тела». Автореферат диссертации правильно и полно отражает основное содержание работы.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа Петракова Игоря Евгеньевича на тему «Моделирование упругого деформирования композитных пластин, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию» соответствует пп. 9-14 положения ВАК РФ, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, является научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне и содержащей актуальные результаты исследований. В работе содержатся новые научные результаты, имеющие теоретическое и практическое значение для моделирования поведения композитных материалов, а ее автор Петраков Игорь Евгеньевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 Механика деформируемого твердого тела.

Согласен на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, их дальнейшую обработку и передачу в соответствии с

требованиями Минобрнауки.

Официальный оппонент,  
ведущий научный сотрудник ИМиМ ДВО РАН

кандидат физико-математических наук

✓

Севастьянов  
Георгий  
Мамиевич

✓

«28» сентября 2023

Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук Федерального государственного бюджетного учреждения науки Хабаровского Федерального исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской академии наук,  
681005, Россия, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, ул. Металлургов, дом 1,  
тел.: +7 (4217) 54-95-39  
e-mail: mail@imim.ru

Подпись Севастьянова Георгия Мамиевича удостоверяю.  
Директор ИМиМ ДВО РАН  
к.т.н., доцент



Комаров О.Н.