

На правах рукописи

Ткачева.

Ткачева Анастасия Валерьевна

**ЭВОЛЮЦИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
В УСЛОВИЯХ СБОРКИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ
СПОСОБОМ ГОРЯЧЕЙ ПОСАДКИ**

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук

Научный руководитель

доктор физико-математических наук, член корр. РАН, профессор, директор Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Буренин Анатолий Александрович
(г. Комсомольск-на-Амуре)

Официальные оппоненты

доктор физико-математических наук, член корр. РАН, профессор РАН, заведующий лабораторией «Дискретные модели механики» Института проблем машиноведения РАН, заведующий кафедрой «Теоретическая механика» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого,
Кривцов Антон-Иржи Мирославович
(г. Санкт-Петербург)

кандидат физико-математических наук, профессор кафедры механики и математического моделирования Инженерной школы Дальневосточного федерального университета (ДВФУ),
Любимова Ольга Николаевна
(г. Владивосток)

Ведущая организация

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, (г. Москва)

Защита состоится «21» февраля 2017 г. в 10:00 ч. на заседании диссертационного совета Д 999.055.04 в Комсомольском-на-Амуре государственном техническом университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, просп. Ленина, д. 27.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке КНАГТУ и на сайте www.knastu.ru.

Учёный секретарь
диссертационного совета канд.
физ.-мат. наук, доцент



Лошманов А.Ю.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. До настоящего времени нормативные документы по сборке горячей посадкой основаны на теории температурных напряжений в упругих телах. Связано это с тем, что расчёты температурных напряжений при учёте возможных возникновений пластических течений встречаются определённые трудности и потому изучены недостаточно. То же относится и к другим задачам теории температурных напряжений, когда температурное поле является неустановившимся и потоки тепла в теле значительны. К числу таких задач относятся задачи сварки, высокоскоростной штамповки, волочения и др. Подобные технологии широко распространены в производстве, и потому расчётное прогнозирование процессов эволюции температурных напряжений с формированием полей остаточных напряжений приобретают исключительно важное значение для технологической практики. Учитывать пластические свойства материалов, оказывается, совершенно необходимо, так как именно они зачастую определяют существо протекающих процессов деформирования. И хотя в диссертации рассмотрены только процессы, связанные со сборкой цилиндрических деталей способом горячей посадки, результаты её могут использоваться также в целом ряде других задач, например, связанных с эволюцией температурных напряжений. Фундаментальная механика неоднократно обращалась к математическому моделированию упругопластического деформирования в условиях нестационарных температурных полей, однако полного и замкнутого решения такой проблемы до сих пор не получено. Это является главной причиной тому, что не созданы и соответствующие расчетные методики. Иногда данные изменения диктуются заметными твердотельными фазовыми превращениями, хотя часто и без ощутимых таковых, но упругие модели изменяются, изменяется предел текучести. Последний, относящийся к фундаментальным параметрам упругопластического деформирования, обычно значительно падает с ростом температуры. Следовательно, поверхность нагружения, которая в условиях принятия принципа максимума Мизеса задаёт пластически потенциал, не является стационарной поверхностью в простран-

стве напряжений. Ощутимые упрощения в математическом аппарате достигаются использованием кусочно-линейных поверхностей нагружения в пространстве главных напряжений, к числу которых относится классическое условие пластичности максимальных касательных напряжений (условие Треска – Сен-Венана). Но в этом случае в условиях интенсивных температурных изменений характер пластических течений может изменяться со сменой соответствия напряжений разным граням призмы, форму которой принимает поверхность нагружения в пространстве главных напряжений. Следовательно, алгоритмы расчётов процесса деформирования должны отслеживать такие изменения, что ужесточает требования к ним и к их программной реализации. Современные вычислительные возможности в состоянии обеспечить реализацию алгоритмов, несущих в себе возможности фиксировать момент зарождения областей пластического течения, расчётно указывать закономерности продвижения упругопластических границ и границ, на которых меняются режимы течения. Создание соответствующих математических моделей, разработка в рамках таких моделей алгоритмов и программ расчётов оказывается, безусловно, актуальной задачей как для целей развития фундаментальной теории упругопластического деформирования при интенсивно изменяющихся температурных условиях, так, что, возможно, более важно, для целей совершенствования технологий.

Цель работы. Целью работы является создание математической модели, алгоритмов и программ расчётов, способных в процессе вычислений указывать распределение температурных напряжений, упругих и пластических деформаций в каждый момент времени протекания процесса горячей посадки цилиндрических деталей, включая итоговое распределение остаточных напряжений и сформированный натяг.

Задачи диссертации. Сформулированная цель позволяет указать основные задачи диссертационной работы:

- разработать математическую модель процесса горячей посадки с учётом упругопластических свойств материалов сборки и существенной зависимости предела текучести от температуры;

- адаптировать существующие программы расчетов нестационарных полей температуры для нужд расчетов температурных напряжений в рассматриваемом процессе;

- разработать алгоритмы и программы расчетов, позволяющие по рассчитанному температурному полю указать распределение перемещений, упругих и пластических деформаций, температурных напряжений;

- встроить в создаваемую методику расчетов алгоритмы для отслеживания моментов возникновения и исчезновения областей пластического течения, моментов разделения пластических областей на части, где пластическое течение происходит по-разному;

- предусмотреть алгоритмические и программные возможности в расчетах итогового распределения остаточных напряжений и итогового натяга в сборке.

Положения, выносимые на защиту:

- математическая модель процесса сборки упругопластических цилиндрических деталей способом горячей посадки для случаев плоской деформации и плоского напряжённого состояния при условии зависимости предела текучести от температуры;

- алгоритмы и программы расчётов неустановившихся температурных напряжений в условиях нестационарных распределениях температуры и продолжающегося процесса теплопроводности;

- алгоритмы отслеживания моментов возникновения областей пластического течения и моментов перестройки течения при переходе напряжённых состояний с грани поверхности нагружения на ребро и далее на иную грань;

- установленные средствами математического моделирования качественные особенности процесса упругопластического деформирования, связанные с использованием кусочно-линейных потенциалов теории пластического течения и зависимостью предела текучести от температуры;

- разработанные вычислительные средства для расчёта итогового распределения остаточных напряжений в материалах сборки и сформированного натяга.

Научная новизна работы заключается в создании математической модели эволюции температурных напряжений, задаваемой интенсивным изменением температуры и учитывающей пластические свойства деформируемых материалов. Предполагается, что пластическое течение связано с использованием классических кусочно-линейных условий текучести, в которых предел текучести существенно зависит от температуры. В рамках такой модели созданы алгоритмы и программы расчётов неустановившихся температурных напряжений в каждый рассчитываемый момент времени. На примере решения краевых задач теории температурных напряжений о сборке цилиндрических деталей способом горячей посадки расчётно установлена последовательность возникновения различных областей пластического течения в зависимости от соответствия напряжений разным граням и рёбрам кусочно-линейной поверхности нагружения в пространстве главных напряжений. Установлена возможность повторного пластического течения при дальнейшем остывании сборки. Эти качественные результаты носят общетеоретический характер и важно, что такие особенности процесса следуют при использовании классического условия пластического течения Треска – Сен-Венана. Данное обстоятельство требует своего учёта не только в задачах сборки горячей посадкой, но и в других задачах по расчёту температурных напряжений в упругопластических телах.

Разработаны новые алгоритмы и программы расчётов эволюции температурных напряжений в упругопластических материалах в условиях зависимости предела текучести от температуры, позволяющие отслеживать моменты зарождения пластических областей, положения упругопластических границ и продвигающихся границ в области течения, разделяющих пластические области на части, в которых течение подчинено разным уравнениям теории пластичности.

Достоверность результатов диссертационной работы базируется на использовании классических подходов механики сплошных сред, корректности математических выкладок, использовании общепринятых процедур расчетов и сравнении с известными решениями в теории температурных напряжений в упругих материалах.

Практическое значение. Результаты работы направлены на совершенствование методик и расчётного прогнозирования признанной технологической операции. Они могут использоваться в расчётах и при составлении соответствующих методик для других технологических операций, где технологический процесс определяется интенсивными термомеханическими воздействиями.

Публикации. Основные результаты исследований и содержание диссертационной работы опубликованы в 10 печатных работах, из них 4 рекомендованы ВАК РФ для публикации основных научных результатов для соискания ученой степени доктора и кандидата наук. Разработанная программа расчётов соответствующим образом зарегистрирована.

Личный вклад автора. Все основные результаты, составившие диссертацию, получены автором лично. Соавторы публикаций по теме диссертации участвовали в обсуждении постановочной части решаемых задач и результатов вычислений по разработанным автором программам расчётов. В диссертации отсутствуют заимствованные материалы и результаты других исследований, а когда по логике изложений такие сведения оказываются необходимыми, то они снабжены соответствующими ссылками на авторов и литературные источники.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка литературы из 153 источников. Работа изложена на 236 страницах, содержит 73 таблицы и 119 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении на основе приведённого обзора литературы, посвящённой развитию теории термопластичной и, в частности, теории температурных напряжений в упругопластических телах, устанавливается место предпринимаемого исследования в таком развитии, формируется его цель и ставятся задачи, которые при этом предполагается разрешить. Отмечены классические результаты теории, которые получили В. П. Багмутов, И. А. Биргер, А. А. Ильюшин, В. А. Ломакин, В. Е. Лошкарёв, Н. В. Новиков, Ю. И. Няшин, Б. Е. Победря, А. А. Поздеев,

Ю. Н. Работнов, Н. Н. Рыкалин, П. В. Трусков, Ю. Н. Шевченко, А. Д. Чернышев, D. Bland, B. Boly, R. Hill, W. T. Koiter, H. Parkus, P. Perzyna, A. Sawczuk, J. H. Weiner и др.

Современное состояние теории термопластичности представляется большим числом авторов, поскольку это динамически развивающееся направление механики. В обзоре основное внимание уделяется работам, так или иначе связанным с задачей горячей посадки. Это публикации С. А. Александрова, В. А. Барвинка, Е. П. Даца, И. Н. Захарова, Н. Н. Загряцкого, В. Г. Лешковцева, Е. В. Ломакина, Е. В. Мурашкина, В. И. Одинокова, А. М. Покровского, А. В. Скобленко, M. Bengeri, U. Gamer, A. Kovacs, W. Mack, Y. Orian и др.

В первой главе приводятся основные соотношения используемой в диссертации математической модели теории температурных напряжений в упругопластических телах:

$$\sigma_{ij,j} = 0; e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}); \sigma_{ij} = (\lambda e_{kk}^e - 3\alpha K(T - T_0))\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}^e; \quad (1)$$

$$de_{ij}^p = d\psi \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}; \quad d\psi > 0; \quad f(\sigma_{ij}) = \max|\sigma_i - \sigma_j| - 2k,$$

где σ_{ij} , e_{ij} – компоненты тензора малых деформаций и напряжений, e_{ij}^e и e_{ij}^p – упругая и пластическая составляющие тензора деформаций; u_i – компоненты вектора перемещений; λ , μ , $K = \lambda + 2/3\mu$ – упругие постоянные; α – коэффициент линейного расширения; k – предел текучести; T , T_0 – текущая и комнатная температуры соответственно; σ_i – главные значения тензора напряжений.

Основное отличие в данной системе уравнений от классического случая заключается в том, что предел текучести полагается зависимым от температуры. В работе будут использоваться две такие зависимости – линейная и квадратичная:

$$k(T) = k_0((T_p - T_0)^{-1}(T_p - T)); \quad k(T) = k_0((T_p - T_0)^{-2}(T_p - T)^2), \quad (2)$$

где k_0 – предел текучести при комнатной температуре; T_p – температура плавления.

В теории температурных напряжений связанностью процессом деформирования и теплопроводности пренебрегают. В этом случае уравнение теплопроводности приобретает форму

$$T_{,t} = aT_{j,j}, \quad (3)$$

где t – время; a – коэффициент температуропроводности.

Таким способом распределение температур вычисляется независимо от процесса деформирования, но распределение параметров напряженно-деформированного состояния задается не только внешним механическим воздействием, но также и распределением температуры.

Система уравнений (1) – (3) является замкнутой как для областей обратимого деформирования, так и для областей пластического течения.

Во **второй главе** решается краевая задача теории температурных напряжений о горячей посадке цилиндрической муфты на вал. На данном примере подробно описаны алгоритмы строящегося приближенного (численного) решения краевых задач данного класса и отмечаются его качественные особенности. При этом расчёты проводятся для такого случая, чтобы все возможные качественные эффекты смогли проявиться.

Цилиндрическая муфта, равномерно нагретая до температуры T_* и имеющая при этом размеры $R_1 \leq r \leq R_2$, насаживается на вал с размерами $0 \leq r \leq R_1$, находящийся при комнатной температуре T_0 . Полагая муфту и вал длинными и пренебрегая краевыми эффектами на торцах, получаем одномерную задачу теории температурных напряжений. Согласно осевой симметрии в цилиндрической системе координат уравнения теплопроводности перенимает вид

$$T_{,t} = a(T_{,rr} + r^{-1}T_{,r}).$$

В качестве граничных условий температурной задачи имеем:

$$T_{,t}|_{r=0} = 0, \quad \chi_1(T_{,r}^{(1)})|_{r=R_1} = -\chi_2(T_{,r}^{(2)})|_{r=R_1}, \quad T^{(1)}|_{r=R_1} = T^{(2)}|_{r=R_1} \quad \text{и} \quad T_{,r}|_{r=R_2} = \zeta(T_0 - T),$$

где χ_1, χ_2 – коэффициенты теплопроводности вала и муфты соответственно; ζ – коэффициент теплоотдачи нагретого металла в окружающую среду.

Начальными условиями для уравнения теплопроводности будут: при $0 \leq r \leq R_1$ $T = T_0$; при $R_1 \leq r \leq R_2$ $T = T_*$. Данная температурная задача не содержит трудностей для своего решения. Она может быть решена аналитически либо численно в каждый рассматриваемый момент времени. Если записать уравнение равновесия

$$\sigma_r + r^{-1}(\sigma_r - \sigma_\varphi) = 0 \quad (4)$$

в перемещениях, то его можно проинтегрировать и получить распределение перемещений и напряжений в последующие моменты времени в зависимости от распределения температуры. Постоянные интегрирования (функции времени) следует найти в каждый момент времени решением системы алгебраических уравнений, следующей из краевых условий: $u_r|_{r=0} = 0$; $\sigma_r^{(1)}|_{r=R_1} = \sigma_r^{(2)}|_{r=R_1}$;

$u_r^{(1)}|_{r=R_1} = u_r^{(2)}|_{r=R_1}$; $\sigma_r^{(2)}|_{r=R_2} = 0$. Решение такой термоупругой задачи известно.

Со временем за счёт теплопроводности распределение температуры изменяется и, как показывают расчёты, в некоторый момент времени $t = t_1$ (рис.1) на поверхности контакта в материале муфты выполняется условие пластического течения Треска – Сен-Венана в виде $\sigma_r - \sigma_\varphi = -2k$. Здесь возникает и далее продвигается упругопластическая граница $r = n_1(t)$, которая разделит материал сборки на три области упруго $0 \leq r \leq R_1$, $n_1(t) \leq r \leq R_0$ и пластически $R_1 \leq r \leq n_1(t)$ деформируемые. В области пластического деформирования растут необратимые деформации e_r^p и e_φ^p . Уравнение равновесия (4), согласно следствиям ассоциированного закона пластического течения, принимает форму

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (ru_r) \right) \right) = -(\lambda + \mu)^{-1} \left(\frac{2}{r} k + \frac{\partial k}{\partial r} + 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

Его также удаётся проинтегрировать и получить распределения перемещений, деформаций и напряжений в каждый последующий за моментом времени t_1 в зависимости от распределения температуры по материалам сборки. К имеющимся константам интегрирования (функциям времени) добавляются ещё две, неизвестным окажется в рассчитываемый момент времени и положение упруго-пластической границы. При этом к краевым условиям добавятся условия непрерывности радиального напряжения и перемещения на упругопластической границе $r = n_1(t)$. К системе алгебраических уравнений, решением которой вычисляются в рассматриваемый момент времени значения функций времени, появляющихся при интегрировании уравнений равновесия в трёх областях деформирования и значения $n_1(t)$, добавятся, таким образом, ещё три уравнения.

Постепенное выравнивание температуры в материале сборки приводит к затуханию пластического течения, вследствие чего на поверхности контакта в момент времени $t = t_2 > t_1$ зарождается разгружающая упругопластическая граница $r = m_1(t)$ (см. рис.1). Такая граница движется по материалу муфты к продолжающей перемещаться упругопластической границе $n_1(t)$. В области $R_1 \leq r \leq m_1(t)$ материал муфты деформируется упруго с наличием неизменяющихся со временем необратимых деформаций $p_r(r)$ и $p_\varphi(r)$. Данные значения вычисляются значениями необратимых деформаций $e_r^p(r, t)$ и $e_\varphi^p(r, t)$ в момент прихода в точку r разгружающей упругопластической границы $r = m_1(t)$. Следовательно, несмотря на обратимое деформирование в области $R_1 \leq r \leq m_1(t)$ уравнение равновесия принимает отличную от (4) форму

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) \right) = 3\alpha \frac{K}{2\mu + \lambda} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2\mu}{2\mu + \lambda} \left(\frac{\partial p_r}{\partial r} + 2 \frac{p_r}{r} \right). \quad (5)$$

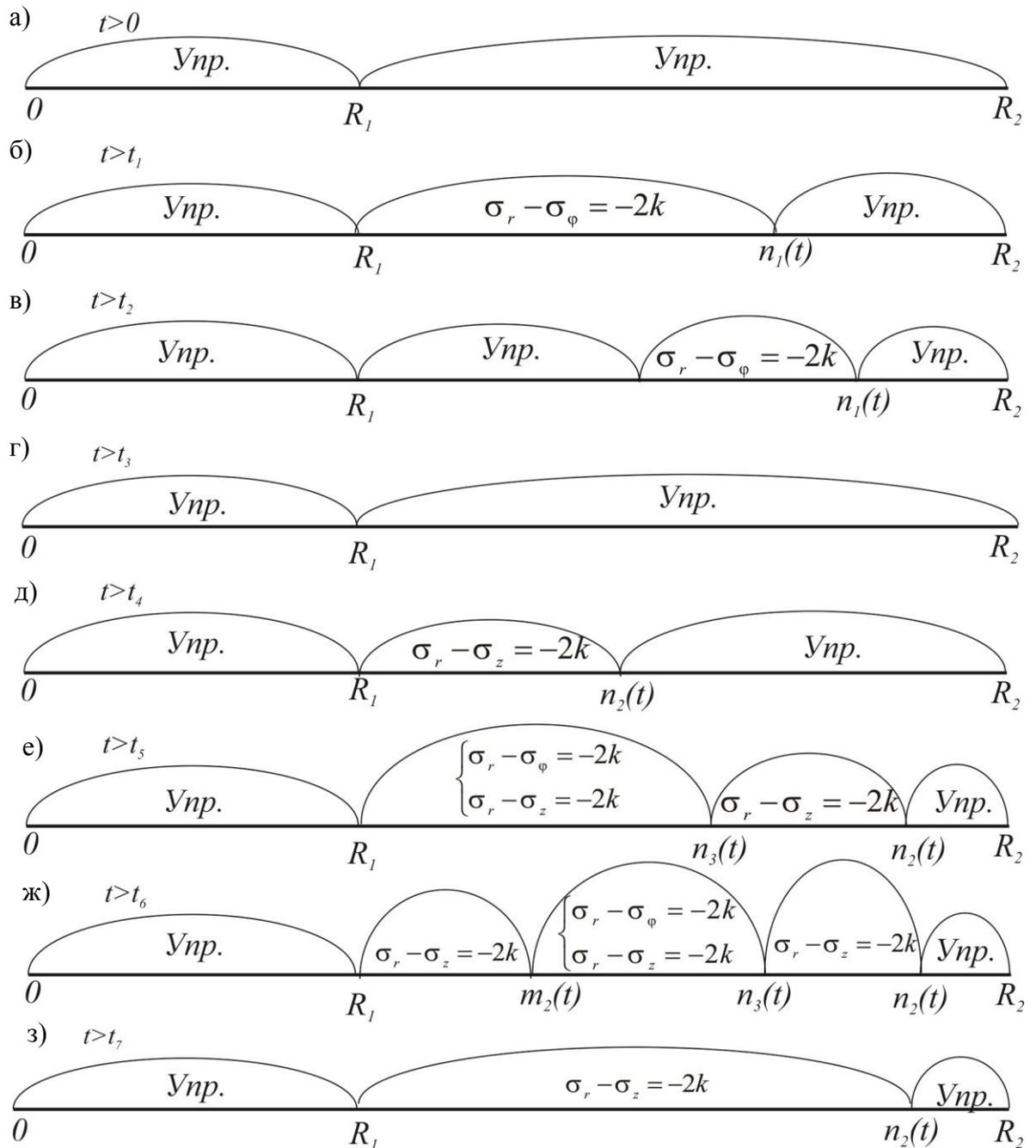


Рисунок 1. Схематичное представление возникновения и исчезновения различных областей пластического деформирования: а – термоупругое деформирование; б – развитие первой области пластического течения и т.д.

Уравнение (5) также возможно проинтегрировать. К уже существующим коэффициентам интегрирования (функциям времени) добавятся ещё два коэффициента, для нахождения значений которых, как и положений упругопластических границ, в каждый последующий момент времени следует решать систему линейных уравнений, включающую в себя прежние краевые условия и вновь появившиеся условия равенства радиальных напряжений и перемещений на упругопла-

стической границе $r = m_1(t)$. В такую систему алгебраических уравнений включаются также условия соответствия напряженных состояний грани призмы Треска.

В момент времени $t = t_3$ границы совпадут $m_1(t_3) = n_1(t_3)$, и далее материал муфты снова будет деформироваться упруго (см. рисунок 1). Проводя последующие расчёты, связанные с дальнейшими шагами по времени, получаем, что в некоторый момент времени $t = t_4$ на поверхности контакта в материале муфты выполняется условие пластического течения Треска в виде $\sigma_r - \sigma_z = -2k$, что приводит к появлению повторного пластического течения и возникновению упругопластической границы $r = n_2(t)$. Уравнение равновесия в области повторного пластического течения $R_1 \leq r \leq n_2(t)$ примет вид

$$g \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{g}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - w \frac{u_r}{r^2} = 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial r} + \left(\frac{\partial k}{\partial r} + \frac{k}{r} \right) + 3\mu r^{-1} p_r + \mu p_{r,r}. \quad (6)$$

Проводя дальнейшие расчеты, связанные с последующими шагами по времени, получаем, что в некоторый момент времени $t = t_5$ на поверхности контакта $r = R_1$ в области пластического деформирования муфты происходит выход на ребро призмы Треска $\sigma_r - \sigma_z = -2k$, $\sigma_z = \sigma_\varphi$ (см. рисунок 1). Уравнение равновесия в области полного пластического течения $R_1 \leq r \leq n_3(t)$ принимает вид

$$K \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r u_r) \right) \right) = 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial r} + 4/3 \frac{\partial k}{\partial r} + 2 \frac{k}{r} + 2K \left(\frac{\partial p_r}{\partial r} + \frac{\partial p_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial p_z}{\partial r} \right). \quad (7)$$

В обоих этих случаях удастся проинтегрировать уравнения равновесия (6), (7) и решением соответствующей системы алгебраических уравнений в каждый момент времени вычислить значения функции времени, появляющихся при таком интегрировании, а также указать положения всех граничных поверхностей, разделяющих области деформирования на части, в которых деформирования подчиняется разным системам уравнений.

Повторное пластическое течение может прекратиться при полном остывании, а может сохраниться и далее перейти в разряд нейтрального нагружения,

связанного с тем, что условие пластичности будет выполняться, а роста необратимых деформаций происходить не будет. Уравнение равновесия для остаточных напряжений принимает вид

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_r) \right) = - \frac{2\mu}{r(2\mu + \lambda)} (p_r - p_\varphi) - \frac{\lambda}{2\mu + \lambda} \frac{d}{dr} (p_z + p_\varphi) + \frac{dp_r}{dr}. \quad (8)$$

Важно ещё заметить, что описанный выше алгоритм расчётов имеет общий характер. Общий в том смысле, что в целом ряде конкретных расчётов некоторые из описанных стадий пластического течения могут отсутствовать, но появление иных (не описанных здесь стадий) исключено. В качестве иллюстрации приведём именно такой случай, когда необходимо использовать как раз алгоритм расчётов в его общем (представленном выше) виде. С этой целью выберем бронзовый вал радиусом 0,06м (бронза БрАЖ9-4) и латунную муфту внешним радиусом 0,1м (латунь ЛМш68-0.05), последнюю нагреем до 300°C. В таком случае материал муфты проходит все отмечанные стадии пластического течения, включая и полное пластическое течение, и повторное. В качестве упругих постоянных, предела текучести при комнатной температуре, коэффициентов линейного расширения и температуропроводности были взяты справочные данные для этих металлов. Распределение итоговых (остаточных) безразмерных, отнесённых к пределу текучести k_0 при комнатной температуре, напряжений σ_r (сплошная линия), σ_φ (пунктирная линия) и σ_z (штрихпунктирная линия) показаны на рисунке 2, а. Если и вал, и муфта изготовлены из одного материала (бронза БрАЖ9-4), то состояние полной пластичности (на ребре призмы Треска) в условиях нагрева муфты до температуры 300°C отсутствует (рисунок 2, б), в то время как повторное пластическое течение имеет место. То же происходит, если на стальной вал (Ст45) насаживается стальная муфта, нагретая до той же температуры 300°C. Как и заведомо прогнозировалось в последнем случае (рисунок 2, в), итоговый натяг оказывается наибольшим из всех рассчитываемых случаев для популярных конструкционных материалов. Но натяг существенно уменьшается, когда муфта

изготавливается из стали 12Х17 (212 МПа против 263МПа), что связано с существенным понижением предела текучести (275 МПа против 360 МПа).

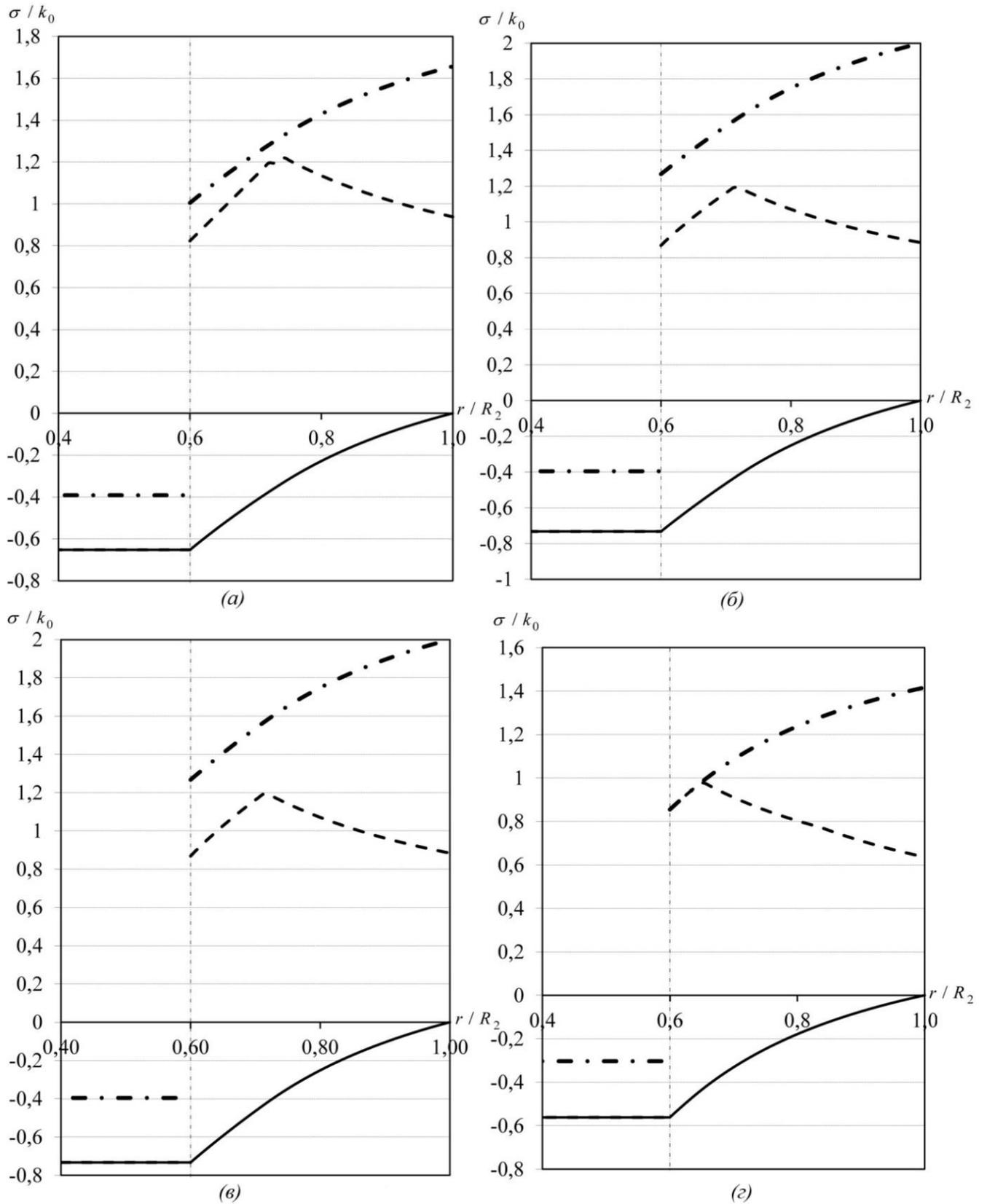


Рисунок 2. Распределение остаточных напряжений

Отметим ещё один существенный качественный момент: при посадке дюралоуминивой муфты (Д16т) на стальной вал (Ст45) часть материала муфты остается при полном остывании сборки до комнатной температуры в напряжённом состоянии, соответствующем состоянию полной пластичности (ребру призмы Треска) (рисунок 2, ε), несмотря на то, что деформирование материала прекратилось.

Упрощение, связанное с использованием кусочно-линейного пластического потенциала (условие пластичности Треска – Сен-Венана), определяется возможностью проинтегрировать уравнение равновесия. Таким способом удаётся избежать необходимости использовать методы расчётов, опирающиеся на дискретные представления области деформирования (методы конечных разностей, или конечных элементов). Выше продемонстрирован алгоритм решения задачи, представляющий собой пошаговые по времени расчёты, где значения постоянных интегрирования (функций времени) определяются в каждый момент времени решением систем алгебраических уравнений. Важно при этом алгоритмически отслеживать (вычислять) положения продвигающихся границ, разделяющих области, в которых деформирование задаётся разными системами уравнений, места и моменты времени возникновения таких границ. Создание комплекса программ, отвечающих данным требованиям, является итоговым результатом настоящей диссертации.

Третья глава обобщает основные результаты предыдущей, когда вместо вала в конструкции присутствует внутренняя труба с внутренним радиусом $r = R_0$. Отличие здесь заключается в том, что возможны случаи, когда наряду с необратимым деформированием материала внешней трубы, так же, как ранее муфты, необратимо деформируется материал и внутренней трубы. Это обстоятельство только увеличивает объём вычислений, не внося в алгоритмы и программы расчётов новых качественных особенностей.

Приведем для примера некоторые результаты многочисленных вычислительных экспериментов, в которых изменялись упругие постоянные и пределы текучести, а также внешние и внутренние радиусы труб (рисунок 3).

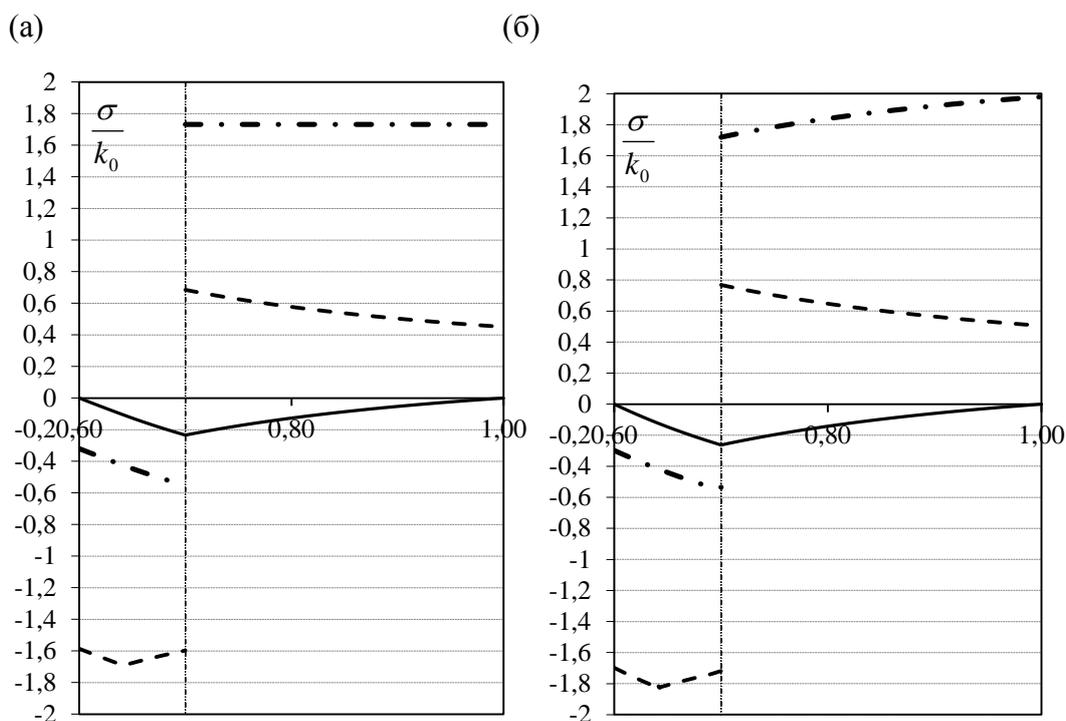


Рисунок 3. Распределение остаточных напряжений в материалах бронзовой (а) и стальной (б) трубах

На рисунке 3 показаны распределения остаточных напряжений в материалах составных труб одинаковой толщины, когда обе из них изготовлены из одного и того же материала: бронза БрАЖ9-4 (см. рисунок 3, а) и сталь 12Х17 (см. рисунок 3, б). Расчёты показали, что обе стальные трубы в условиях, когда внешняя из них первоначально нагревалась до температуры 300°С, в процессе посадки приобретали необратимые деформации, а из бронзовых при тех же начальных условиях пластическое течение наблюдалось только в материале внутренней трубы. Следовательно, вычислительные эксперименты показывают, что в зависимости от материала и толщины труб пластическому течению могут подвергаться как материал одной из них, так и обеих. Но все эти возможности предложенный алгоритм расчётов после задания начальной геометрии и первоначального нагрева способен отслеживать.

В четвертой главе разработанные алгоритмы и программы расчётов переносятся на плоское напряжённое состояние. В качестве иллюстрирующего примера рассмотрена задача горячей посадки «кольца в кольцо». Показано, что необратимому деформированию в зависимости от начальных размеров и предваритель-

ного нагревания для разных материалов колец пластическое течение может происходить в материалах как обеих составляющих конструкции, так и в одной из них. Схема возможных возникновений областей необратимых деформирования приведена на рисунке 4. Заметим, что расчётами не удалось в данном случае обнаружить возникновения повторных пластических течений и состояний полной пластичности.

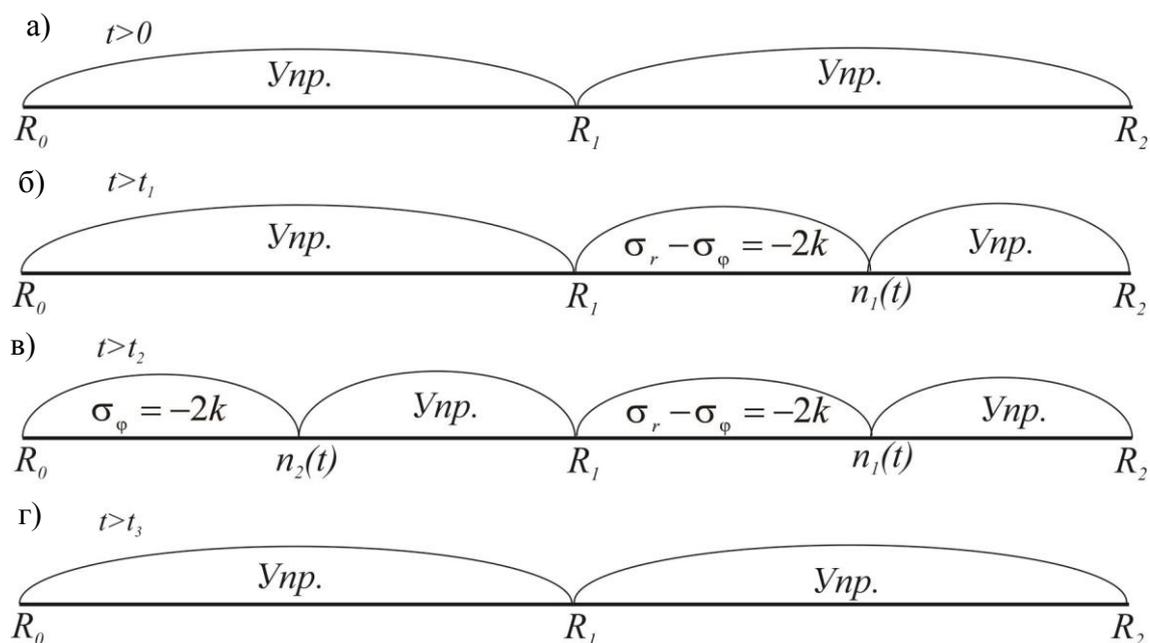


Рисунок 4. Схематичное представление возникновения и исчезновения различных областей пластического деформирования: а – термоупругое деформирование;

б – развитие первой области пластического течения и т.д.

На рисунке 5 показано распределение остаточных напряжений в материале сборки, когда оба кольца изготовлены из одинакового материала – сталь 12Х17 (см. рисунок 5, а), или когда материал внутреннего кольца является сталью Ст45 (см. рисунок 5, б), а внешнего – сталью 12Х17. В обоих случаях внешнее кольцо нагревалось до температуры 350°С, а внутренне оставалось при комнатной температуре 20 °С. В этом случае оба кольца приобретают необратимые деформации, но натяг оказывается разным и, соответственно, составляет 85,85 и 111,15 МПа. Вычислительные эксперименты показывают, что такое положение не является общим. В зависимости от материалов сборки и ширины колец необратимые деформации могут приобретать как внутренние, так и внешние элементы сборки.

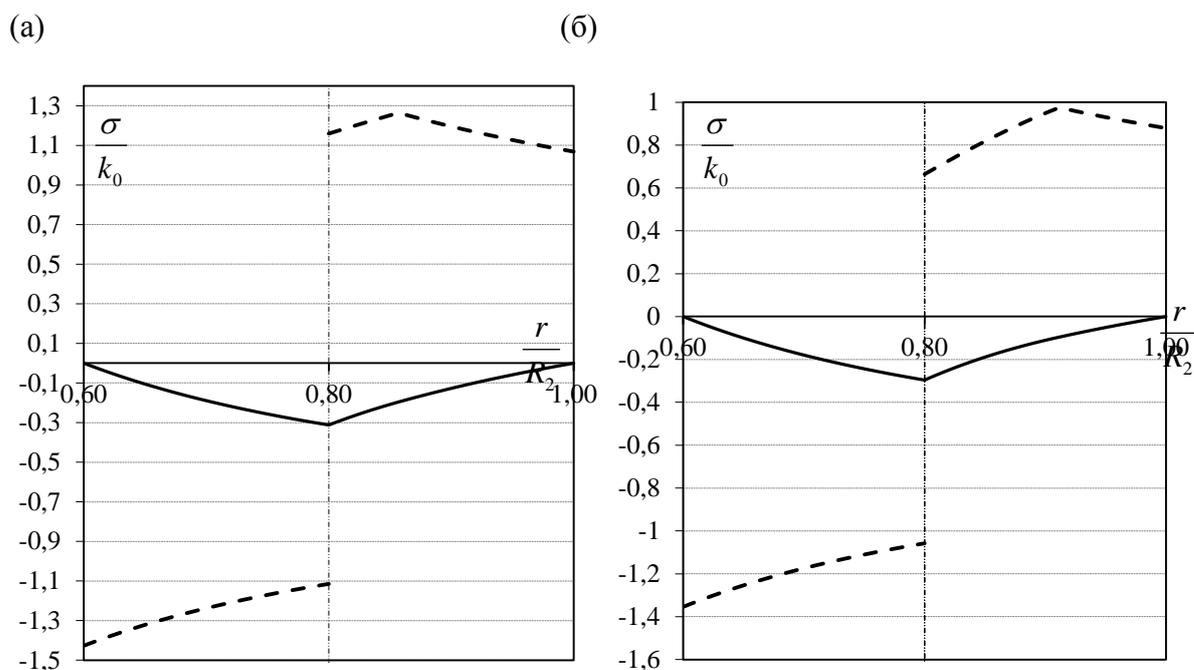


Рисунок 5. Распределение остаточных напряжений в материалах стального (а) и составного (б) колец

В этом случае имеется возможность для сравнения так, как в подобной постановке задачи посадки колец рассматривалась ранее (M. Bengeri, W. Mask и Y. Ogean, U. Gamer). В условиях одинакового выбора для постоянных материалов сборки и линейной зависимости предела текучести от температуры распределения остаточных напряжений, рассчитанные нами совпадают с точностью до ошибки вычислений с данными соответствующих статей.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В настоящей диссертационной работе разработаны средства математического моделирования технологической операции, называемой «сборкой способом горячей посадки цилиндрических деталей». Оно основано на теории температурных напряжений в упругопластических телах с учётом существенной зависимости предела текучести от температуры. Использование классического кусочно-линейного условия пластического течения позволило разработать алгоритм, по существу, численно-аналитических расчётов. Составленные по данному алгоритму программы расчётов способны на каждом временном шаге расчётов отследить

зарождение и исчезновение различных областей пластического течения, указать закономерности продвижения по материалам границ раздела таких областей, а также рассчитать итоговое распределение остаточных напряжений и сформированный в сборке натяг.

Целым рядом проведенных вычислительных экспериментов были установлены в качестве следствия используемой математической модели новые, ранее не отмеченные механические эффекты: возможности для материалов сборки оказаться в состоянии полной пластичности; возможность повторного пластического течения. Последние следует учитывать в моделировании иных технологических операций, в основании которых используются неустановившиеся термомеханические процессы.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК.

1. Буренин, А. А. К вопросу математического моделирования процесса горячей посадки цилиндрических металлоизделии / А. А. Буренин, Е. П. Дац, А.В. Ткачева // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2013. – Т. 17. – № 3 (59). – С. 40.

2. Дац, Е. П. Сборка конструкции «кольцо в кольцо» способом горячей посадки / Е. П. Дац, А. В. Ткачева, Р. В. Шпорт // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия «Механика предельного состояния». – 2014. – Т.22. – № 4. – С. 204.

3. Дац, Е. П. Кусочно-линейные пластические потенциалы в задачах теории температурных напряжений о сборке горячей посадкой / Е. П. Дац, М. Р. Петров, А. В Ткачева // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия «Механика предельного состояния». – 2015. – Т. 26. – № 4. – С. 162.

4. Дац, Е. П. Технологические температурные напряжения в процессах горячей посадки при учете пластических течений в материалах сборки / Е. П. Дац,

А. В. Ткачева // Прикладная механика и техническая физика. –Т. 57. – № 3. – 2016. – С.208.

Регистрация программы

Ткачева, А. В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Математическое моделирование температурных и деформационных процессов, сопровождающих технологию горячей посадки в сборке металлоконструкций» / А. В. Ткачева, Е. П. Дац. – 3 июля 2015. – № 2015617259.

Статьи и материалы конференций.

1. Ткачева, А. В. Математическая модель процесса горячей посадки цилиндрических деталей / А. В. Ткачева, Е. П. Дац // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твёрдого тела (Чебоксары, 16-21 июня 2014 г.). В 2 ч. Ч. 2 / под ред. Н. Ф. Морозова, Б. Г. Миронова, А. В. Манжирова. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т. – 2014. – С. 198.

2. Ткачева, А. В. Построение математической модели горячей посадки цилиндров / А. В. Ткачева, Е. П. Дац // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы IV научно-практической internet-конференции. 14-15 мая 2014 г. / отв. ред. Ю.С. Нагорнов. – Ульяновск: SIMJET. – 2014.– С. 210.

3. Ткачева, А. В. Численное исследование температурных напряжений, вызванных процессом горячей посадки цилиндрических деталей / А. В. Ткачева, Е. П. Дац // Сборник докладов международной конференции «Успехи механики сплошных сред», приуроченной к 75-летию академика В. А. Левина. – Иркутск : Изд-во «ООО Мегапринт». – 2014. – С. 481.

4. Дац, Е.П. Исследование необратимых деформаций в материале биметаллической трубы, полученной в результате горячей посадки / Е.П. Дац, А. В. Ткачева // Материалы XIX международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС' 2015), Алушта. – М. : Изд-во МАИ. – 2015. – С.51.

5. Дац, Е. П. Исследования остаточных напряжений в материале цилиндрических соединений, полученных в результате горячей посадки / Е. П. Дац, А. В. Ткачева // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики : сборник докладов. – Казань : Изд-во Казанского (Приволжского) федерального университета. – 2015. – С. 1140.

6. Ткачева, А. В. Необратимые деформации биметаллической трубы, полученной в результате горячей посадки / А. В. Ткачева, Е. П. Дац // Проблемы и достижения в инновационных материалах и технологиях машиностроения : материалы междунар. науч.-техн. конф., Комсомольск-на-Амуре, 12-16 мая 2015 г. / редкол. О. Ю. Еренков. – Комсомольск-на-Амуре : Изд-во ФГБОУ ВО «КНАГТУ». – 2015. – С. 271.

7. Ткачева, А. В. Об учёте пластического течения при сборке биметаллического кольца способом горячей посадки / А. В. Ткачева // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы VI научно-практической internet-конференции. 14-15 мая 2015 г. / отв. ред. Ю. С. Нагорнов. – Ульяновск : SIMJET. – 2015. – С. 275.