

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

На правах рукописи

Чернышова Дарья Витальевна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И  
СФЕРИЧЕСКОЙ КЕРАМИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКОВЫХ ФОРМ ПРИ  
ЗАТВЕРДЕВАНИИ В НИХ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ

Специальность 1.1.8 –  
Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Дмитриев Эдуард Анатольевич

Комсомольск-на-Амуре – 2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....                                                                                                                                                                      | 5  |
| ВВЕДЕНИЕ.....                                                                                                                                                                               | 6  |
| 1 АНАЛИЗ КАЧЕСТВА И СВОЙСТВ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧКОВЫХ<br>ФОРМ ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ.....                                                                                                   | 15 |
| 1.1 Развитие исследований по технологии формообразования и структурам<br>многослойных оболочковых форм в целях повышения их трещиностойкости ..                                             | 15 |
| 1.2 Математические методы, модели и комплексы программ, используемые в<br>литейном производстве и при исследовании напряженного состояния<br>оболочковых форм по выплавляемым моделям ..... | 21 |
| 1.3 Исследуемые в работе области системы, типы структур и параметры<br>оболочковых форм .....                                                                                               | 28 |
| Выводы.....                                                                                                                                                                                 | 34 |
| 2 ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАПРЯЖЕННО-<br>ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ КЕРАМИЧЕСКОЙ<br>ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ .....                                                             | 36 |
| 2.1 Математическая постановка задачи .....                                                                                                                                                  | 38 |
| 2.2 Численная схема решения задачи .....                                                                                                                                                    | 43 |
| 2.3 Общий алгоритм решения задачи .....                                                                                                                                                     | 47 |
| Выводы.....                                                                                                                                                                                 | 48 |
| 3 ЗАДАЧА О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННЕГО<br>МЕЖСЛОЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА НАПРЯЖЕННО-<br>ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ.....                                     | 49 |
| 3.1 Математическая постановка задачи.....                                                                                                                                                   | 49 |
| 3.2 Результаты решения задачи .....                                                                                                                                                         | 50 |

|                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3 Новые технологические решения по управлению трещиностойкостью<br>оболочковой формы .....                                                                               | 54 |
| Выводы .....                                                                                                                                                               | 60 |
| 4 ЗАДАЧА О МОДЕЛИРОВАНИИ ВНЕШНЕГО СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ<br>НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ<br>ПРИ ЗАЛИВКЕ И ЗАТВЕРДЕВАНИИ В НЕЙ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ ..... | 61 |
| 4.1 Математическая постановка задачи .....                                                                                                                                 | 61 |
| 4.2 Результаты решения задачи .....                                                                                                                                        | 62 |
| 4.3 Новые технологические решения по снижению силового влияния опорного<br>наполнителя на оболочковую форму при прокаливании и заливке металлом....                        | 68 |
| Выводы .....                                                                                                                                                               | 71 |
| 5 ЗАДАЧИ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ВНУТРЕННЕЙ МАКРОСТРУКТУРЫ,<br>ВЕЛИЧИНЫ ТРЕНИЯ МЕЖДУ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМОЙ И ОПОРНЫМ<br>НАПОЛНИТЕЛЕМ .....                                             | 72 |
| 5.1 Задача по оптимизации внутренней макроструктуры.....                                                                                                                   | 72 |
| 5.1.1 Математическая постановка задачи по оптимизации внутренней<br>макроструктуры.....                                                                                    | 72 |
| 5.1.2 Алгоритм решения задачи по оптимизации внутренней макроструктуры<br>.....                                                                                            | 74 |
| 5.1.3 Результаты решения задачи по оптимизации внутренней<br>макроструктуры.....                                                                                           | 76 |
| 5.2 Задача по оптимизации величины трения между ОФ и ОН .....                                                                                                              | 78 |
| 5.2.1 Математическая постановка задачи по оптимизации величины трения<br>между ОФ и ОН.....                                                                                | 78 |
| 5.2.2 Алгоритм решения задачи по оптимизации величины трения между ОФ<br>и ОН .....                                                                                        | 79 |

|                                                                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.2.3 Результаты решения задачи по оптимизации величины трения между<br>ОФ и ОН .....                                                                 | 81  |
| Выводы .....                                                                                                                                          | 85  |
| 6 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ<br>КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ В НЕЙ<br>СТАЛЬНОЙ ШАРООБРАЗНОЙ ОТЛИВКИ ..... | 86  |
| 6.1 Построение математической модели деформирования сферической<br>керамической оболочковой формы .....                                               | 86  |
| 6.1.1 Инженерная постановка задачи .....                                                                                                              | 86  |
| 6.1.2 Математическая постановка задачи .....                                                                                                          | 86  |
| 6.1.3 Алгоритм решения задачи .....                                                                                                                   | 93  |
| 6.1.4 Результаты решения задачи .....                                                                                                                 | 95  |
| 6.2 Моделирование напряженно-деформированное состояния и оптимизация<br>угла охвата сферической оболочковой формы опорным наполнителем .....          | 102 |
| 6.3 Оценка результатов численного моделирования трещиностойкости<br>цилиндрических и сферических оболочковых форм .....                               | 110 |
| 6.4 Новые технологические решения по управлению трещиностойкостью<br>сферической оболочковой формы .....                                              | 115 |
| Выводы .....                                                                                                                                          | 117 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....                                                                                                                                      | 120 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....                                                                                                                               | 121 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ А .....                                                                                                                                    | 138 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б .....                                                                                                                                    | 139 |

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

|      |                                            |
|------|--------------------------------------------|
| ВМ   | - выплавляемая модель;                     |
| ЖМ   | - жидкий металл;                           |
| ТМ   | - твердый металл;                          |
| ЛВМ  | - литье по выплавляемым моделям;           |
| ЛМОФ | - литейная многослойная оболочковая форма; |
| ЛП   | - литейное производство;                   |
| НС   | - напряженное состояние;                   |
| НДС  | - напряженно-деформированное состояние;    |
| КОФ  | - керамическая оболочковая форма;          |
| ОН   | - опорный наполнитель;                     |
| ОФ   | - оболочковая форма.                       |

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Технология литья по выплавляемым моделям (ВМ) остается одной из самых востребованных технологий получения отливок высокой геометрической сложности с сохранением требуемой точности [1, 2]. Основной трудноустранимой и бракопроизводящей особенностью этой операции являются часто сопутствующие ей дефекты растрескивания керамических оболочковых форм (КОФ) и даже разрушение. Эти дефекты в форме макро- и микротрещин могут возникать и на стадии выплавления моделей, и при прокаливании оболочковых форм (ОФ), и, преимущественно, на стадии заливки расплавленного металла в КОФ с последующей его кристаллизацией и охлаждением отливки. Главной причиной такого дефектообразования, несомненно, оказывается недопустимо высокий уровень в материале ОФ температурных напряжений. Последние являются следствием появления в материалах слоев ОФ в процессе заливки и формирования отливки значительных неоднородных и нестационарных градиентов температуры.

Современная технологическая практика располагает рядом обоснованных предложений и даже технологических решений по снижению уровня температурных напряжений, позволяющих избежать разрушений ОФ. Подобные предложения связаны как с указанием щадящих режимов проведения заливки, так и с конструированием композитных многослойных КОФ. Эти и иные способы избежания повышенного уровня температурных напряжений в материалах ОФ подробно анализируются в первой вводной главе диссертации.

Совершенствованию технологии литья по выплавляемым моделям с целью избежания разрушения ОФ могут послужить знания об особенностях роста температурных напряжений, полученные средствами математического моделирования технологической операции. Первые работы такого направления исследований также обсуждаются в первой главе диссертации.

Однако, несмотря на имеющийся опыт и задел по данной тематике, проблема влияния ряда внутренних и внешних факторов на стойкость

оболочковых форм к их трещинообразованию и моделирование при этом процессов снижения уровня НДС изучена недостаточно широко и полно, что подчеркивает актуальность и своевременность решаемых в диссертационной работе задач.

Актуальность математического моделирования эволюции напряженно-деформированных состояний (НДС) в материалах ОФ в процессах заполнения их жидким металлом с последующим затвердеванием металла и остывании отливки важно тем, что только на такой основе возможно установить критические условия в уровне возникающих температурных напряжений, приводящих к разрушению ОФ. Этому предметно посвящается настоящая диссертационная работа. Считается, что полученные результаты расчетов изменяющихся НДС в процессе технологической операции способны будут указать наиболее безопасные режимы проведения технологической операции, предложить конструкции структур многослойных композитных ОФ, установить условия и особенности механического воздействия опорных наполнителей (ОН) с целью возможного снижения в ОФ формирующихся уровней температурных напряжений до безопасных их значений.

Математическое моделирование любой промышленной технологической операции не обходится без ряда допущений. В рассматриваемом случае все расчеты НДС в ОФ проводятся в рамках теории неустановившихся температурных напряжений в упругих телах, то есть в рамках несвязанной теории. ОН полагается несжимаемым и нетеплопроводным, деформации материалов ОФ считаются малыми. Иные упрощающие допущения формируются далее по тексту и в полной мере по тексту диссертации. Сформированная таким образом краевая задача теории разрешается приближенно с помощью специальной конечно-разностной аппроксимации системы дифференциальных уравнений, учитывающей краевые условия на граничных поверхностях, межслойных границах композита ОФ, контактной границе ОФ с материалом ОН. На каждом временном шаге расчетов разрешается первоначально температурная задача и на основании рассчитанного распределения температуры вычисляются

параметры НДС в слоях КОФ.

Результаты расчетов способствовали возникновению некоторых идей по поиску новых микро и макроструктур ОФ и способам ее создания, обеспечивающей заметное снижение уровня температурных напряжений в процессе формирования отливки, новизна которых защищена патентами на изобретения.

**Цель работы** состоит в создании методов расчета напряженно-деформированных состояний керамических цилиндрических и сферических форм под действием внешних и внутренних температурных и силовых воздействий в условиях затвердевания и охлаждения стальных отливок.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- 1) провести анализ существующих подходов и методов определения НДС многослойных КОФ, обосновать выбор метода исследования;
- 2) построить математические модели исследуемых процессов и объектов;
- 3) разработать численные схемы, алгоритмы и программы расчётов поставленных математических задач по НДС цилиндрических и сферических многослойных КОФ.
- 4) выполнить расчеты, провести анализ и обобщение по оптимизации параметров внутренних и внешних факторов, обеспечивающих максимальное снижение температурных напряжений в КОФ.

**Объект исследования** – литейная многослойная керамическая оболочковая форма по ВМ.

**Предмет исследования** – условия и факторы формирования НДС в системе «жидкий металл – твердый металл – оболочковая форма – опорный наполнитель», а так же методы и способы снижения критического уровня НДС при образовании трещин в цилиндрических и сферических ОФ вследствие внешнего и внутреннего нестационарного силового и теплового воздействия.

**Методология и методы исследования.** Методологической и общетеоретической основой диссертационной работы являются подходы и методы механики деформируемых твердых тел, теория конечно-разностных схем

для аппроксимации систем уравнений в частных производных и соответствующие приближенные численные методы расчетов. В качестве метода исследования в работе используется вычислительный эксперимент, включающий в себя следующие этапы: математическая формулировка задачи, построение численного алгоритма, его программная реализация, проведение расчетов и анализ полученных результатов.

***Научная новизна работы:***

1. Установлены режимы и параметры внутреннего и внешнего силового и температурного воздействия на керамические оболочковые формы, приводящие к трещинообразованию в них и возможному разрушению.

2. Предложены математические модели, разработаны численные схемы, алгоритмы и программы расчета эволюции температурных напряжений в упругих оболочковых формах в процессе протекания технологических операций.

3. Определены связи напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических оболочковых форм с их макроструктурой и технологическими вариантами формообразования оболочек.

***Соответствие диссертации паспорту специальности.*** Диссертационная работа по своим целям, задачам, содержанию, методам исследования и научной новизне соответствует следующему пункту паспорта специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела:

п.11 Математическое моделирование поведения дискретных и континуальных деформируемых сред при механических, тепловых, электромагнитных, химических, гравитационных, радиационных и прочих воздействиях.

***Практическая значимость работы.***

Результаты численных решений поставленных задач по влиянию внутренних и внешних факторов на НДС многослойной КОФ и полученные оценки могут быть использованы при разработке, отработке и внедрении новых технологий изготовления КОФ с целью снижения их брака по трещинообразованию и разрушению. Математические модели, численные

алгоритмы и программа расчета могут быть использованы при разработке новых опытных структур КОФ при моделировании протекающих в них тепловых и деформационных процессов.

Предложены с учетом полученных результатов новые приемы в формообразовании КОФ и их макро и микроструктуры, обеспечивающие снижение термомеханических напряжений в оболочках, технологическая новизна которых подтверждена полученными патентами на изобретения.

Разработана и зарегистрирована авторская программа для ЭВМ по моделированию силового воздействия ОН на стойкость КОФ при затвердевании в ней сталь-ной отливки.

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс Комсомольского-на-Амуре государственного университета в лекционных занятиях по курсам «Механика сплошных сред» и «Математическое моделирование», при выполнении практических и лабораторных работ, а также в магистерских и аспирантских исследованиях на кафедре «Прикладная математика».

***Апробация работы.*** Результаты работы докладывались и получили одобрение на следующих конференциях и семинарах:

– на IV Дальневосточной школе-семинаре «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций» Института машиноведения и металлургии ХФИЦ ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре, 18 - 19 ноября 2021 г.);

– на XI Всероссийской научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2021» Томского государственного университета (г. Томск, 1-3 декабря 2021 г.);

– на VII Научно-практической конференции молодых ученых и специалистов «Исследования и перспективные разработки в машиностроении» ФПАО «ОАК» КнААЗ им. Ю.А. Гагарина» (г. Комсомольск-на-Амуре, 22-23 сентября 2022 г.);

- на II Международной научно-практической конференции молодых ученых (г. Комсомольск-на-Амуре, 14-18 ноября 2022г);
- на XXIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 13-17 февраля 2023 г.);
- на VI Всероссийской национальной научной конференции молодых ученых «Молодежь и наука»: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований (г. Комсомольск-на-Амуре, 10-14 апреля 2023г);
- на XIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (г. Санкт-Петербург, 21-25 августа 2023 г.);
- на XXIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2023) (Дивноморское, 4-13 сентября 2023 г.);
- на XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 17–19 сентября 2024 года).
- на III научной конференции с международным участием «Вычислительные технологии и прикладная математика» (г. Комсомольск-на-Амуре, 7-11 октября 2024г.);
- на VII международной научно-практической конференции «Машины, агрегаты и процессы. Проектирование, создание и модернизация» (г. Санкт-Петербург, 26 января 2024 г.);
- на 52-й Школе-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Н.Ф. Морозова (г. Санкт-Петербург, 23-27 июня 2025 г.)
- на научных семинарах Комсомольского-на-Амуре государственного университета и Института машиноведения и металлургии ХФИЦ ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, 2021 - 2024 гг;

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Решения задач по расчету температурных напряжений в цилиндрических и сферических керамических оболочковых формах при внешнем и внутреннем силовом и тепловом воздействии на оболочковую форму.

2. Математические модели, численные схемы, алгоритмы и программу расчета напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических оболочковых форм при охлаждении в них стальной отливки с учетом разработанных опытных структур оболочковых форм.

3. Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических керамических оболочковых форм при затвердевании и охлаждения в них стальной отливки и их анализ.

Достоверность полученных результатов основана на использовании фундаментальных уравнений линейной теории упругости, апробированных разностных схем и численных методов.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда №24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214/>.

**Личный вклад** соискателя выражается в планировании, организации и проведении теоретических исследований, в разработке численных схем, обработке, анализе и интерпретации полученных результатов, в написании научных статей и заявок на изобретения.

Включенные в диссертацию и выносимые на защиту результаты были выполнены автором с соавторами совместной работы и были получены непосредственно автором или при его ведущем участии.

Текст диссертации и автореферата проверен на отсутствие плагиата с помощью программы «Антиплагиат.РГБ».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 20 научных статей, в том числе 8 статей, индексируемых в международных базах WoS и Scopus, 3 статьи в журналах из списка ВАК, и 9 в материалах конференций. Получено 6 патентов на изобретения, 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура и объем диссертационной работы.**

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы из 134 наименований, двух приложений. Общий объем работы 145 страниц (в том числе 2 приложения на 8 страницах), 37 рисунков.

**В первой главе** обосновывается актуальность проводимых исследований в рамках данной диссертационной работы. Анализируется особенность напряженно-деформируемого состояния ОФ в системе «отливка - оболочковая форма-наполнитель», проводится обзор методов упрочнения многослойных ОФ, анализируются их основные достоинства и недостатки.

Дан анализ известных математических методов и моделей, получивших распространение при исследованиях НДС ОФ.

Приведено описание качественных и количественных видов исследуемых структур ОФ, внешних и внутренних факторов по силовому и тепловому воздействию на НДС ОФ.

Приводится инженерная постановка задачи – геометрическое и техническое описание формы исследуемых процессов.

**Вторая глава** посвящена разработке математической модели и решению задачи по НДС литейной многослойной ОФ при заливке и охлаждении в ней отливки. Эта задача является основной и базовой для решения обозначенных технологических задач, а именно сначала формулируется математическая постановка задачи по НДС ОФ:

- оптимизация процессов влияния внутреннего межслойного трения на трещиностойкость ОФ;
- оптимизация процессов влияния внешнего силового воздействия опорного наполнителя на трещиностойкость ОФ;
- задача по геометрии отливки в виде сферы (шара) на особенности НДС ОФ.

**В третьей главе** решается задача по моделированию внутреннего межслойного взаимодействия на НДС ОФ.

**Четвертая глава** посвящена решению задачи по оптимизации процессов влияния межслойного трения в ОФ на её напряженное состояние при заливке и охлаждении в ней отливки.

**В пятой главе** решается задача по снижению напряженного состояния ОФ от внешнего силового воздействия со стороны опорного наполнителя.

Разработаны на уровне изобретения новые технологические решения по предотвращению образования трещин в ОФ при их прокаливании и заливке жидким металлом.

В **шестой главе** решается задача по установлению влияния геометрии отливки в виде сферы на напряженное состояние ОФ при заливке и охлаждении в ней стальной отливки.

В **заключении** диссертации представлены основные результаты диссертационной работы.

В **приложениях** представлены копии охранных документов на результаты интеллектуальной деятельности, в т. ч. патентов на изобретения, свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ, а также акт внедрения результатов диссертационной работы в учебный процесс Комсомольского-на-Амуре государственного университета.

Автор выражает искреннюю благодарность и признательность д.т.н., профессорам Евстигнееву А.И. и Одинокovu В.И., а также член-корреспонденту РАН, д.ф.-м.н., профессору Буренину А.А., к.ф.-м.н. Ткачевой А.В. за содействие и консультации при выполнении и представлении к защите данной диссертационной работы.

## **1 АНАЛИЗ КАЧЕСТВА И СВОЙСТВ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧКОВЫХ ФОРМ ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ**

### **1.1 Развитие исследований по технологии формообразования и структурам многослойных оболочковых форм в целях повышения их трещиностойкости**

Литье по выплавляемым моделям является одним из наиболее перспективных специальных способов, применяемых для получения литых заготовок деталей машин высокой сложности. Основное его достоинство – высокая точность геометрии и размеров получаемых отливок. Однако, ряд недостатков этого метода, существенно сдерживают его широкое применение. Главным недостатком данного метода является повышенный брак отливок из-за частичного (растрескивание) или полного разрушения ОФ при прокаливании и особенно при заливке их расплавленным металлом и затвердевании отливок. Образование микро и макротрещин в ОФ связано с их неравномерностью нагрева при прокаливании и особенно при заливке металла и остывании отливки и возникающего при этом неравномерного термоупругого НДС.

Низкая трещиностойкость таких ОФ является причиной брака отливок в виде образования гребешков на теле отливки, засоров и других поверхностных дефектов. Большинство исследователей считают, что трещиностойкость ОФ зависит главным образом от НДС ОФ на различных этапах их формообразования и применения. Снижение НДС ОФ значительно повышает их трещиностойкость и соответственно сокращает брак отливок. Однако многие важные факторы, затрагивающие проблему трещиностойкости ОФ, остаются еще малоизученными.

На сегодняшний день в науке и производстве наработано немало технологических приемов, позволяющих снизить влияние этих неблагоприятных факторов. Главенствующая роль в этом вопросе принадлежит отечественным ученым. Значительный вклад в разработку теории и практики прочности и трещиностойкости литейных форм внесли Борисов Г.П., Васильев В.А., Васин Ю.П., Гаранин В.Ф., Гуляев Б.Б., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Иванов В.Н.,

Илларионов И.Е., Корнюшкин О.А., Кулаков Б.А., Курепин В.И., Лакеев А.С., Леушин И.О., Одинокое В.И., Озеров В.А., Петров В.В., Писарев И.Е., Рубцов Н.Н., Рыбкин В.А., Рыжков И.В., Сапченко И.Г., Тимофеев Г.И., Чернышов Е.А., Шагеев А.С., Шипулин Н.В., Шкленник Я.И., Юсипов Р.Ф. и другие, которые сформулировали основные представления о трещиностойкости и НДС ОФ, а также предложили критерии их оценки.

Одними из последних опубликованных фундаментальных работ по технологии литья по выплавляемым моделям являются работы [3,4], в которых обобщены последние наработки отечественных ученых и специалистов в области ЛВМ, а по НДС ОФ [5].

В работах зарубежных исследователей [6-13] также представлены результаты исследований по совершенствованию процессов формообразования ОФ по ВМ, в т.ч. применению новых огнеупорных материалов.

Проведено также множество зарубежных теоретических и экспериментальных исследований НДС оболочечных конструкций с различными структурами [14-19] и из различных функциональных материалов [18-22], условий нагружения [17, 23-27] и формы оболочек [28-31].

Однако, несмотря на имеющиеся наработки и накопившийся опыт в этом направлении, проблема снижения уровня НДС ОФ до сих пор актуальна и требует проведения дополнительных дальнейших исследований.

Качество ОФ и отливок в ЛВМ формируется на всех технологических этапах их изготовления. Наиболее распространенной технологией изготовления ОФ является технология послойного нанесения огнеупорного покрытия на выплавляемую модель с последующей его сушкой [1]. Так формируется тело многослойной керамической ОФ. Число наносимых слоев (покрытий) может колебаться от 4-х до 20-ти. Такая ОФ представляет собой многослойный композит с жесткими связями между слоями. Каждый из слоев представляет собой изотропный материал, который по своим физико-механическим и теплофизическим свойствам может также отличаться от свойств других слоев. В целом материал ОФ можно считать гетерогенным. Также используется

технология получения монослойных ОФ путем осаждения огнеупорного материала из суспензии на модель методом электрофореза [2]. Такая ОФ является монослойной.

Основным недостатком многослойных ОФ с вышеописанной структурой является их относительно низкая трещиностойкость, обусловленная относительной однородностью композиционного материала по всей толщине стенки оболочки. Вследствие этого появившаяся по той или иной причине трещина в ОФ может проникнуть на всю толщину ее стенки.

Процесс зарождения трещины и её развитие крайне сложен, поэтому однозначно сказать о критичности влияния одного из факторов и его параметров на напряженное состояние материала, превышение которого ведет к разрушению, категорично нельзя.

Ряд исследователей вероятность образования трещин в ОФ связывают со значениями различных компонентов тензоров напряжений в материале оболочки [32, 33, 34]. Другие исследователи связывают образование сквозных трещин с превышением пределов прочности материала ОФ на сжатие и растяжение [33, 34]

Можно выделить несколько различных путей к решению вопроса повышения трещиностойкости ОФ.

Первый путь – это полное исключение или сведение к минимуму возможности образования микро и макротрещин в оболочке при воздействии на неё термических нагрузок.

В настоящее время на большинстве отечественных предприятий при изготовлении ОФ в ЛВМ в качестве связующего применяют гидролизированные растворы этилсиликатов, в качестве огнеупорного наполнителя суспензий – пылевидный кварц, а обсыпочногo материала – кварцевый песок. Свойства указанных материалов являются далеко не идеальными, поскольку кристаллический кварц обладает полиморфизмом и большим коэффициентом термического расширения, что самым неблагоприятным образом сказывается на трещиностойкости ОФ.

Первый путь – это использование в качестве огнеупорных материалов в

основе ОФ (наполнитель суспензии, обсыпочный материал) материалов с низким коэффициентом термического расширения и повышенными значениями термического расширения и повышенными значениями предела прочности. Это может быть выполнено за счет замены дешевого и не дефицитного кристаллического кварца, плавленным кварцем, цирконом, электрокорундом, шамотом [1, 3, 4], а вместо этилсиликата в качестве связующего использовать кремнезем [35, 36].

Второй путь – это управление морфологическим строением ОФ, особенно макроструктурой. Его целью является сведение к минимуму образование трещин, а если они и образовались, то не дать им возможность распространиться на всю толщину оболочки, т.е. затормозить (остановить) её или обеспечить создание несквозных трещин.

Такой подход может быть обеспечен за счет известных технологий макро и микроармирования [1, 3, 4].

При макроармировании ОФ один или несколько промежуточных слоев оболочки обсыпают либо органическим или неорганическим наполнителем, либо металлической арматурой, чешуйчатой слюдой и другими добавками [1, 3, 4, 37].

Органические добавки при прокаливании выгорают и образуют внутреннюю пористую прослойку между облицовочным и наружным слоем. При этом снижается прочность оболочек, но повышается их трещиностойкость. Термические трещины, образовавшиеся в облицовочном слое при заливке металлом или в наружном слое при прокаливании, прекращают свое распространение (затухают) в высокопористом слое и не развиваются на всю толщину оболочки.

Армирование ОФ металлической арматурой [37] приводит к повышению прочности ОФ как в непрокаленном состоянии, так и в прокаленном. Такая конструкция ОФ предотвращает их разрушение и надежно обеспечивает прокатку и заливку форм без опорного наполнителя, но приводит к повышению себестоимости производства отливок.

Известно также армирование промежуточных и наружных слоев ОФ

пористыми наполнителями (пеношамот, зольный гравий, керамзит, аглопорит) [38,39], обеспечивающими также повышение трещиностойкости форм, поскольку образующиеся микротрещины не распределяются по всей толщине оболочки, локализуясь в порах наполнителя.

Другим путем повышения трещиностойкости ОФ, основанным на вышеописанном эффекте остановки и локализации трещины в поре, является целенаправленное создание пористых слоев в структуре ОФ. Зародившаяся и развивающаяся в многослойных ОФ трещина останавливается при контакте с порой, затухая в ней. Для её дальнейшего продвижения требуется дополнительный энергетический толчок. Создание во внутренней структуре ОФ цепочки пор позволяет создать условия направленного распространения трещины [40].

Создание капиллярно-пористой структуры ОФ достигается путем продувки суспензии в процессе её приготовления сжатым газом (барботажный способ приготовления связующего [41, 42-48] или обработки сжатым газом готовых суспензий [40].

Таким образом, известно довольно много технологических вариантов повышения трещиностойкости ОФ, в том числе и принципиально новых, малоизученных и малоапробированных в производстве, например, создание в структуре многослойной ОФ воздушного зазора или буферного слоя [3]. Это требует отдельного исследования, в том числе и теоретического, с целью установления влияния межслойного трения в ОФ на её напряженное состояние.

В последнее время все большее внимание исследователи уделяют вопросу влияния внутренних и внешних факторов на НДС ОФ.

К внешним факторам воздействия на ОФ относятся силовое и температурное воздействие со стороны жидкого металла и ОН, а к внутренним факторам - морфологическое строение ОФ, его виды, связи между контактирующими слоями.

Наиболее углублено влияние морфологического строения многослойных ОФ на её НДС теоретически исследовано в работе [49], но в ней, как и в других

работах, остался незатронутым вопрос об особенностях влияния внутренних межслойных связей в ОФ (наличие и отсутствие трения) на её трещиностойкость.

Актуальным также остается вопрос по теоретическому исследованию силового влияния ОН на ОФ, что позволит спрогнозировать условия образования критических параметров напряженного состояния в ОФ при образовании в них трещин и возможного разрушения. Экспериментальному исследованию этого вопроса посвящены только две опубликованные работы [50, 51].

Требуется также обширное исследование по влиянию геометрии получаемых отливок на напряженное состояние многослойных ОФ.

Наиболее радикальным способом повышения трещиностойкости ОФ, содержащих более 5-ти слоев огнеупорного покрытия, является создание в её стенке между слоями воздушного зазора или воздушной полости буферного слоя [3].

Воздушный зазор в десятой доли миллиметра представляет собой сплошную воздушную прослойку между внешними и внутренними слоями ОФ. Работа зазора с точки зрения предотвращения развития трещин в стенке ОФ состоит в прекращении своего продвижения в теле ОФ, достигнув ближайшей свободной поверхности воздушного зазора [3], кроме того, выполнение нескольких воздушных зазоров в теле ОФ не только повышает их трещиностойкость, но и упрощает процесс удаления ОФ с поверхности отливок из алюминиевых сплавов [52].

Буферный слой – это прослойка в стенке ОФ, характеризующаяся низкими механическими свойствами. Понижение механических свойств буферного слоя достигается за счет использования огнеупорной суспензии, содержащей выгорающие при прокаливании добавки (древесную стружку, сеченную солому, пылевидный возврат модельного состава и т.п.) или вспененной огнеупорной суспензии [3]. Низкая механическая прочность материала буферного слоя и предопределяет большую податливость внутренних слоев ОФ, а значит и её трещиностойкость в целом.

## **1.2 Математические методы, модели и комплексы программ, используемые в литейном производстве и при исследовании напряженного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям**

Одной из важнейших задач современного производства, в том числе литейного, является развитие моделирования и компьютерных технологий. Решение этой задачи предполагает моделирование формирования отливки в форме, автоматизированное проектирование литейной технологии, компьютерное управление технологическим оборудованием.

Напряженно-деформированное состояние ОФ считается одним из критериев оценки её трещиностойкости. Существуют множество факторов, влияющих на трещиностойкость ОФ: факторы, обусловленные свойствами исходных материалов, технологические факторы, конструктивные факторы, факторы температурного и механического (силового) взаимодействия.

Работами отечественных и зарубежных ученых [53-60] были получены решения многих модельных задач теории термоупругости. Однако, для реальных практических расчетов эти и другие решения имеют ограниченное применение. В этой связи несомненные преимущества для решения реальных прикладных задач термоупругости имеют численные методы, в том числе и в расчетах сложных литейных процессов и объектов литейного производства [61-65].

На сегодняшний день для расчета НДС ОФ широко применяют математические модели, опирающиеся на соответствующие фундаментальные теории с применением методов математической физики и упрощенные математические модели, для которых специально разрабатываются способы математического описания какого-либо процесса [66].

Численные методы решения задач термоупругости можно разделить на два вида: с представлением решения в виде некоторого конечного функционального ряда или в виде систем дифференциальных уравнений в частных производных. К первому виду относятся метод Бубнова-Галеркина, метод Рунца и др., ко второму – метод конечных элементов, метод конечных разностей.

В методе конечных элементов рассматриваемая расчетная область разбивается на ряд подобластей, в каждой из которых решение исходной дифференциальной задачи представляется в виде аналитического выражения, обычно полинома некоторой степени, содержащего несколько констант [67]. В общем виде исходная задача сводится к определению этих констант из вариационных принципов или условий совместимости. У алгоритма метода конечных элементов есть недостатки, он не отличается простотой реализации, а скорость расчета уступает, например, методу конечных разностей.

Метод конечных разностей состоит в аппроксимации производных в дифференциальных уравнениях теории упругости приближенными формулами. Граничные условия, содержащие производные, с помощью конечно-разностных формул также замещаются алгебраическими выражениями. Такая замена приводит к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти распределение напряжений в теле и изменения его размеров и формы.

Одним из вариантов разностной интерпретации является метод, предложенный профессором Одиноким В.И. в работах [68,69,70], который получил развитие и применимость не только в диссертационных исследованиях напряженно-деформированного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям [40, 49, 71-75], но и обобщение в монографиях [32, 76]. Этот метод заимствует некоторые положения метода конечных элементов и метода сеток: как и в методе конечных элементов, рассматриваемая область разбивается на элементы конечных размеров, как и в методе сеток решается система дифференциальных уравнений, записанная в конечно-разностном виде. В то же время, этот метод имеет существенные отличия и преимущества. Структура уравнения в методе конечных элементов зависит от свойств деформируемой среды. Следовательно, от свойств среды будет меняться алгоритм и сложность решения задачи. В выбранном методе изменение свойств среды не усложняет задачу и не изменяет алгоритм ее решения. Кроме того, данный метод позволяет построить рекуррентные соотношения, в результате чего резко уменьшается

количество неизвестных (в 6-10 раз).

Необходимо отметить возможность единого подхода к различным классам задач, простоту формализации для программирования, независимость постановки и алгоритма решения задачи от использования различных моделей физического состояния исследуемой среды.

В тоже время ограниченность его применения – области, описанные системами ортогональных поверхностей.

Поэтому в настоящей работе и использован именно этот метод при решении задач по НДС ОФ, описанные в последующих разделах диссертации.

Ранние публикации по численному моделированию НДС ОФ связаны с решением плоских задач [71, 73], а все последующие – в осесимметричной постановке [40, 72, 74, 75], причем в начале расчеты проводились при равных по толщине и одинаковых по физико-механическим свойствам слоях оболочек.

В ранних публикациях, посвященных НДС ОФ при заливке и охлаждению получаемой отливки в форме, принималось, что оболочковая форма полностью залита жидким металлом, а это является довольно серьезным допущением, так как растрескивание оболочки может произойти и на практике часто происходит в первые моменты заливки из-за термического удара. Поэтому в работах [74, 78] производится расчет НДС формы непосредственно в первые моменты процесса заливки формы жидким металлом уже с учетом («термоудара»).

Исследования по влиянию слоистости ОФ на НДС, в том числе пористости слоев, представлено в работах [78-80].

Одной из первых по анализу и расчету НДС ОФ в ЛВМ является работа [81], в которой был дан анализ состояния вопроса на то время и предложена авторская интерпретация задачи Ляме-Гадолина для математического описания НДС ОФ и предложен новый подход к решению такой задачи с позиции механики деформированного твердого тела.

В работах [71, 73] теоретически исследовано НДС ОФ при заливке их расплавом и кристаллизации отливок, в которых на основе уравнений механики сплошных сред и уравнений математической физики рассматривается построение

математической модели процесса заливки и охлаждения металла в многослойной оболочковой форме, слои которой имеют одинаковые физико-механические свойства.

В этих исследованиях решались задачи плоского деформированного состояния.

С учетом начальных и граничных условий для каждого технологического варианта просчитывались температурные поля в ОФ и затвердевающей отливки, напряжения ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ ), деформации, перемещения слоев ( $U_1, U_2$ ) и гидростатическое давление ( $\sigma$ ) металла на оболочку отливки.

Все последующие исследования в этой области проводились уже для осесимметричной литейной ОФ.

В работе Салиной М.В. [72] проведено теоретическое исследование НДС многослойной ОФ при заливке ее Al расплавом и затвердевании отливок.

При разработке математической модели процессов заливки расплава и затвердевания отливки принимались следующие условия: осесимметричное тело вращения, деформируемый материал считается изотропным.

В работе Дмитриева Э.А. [75] на основе уравнений теплопередачи и механики сплошных сред с использованием численного метода построена математическая модель НДС монослойной оболочковой формы, полученной с помощью электрофореа, которая позволяет рассчитывать температурные поля и напряженно-деформированное состояние оболочковой формы на стадии прокаливания и заливки ее жидким металлом.

В работе Севастьянова Г.М. [74] решалась задача по определению полей тензора напряжений, вызванных нестационарными температурными полями, при заливке и затвердевании металла (стали) в осесимметричных керамических формах при наличии высокопористых (70, 80, 90 %) промежуточных слоев.

Разработан алгоритм для расчета полей тензора напряжений в материале многослойной керамической формы, возникающих под действием нестационарного температурного воздействия.

В работе Сапченко И.Г. [40] на основании уравнений механики сплошных сред при использовании численного метода построена математическая модель НДС многослойной керамической оболочковой формы (КОФ), позволяющая рассчитывать напряжения в структурах с разным расположением пористых слоев и параметрами пористости при температурном воздействии и ферростатическом давлении жидкого металла до образования твердой корочки толщиной, достаточной для восприятия металлической нагрузки. Выявлен характер распределения напряжений в структурах пористых КОФ, наиболее вероятные участки релаксации напряжений и разрушения оболочек.

В работе Иванковой Е.П. [49] разработана математическая модель и выполнены расчеты по оптимизации влияния физических свойств материалов ОФ, ее макроструктуры и внешних факторов на стойкость оболочковой формы к трещинообразованию и разрушению при формировании в ней отливки.

Таким образом, ранние работы были направлены на установление условий и режимов, при которых образуются микро и макротрещины в ОФ. Последние же исследования [82, 83] позволяют уже не только спрогнозировать вероятность трещинообразования в ОФ, но и моделировать сценарии и критерии, по которым можно будет спрогнозировать принципы выбора материалов для изготовления ОФ и оптимальное структурно-морфологическое строение ОФ, то есть от пассивного процесса описания и регистрирования трещинообразования в литейной ОФ исследования плавно переросли в стадию прогноза и управления свойствами используемых материалов и изготавливаемых из них ОФ и рекомендации по выбору желаемой макро и микроструктуры ОФ.

В целом, анализ практически всех теоретических опубликованных работ по НДС ОФ связан с процессами заливки в них жидкого расплава и затвердевания отливки и лишь отдельные работы посвящены исследованию НДС ОФ на других технологических операциях, например, выплавления моделей [84, 85, 86], прокаливания ОФ [87, 88].

Последние теоретические исследования были направлены на установление взаимосвязи свойств материалов ОФ и её структуры с напряженным состоянием

ОФ [83, 89], а так же прогнозирование трещиностойкости многослойных ОФ [82] с учетом результатов полученных в работе [83].

Было установлено, что главным параметром, определяющим стойкость оболочковой формы к разрушению при заливке жидким металлом, является коэффициент линейного расширения материала формы. Параметр температуропроводности не оказывает решающего влияния на НДС ОФ и легко может быть подобран путем варьирования составляющих: коэффициента удельной теплоемкости, коэффициента теплопроводности, плотности.

С позиций снижения НДС ОФ подтверждено и обосновано применение материалов с низким коэффициентом линейного расширения, а в целях повышения трещиностойкости ОФ и возможности их заливки жидким металлом без опорного наполнителя рекомендовано формирование прилегающего к наружному слою оболочки проводить из материалов, обладающих отличными от физических свойств материалов остальных слоев литейной ОФ.

В работах [90, 91] исследуется эволюция напряженного состояния ОФ по ВМ при нестационарном внешнем тепловом воздействии, а именно, при заливке металла в холодные литейные ОФ.

Отмечается, что при оптимизации процесса с другими геометрическими параметрами отливки, в сравнении с рассмотренными в работе, необходимо ввести дополнительные ограничения по растягивающим напряжениям  $\sigma_{22}$  в центральной части ОФ в начальный момент заливки металла.

В работе [92] представлены теоретические исследования НДС ОФ по ВМ непосредственно в процессе заливки в неё жидкого металла и начального охлаждения отливки. Процесс нагрева ОФ от температуры заливаемого расплава исследован с учетом поэтапного заполнения формы с начального попадания жидкого металла в форму (термоудара) и до её полного заполнения расплавом. Предложен критерий разрушения ОФ в первый момент её заливки в зависимости от скорости её заполнения жидким металлом.

На основе выполненных исследований и с учетом полученных результатов были разработаны новые технологические решения по управлению НДС ОФ,

новизна которых подтверждена целым рядом патентов РФ на изобретения [93-100], имеющие практическую значимость для действующего производства.

Все новые наработки в области математического моделирования процессов формообразования ОФ по ВМ и их применения нашли отражение в статье [101], обобщены в монографии [76].

Несмотря на имеющийся опыт и задел по данной тематике, проблема стойкости ОФ к трещинообразованию от воздействия термических напряжений при формирующихся в ней отливок изучена недостаточно широко и полно, что подчеркивает актуальность и своевременность решаемых в диссертации задач.

Основанный на энергетических принципах МКЭ позволяет довольно точно определять кинематику в деформируемом теле при построении матрицы жесткости, или поля напряжений при построении матрицы «податливости». Определение же напряжений из уравнений состояния (закон Гука) при вычислении перемещений (матрица жесткости) ведет к очень большим погрешностям, так как нельзя удовлетворить всем граничным условиям по напряжениям; аналогичные вычисления напряжений (матрица податливости) не дает корректного решение по деформированному состоянию. Используемый нашим коллективом численный метод, позволяет удовлетворять смешанным граничным условиям. Он использовался, как указано выше, при моделировании самых различных технологических процессах в авиастроении, машиностроении, металлургии.

Работой Савинова А.С. [102] созданы методологические основы оценки и прогнозирования НДС системы «отливка – форма» для устранения горячих трещин в теле отливки, возникающего вследствие усадочных процессов.

Предложены принципы определения НДС системы «отливка – форма» основанные на изучении и математическом моделировании силового взаимодействия литой заготовки различной конфигурации и контактного слоя формы из песчано-глинистой смеси переменной жесткости. Создан и апробирован математический аппарат количественной оценки силового взаимодействия отливки и формы.

Работой Иванковой Е.П. [49] доказано посредством расчетов температурных напряжений слоистой ОФ возможность снижения уровня температурных напряжений и повышение стойкости ОФ в целом к трещинообразованию.

Для расчета НДС ОФ учеными и специалистами КНАГУ и ИМиМ ДВО РАН разработаны несколько программных продуктов [103-107], которые направлены на решение конкретных проблемных вопросов технологических задач литья по выплавляемым моделям, которые также были использованы в настоящей работе и при разработке авторского программного продукта [108]. Данная программа базируется на учете влияния внешнего силового воздействия ОН на ОФ и внутреннего межслойного трения на величину НДС ОФ, определяющая её стойкость к трещинообразованию.

### **1.3 Исследуемые в работе области системы, типы структур и параметры оболочковых форм**

Технология изготовления многослойных ОФ по ВМ основана на послойном формировании покрытий путем нанесения суспензии на блок моделей, обсыпки их зернистым огнеупорным материалом, сушке каждого слоя, после чего легкоплавкая модель удаляется из внутренней полости ОФ. Освобожденная от модели ОФ прокаливается при температурах 800-1100°C, заформовывается в опорный наполнитель, после чего заливается жидким металлом и охлаждается.

В зависимости от условий работы ОФ и требований к ней, способа подготовки ОФ к прокаливанию и заливке, а также свойству используемого сплава отливки, стенки многослойной ОФ могут иметь самую разнообразную структуру [3].

Согласно современным представлениям с механизмами разрушения композиционных и керамических материалов можно утверждать, что качества и свойства ОФ по ВМ определяются главным образом их структурой и связями на

границе раздела составляющих многокомпонентную систему фаз как, например, связующее – пылевидный наполнитель – обсыпочный материал, так и межслойных связей в многослойной ОФ. Наиболее распространенные типы структур схематично представлены на рис.1.1

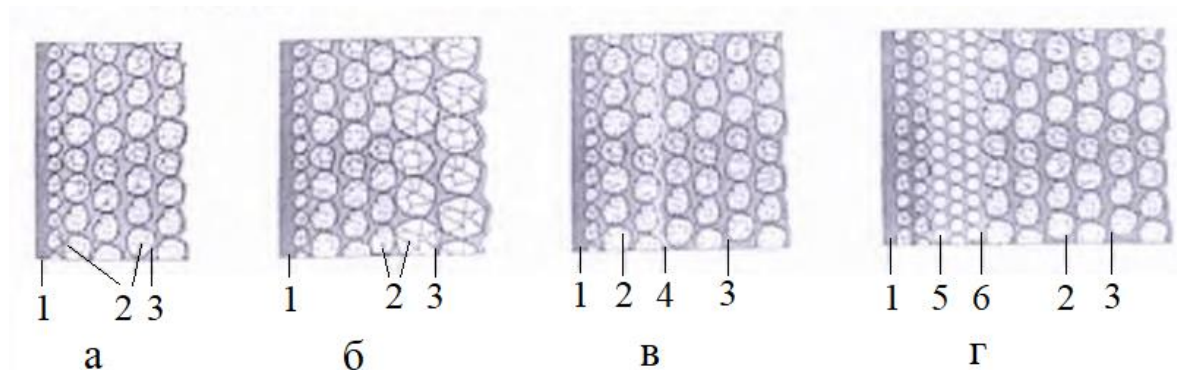


Рис. 1.1 Схемы структур стенок прокаленных ОФ: 1 – затвердевшая суспензия первого (лицевого) слоя ОФ; 2 – зернистый огнеупорный материал; 3 – затвердевшая суспензия; 4 – воздушный зазор; 5 – воздушные полости буферного слоя; 6 – затвердевшая суспензия буферного слоя

Подавляющее число изготавливаемых многослойных ОФ имеют структуру, представленную на рис 1.1, а. Структура таких ОФ состоит из затвердевшей суспензии, лицевого (облицовочного) слоя, непосредственно контактирующего с поверхностью отливки и последующих слоев, состоящих из затвердевающей суспензии и зернистого огнеупорного материала. Плотность такого композиционного материала ОФ практически одинакова по всей толщине стенки ОФ.

Слои ОФ жестко связаны между собой, а каждый из слоев представляет из себя изотропный материал, который может также обладать отличными физико-механическими, теплофизическими и химическими свойствами от свойств других слоев. Поэтому материал ОФ в целом можно считать гетерогенным.

Создание запрограммированной структуры ОФ в виде сочетания и комбинации слоев с изначально задаваемыми свойствами может быть получено путем подбора материалов с необходимыми для достижения поставленной цели

свойствами.

Схематично многослойную ОФ по ВМ можно представить в виде "сэндвич" – оболочки (рис. 1.2), по которой можно конструировать различные варианты чередования и сочетания функциональных слоев в структуре ОФ ещё стадии разработки опытной ОФ с требуемыми свойствами.

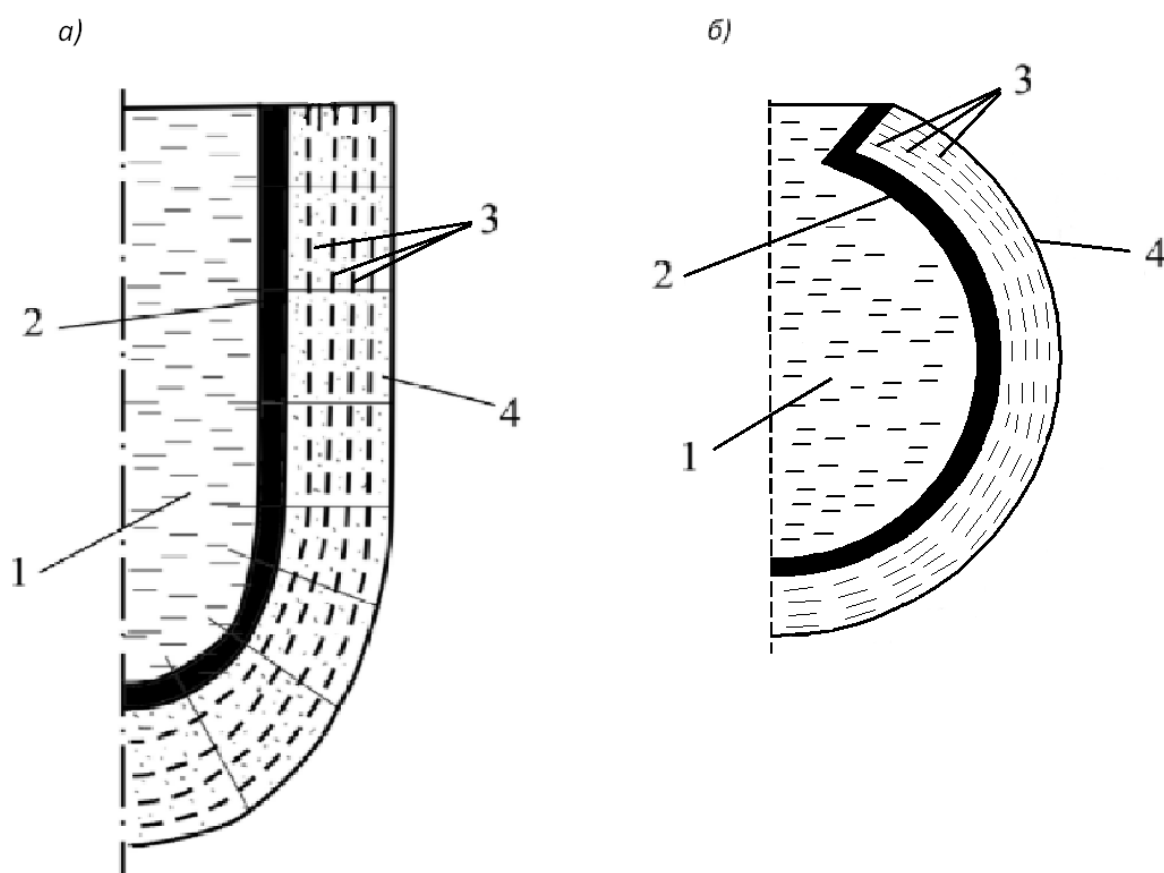


Рис.1.2 Схема системы «модель-оболочковая форма» 1 – легкоплавная цилиндрическая модель; 2 – облицовочный слой; 3 – внутренние (промежуточные слои); 4 – наружный (внешний) слой

Подготовка ОФ к заливке включает в себя несколько технологических операций, в число которых входят формовка ОФ в опорный наполнитель (сыпучий или монолитный). При этом ОФ может испытывать значительное силовое давление со стороны опорного наполнителя. Это давление может быть настолько велико, что приводит не только к деформации ОФ, но и к ее возможному разрушению. Во избежание разрушения и существенных

деформаций ОФ, в том числе и от механического воздействия ОН на ОФ применяют целый ряд технологических приемов. Поэтому, если есть возможность еще на стадии проектирования и отработки технологии формовки ОФ дать оценку или спрогнозировать возможность образования трещин в ОФ от силового воздействия ОН, то это позволит значительно сократить безвозвратные потери оболочек на стадии заливки, что и предпринято в главе 4 настоящей работы.

При инженерной постановке задачи рассматривается осесимметричная оболочковая форма. Первый тип формы (рис. 1.3, а) состоит из двух частей: сферической (зумпфа) и цилиндрической (стояка). Внутренний радиус сферической части –  $R$ , толщина стенки оболочки –  $S$ , высота цилиндрической части –  $H$ .

В зоне контактирующих поверхностей ОФ и ОН может быть создан барьерный или буферный демпфирующий слой, выделенный жирным темным цветом на рис. 1.3, который позволяет уменьшить силовое воздействие ОН на ОФ по всей внешней ее поверхности.

Таким образом, будем считать, что рассматриваемая система четырех-компонентна (рис. 1.3) и состоит из следующих областей:

- жидкий металл (область I);
- затвердевающий металл (область II);
- оболочковая форма, состоящая из нескольких слоев (область III).
- опорный наполнитель (область IV)

Деформируемый материал (затвердевающий металл, форма) считаются изотропными.

При моделировании НДС ОФ использовали пятислойную ОФ, в которой некоторые слои изготовлялись по экспериментальной технологии и из материалов, свойства которых отличны от свойств материалов других слоев. На рис. 1.4 представлены виды исследуемых структур опытных ОФ, где штриховкой выделены особые слои с учетом рис. 1.1 (в, г). Воздушный зазор толщиной в десятые доли миллиметра (рис. 1.4, б) представляет собой сплошную газовую прослойку между внешними и внутренними слоями ОФ.

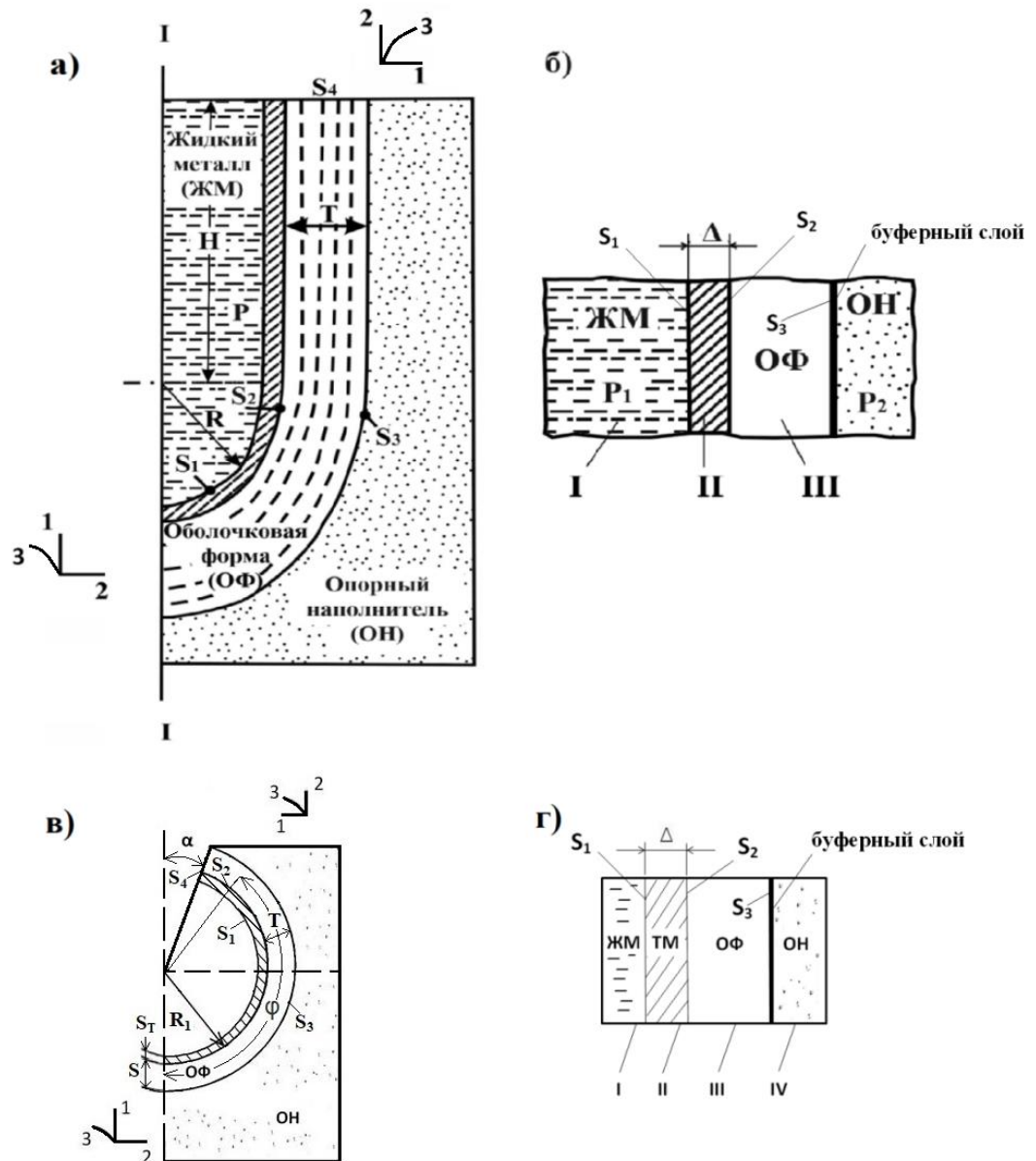


Рис. 1.3 Расчетная схема оболочковой формы, заформованной в опорный наполнитель и залитая жидким металлом: а – сечение в вертикальной плоскости; б – схема моделирования областей системы «отливка – оболочковая форма – опорный наполнитель» с поверхностями к граничным условиям задачи I – жидкий металл, II – затвердевший металл, III – многослойная оболочковая форма, IV – опорный наполнитель; I-I – ось симметрии формы,  $S_1$  – внутренняя поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла,  $S_2$  – поверхность затвердевшего металла и формы,  $S_3$  – внешняя поверхность формы,  $S_4$  – верхняя кромка стояка формы,  $T$  – толщина оболочковой формы,  $R$  – радиус сферической части цилиндрического стояка,  $R_1$  – радиус отливки,  $P$  – гидростатическое давление жидкого металла

Буферный слой (рис. 1.4, в) это прослойка в стенке ОФ, характеризующаяся низкой механической прочностью, которая формируется с использованием различных органических и неорганических добавок.

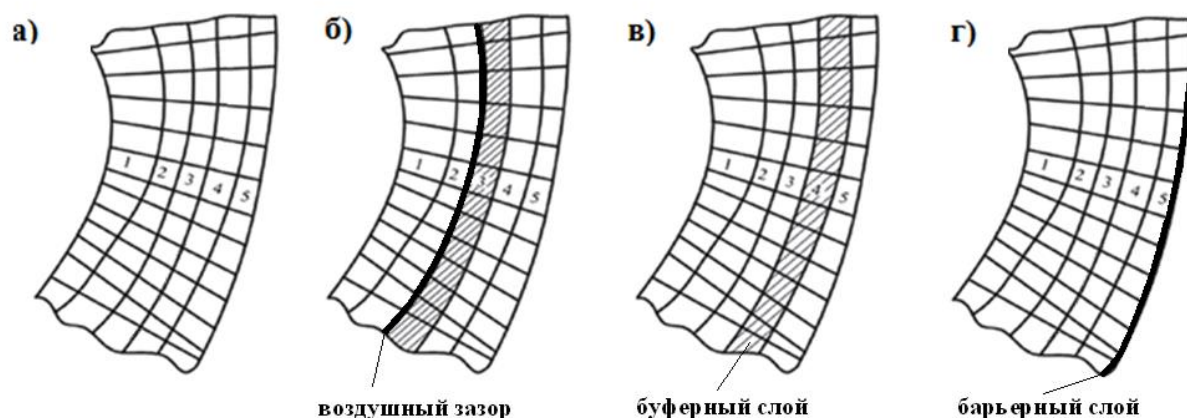


Рис. 1.4 Схемы видов исследуемых макроструктур ОФ: а) – традиционная ОФ; б) – ОФ с воздушным зазором; в) – ОФ с буферным слоем; г) – ОФ с барьерным внешним слоем

Теплофизические характеристики материалов [109, 110, 111]:

**керамика формы** (при  $\theta \in [800, 1500]$ )

- теплопроводность  $\lambda(\theta)$ ,  $\lambda = 0,812 \cdot 10^{-3}$  Вт/мм $\cdot$ °С;

- теплоемкость  $C$ ,  $C = 840$  Дж/кг $\cdot$ °С

- плотность  $\rho$  ( $\gamma$ ),  $\rho = 2,0 \cdot 10^{-6}$  кг/мм $^3$

**расплав стали** (при  $\theta \geq 1000$  °С):

- теплопроводность  $\lambda$ ,  $\lambda = 0,0298$  Вт/мм $\cdot$ °С

- скрытая удельная теплота кристаллизации  $L$ ,  $L = 270 \cdot 10^3$  Дж/кг

Физико-математические характеристики материалов:

**керамика формы** (при  $\theta \in [800, 1500]$ )

- модуль сдвига  $G(\theta)$ ,  $G = 2960$  кг/мм $^2$

- коэффициент линейного термического расширения  $\alpha$ ,  $\alpha = 0,51 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$

- коэффициент Пуассона  $\nu$ ,  $\nu = 0,2$

**сталь**

$G = 1000$  кг/мм $^2$ ;  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$

$$\rho(\gamma) = 7,80 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^2$$

Геометрические параметры формы:

- высота цилиндрической части  $H = 50 \text{ мм}$
- внутренний радиус сферической части  $R = 20 \text{ мм}$
- толщина стенки  $T = 5 \text{ мм}$

## Выводы

1. Литературный и патентный анализ показал круг проблем, связанных с низкой трещиностойкостью ОФ в ЛВМ, а именно:

- основным источником брака отливок в ЛВМ является ОФ на основе кристаллического кварца, обладающая низкой трещиностойкостью и прочностью;
- развитие НДС многослойных ОФ происходит на всех этапах процесса формообразования и получения отливки: сушки форм, удаления моделей, прокаливания форм, заформовывание в опорный наполнитель, заливки форм металлом, затвердевания и охлаждения отливки;
- каждый этап технологического процесса характеризуется различными показателями НДС, поэтому его расчет и анализ необходимо проводить для каждого этапа в отдельности;
- напряжения, возникающие в ОФ на различных технологических стадиях, провоцируют появление трещин и приводят к нарушению её целостности;
- существующие методики расчета и прогнозирования НДС ОФ достаточно трудоемкие и не всегда охватывают весь спектр возможных температурных и силовых воздействий при технологических операциях прокаливания и заливки металлом.

2. Проведенный анализ позволил выделить и систематизировать основные группы факторов, определяющие трещиностойкость ОФ.

3 Обзор и анализ научных публикаций показал несомненный приоритет отечественных исследований перед зарубежными в области расчетов НДС ОФ в ЛВМ.

4. Проблема влияния ряда внутренних и внешних факторов на стойкость ОФ к трещинообразованию и моделирования при этом процессов снижения уровня НДС изучен недостаточно широко и полно, что подчеркивает актуальность и своевременность решаемых в диссертационной работе задач.

## **2 ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ**

Как отмечалось в главе 1 настоящей работы, наименее изученными являются внутренние факторы, влияющие на НДС ОФ, а именно межслойные внутренние связи в ней. Имеются только единичные литературные сведения, касающиеся этого вопроса [3]. Именно исследованию этого вопроса и посвящена настоящая работа, в которой одной из основополагающих задач является моделирование НДС ОФ.

Строится математическая модель процесса охлаждения стальной отливки в ОФ, изготовленной таким образом, что внутренние слои ОФ могут скользить друг относительно друга. Данная структура ОФ была предложена в работе [3]. Автор, по-видимому, предположил, что при охлаждении металла в ОФ такой морфологической структуры, керамические слои, нагреваясь, не будут оказывать значительного влияния на соседние контактирующие слои и, тем самым, не будут возникать растягивающие напряжения, приводящие к разрушению ОФ.

Перед нами стояла задача проверить данное научное утверждение. Обладая определенным накопленным опытом теоретического решения подобных задач, была поставлена цель по построению математической модели по расчету НДС ОФ с учетом особенностей влияния ряда внешних и внутренних факторов на трещиностойкость ОФ при охлаждении в ней затвердевающей стальной отливки, включающая постановку задачи, численную схему решения, алгоритм решения задачи и программное обеспечение.

При разливке металла может иметь место четырехкомпонентная система (рис. 2.1, а,б), аналогичная рис.1.3: жидкий металл (ЖМ) – I, твердый металл (ТМ) – II, форма – III, опорный наполнитель – IV.

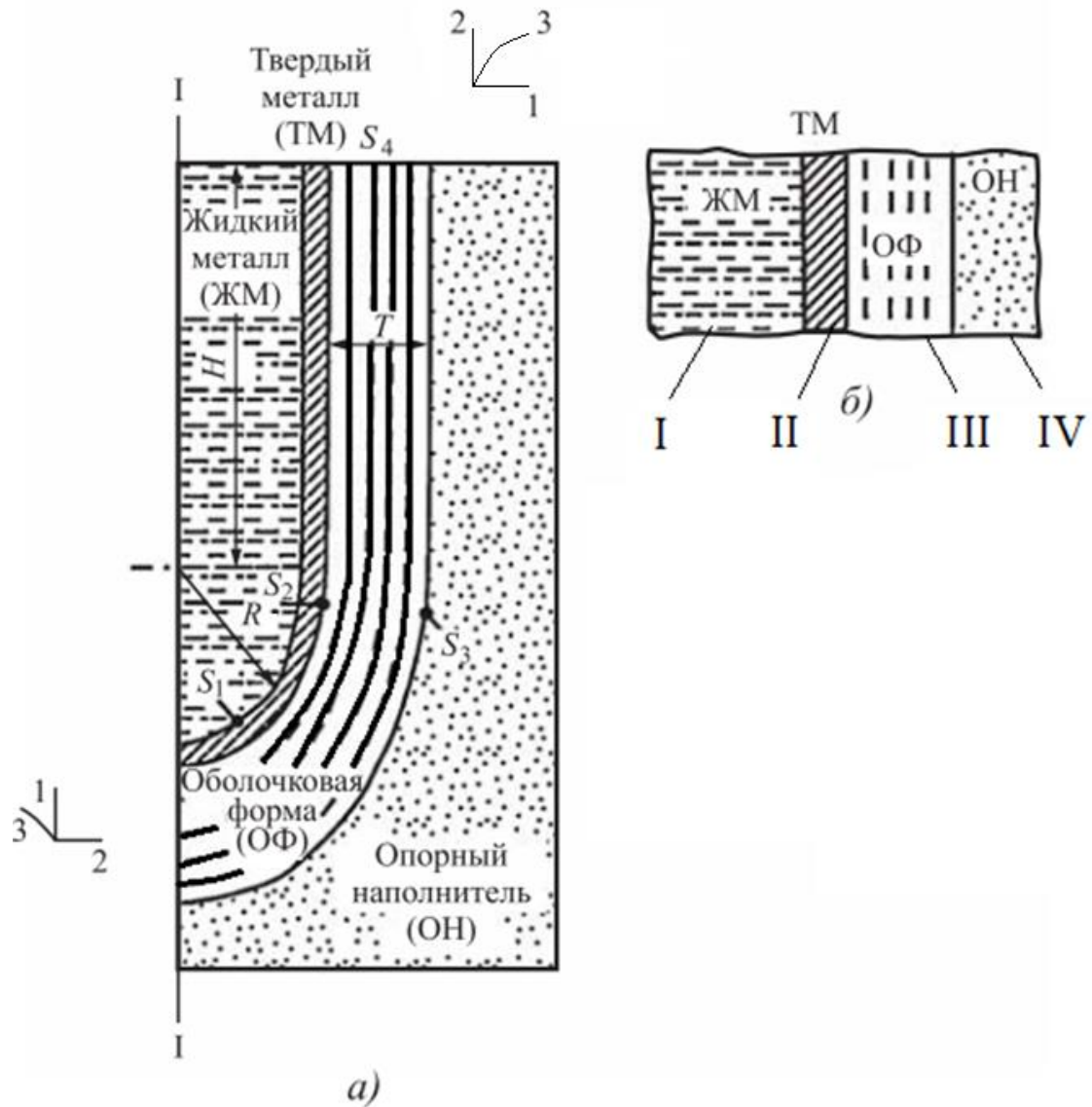


Рис. 2.1 Расчетная схема системы жидкий металл (ЖМ) - твердый металл (ТМ) - оболочковая форма (ОФ) - опорный наполнитель (ОН) с указанием поверхностей к граничным условиям задачи: а — меридианное сечение; б — схема моделирования областей системы ЖМ—ТМ—ОФ—ОН;  $S_1$  — поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла;  $S_2$  — внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы;  $S_3$  — внешняя поверхность оболочковой формы;  $S_4$  — свободная поверхность торца литниковой чаши оболочковой формы;  $I-I$  — ось симметрии; 1, 2, 3 — оси координат;  $T$  — толщина оболочковой формы;  $H$  — высота цилиндрической части стояка оболочковой формы;  $R$  — радиус сферической части стояка (зумпфа)

## 2.1 Математическая постановка задачи

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 2.1, а). Деформируемый материал – форма и затвердевший металл считаются изотропными. Оболочковая форма представляет собой многослойный композит толщиной Т.

Используя линейную теорию упругости, эйлерову систему координат и уравнение теплопроводности, можно записать для каждой из областей систему уравнений с учетом осевой симметрии:

– для области I:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P; P = -\gamma h; \dot{\theta} = \bar{\alpha}_1 \Delta \theta; \quad (2.1)$$

– для областей II, III:

$$\sigma_{ij,j} = 0; \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p^t \varepsilon_{ij}^*; \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \varepsilon = \varepsilon_{ii}; \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{ii} = 3k_p^t \sigma + 3\alpha_p^t (\theta_n - \theta_p^*); \varepsilon_{ij} = 0.5(U_{i,j} + U_{j,i});$$

$$\dot{\theta} = \bar{\alpha}_2 \Delta \theta;$$

$$\dot{\theta} = \bar{\alpha}_3^t \Delta \theta,$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $U_i$  – перемещения;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $\sigma$  – гидростатическое напряжение;  $G_p^t$  – модуль сдвига закристаллизовавшегося металла ( $p = 2$ ) и оболочковой формы в слое  $t$  ( $p = 3$ );  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $k_p^t$  – коэффициент объемного сжатия ( $p = 2, 3$ );  $\alpha_2^t$  – коэффициент линейного расширения в области III в слое  $t$ ;  $\gamma$  – плотность разливаемого металла;  $\bar{\alpha}_p$  – коэффициент температуропроводности в области  $p = 1, 2$ ;  $\bar{\alpha}_3^t$  – коэффициент температуропроводности в области III в слое  $t$ ;  $\theta_n$  – текущая температура;  $\theta_p^*$  – начальная температура в области  $p$ .

В системе (2.2) используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии, что температура металла  $\theta_m \leq \theta_k$  ( $\theta_k$  – температура кристаллизации) определяется толщина затвердевшего слоя из решения уравнения межфазового перехода:

$$\frac{d\theta_1}{dn_*} \lambda_1 - \frac{d\theta_2}{dn_*} \lambda_2 = \frac{d\Delta}{d\tau} L\rho, \quad (2.3)$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – температура в твердой и жидкой фазах;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности твердой и жидкой фаз;  $\Delta$  – толщина корочки;  $L$  – скрытая теплота плавления;  $\rho$  – плотность твердой фазы;  $n^*$  – нормаль к границе двух фаз (рис. 2.2).

Время процесса кристаллизации  $\tau^*$  разбивается на малые шаги  $\Delta\tau_n$  ( $n$  – номер временного шага).

Если предположить, что температура в твердой фазе (корочке) изменяется по линейному закону, а градиент температуры в жидкой фазе равен нулю, то уравнение межфазового перехода примет вид:

$$\frac{\Delta\theta_1}{x} \lambda_1 = \frac{dx}{d\tau} L\rho \text{ или } C \cdot d\tau = \frac{1}{2} x dx; C = \frac{2\Delta\theta_1}{\rho L}$$

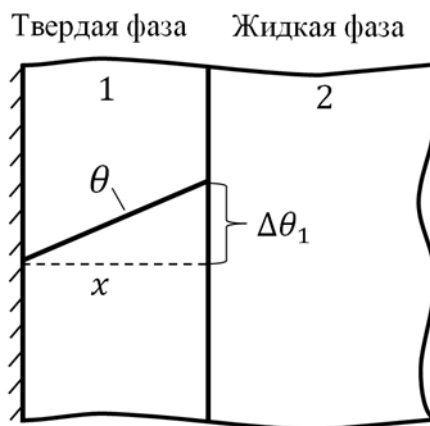


Рис. 2.2 Схема изменения градиента температуры в затвердевшей корочке металла

После интегрирования получили:  $x = C\sqrt{\tau}$ .

Так как рассматривается временной шаг  $\Delta\tau_n$  и  $x = \Delta_n$ , то имеем формулу:

$$\Delta_n = C\sqrt{\Delta\tau_n}$$

где  $\Delta_n$  – толщина закристаллизовавшейся корочки.

Время процесса кристаллизации  $\tau_*$  разбивается на малые шаги  $\Delta\tau_n$  ( $n$  – номер временного шага). На каждом временном шаге  $\Delta\tau_n$  вычисляется толщина твердой фазы  $\Delta_n$  ( $\Delta = \sum_1^n \Delta_n$ ). При этом предполагается, что температура в твердой фазе по толщине  $\Delta_n$  изменяется по линейному закону и градиент температуры в жидкой фазе равен нулю. С учетом этого решения уравнение (2.3) дает следующую зависимость для определения толщины закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  на временном шаге  $\Delta\tau_n$ .

$$\Delta_n = C\sqrt{\tau}; C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}}, \quad (2.4)$$

Здесь  $\Delta\theta_1$  – перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации.

Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла.

$\theta_I|_{\tau=0} = 0$  – температура разливаемого жидкого металла.

$\theta_{III}^*|_{\tau=0} = 0^*$  – начальная температура формы.

$\theta_{II}$  – температура матрицы;

$\theta_{II}^*$  – температура кристаллизации металла.

Граничные условия задачи:

Осесимметричное тело вращения:

$$U_3 = 0; \quad \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, \quad \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

– на оси симметрии  $U_2 = 0; \quad \sigma_{21} = 0; \quad q_n = 0;$

– на поверхностях  $S_1, S_3$

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -P; \quad \sigma_{12}|_{S_i} = 0, (i = 1); \quad \sigma_{11}|_{S'_3} = 0;$$

$$\sigma_{12}|_{S'_3} = 0, \quad \sigma_{22}|_{S'_4} = -P; \quad (2.5)$$

$$U_1|_{S''_3} = 0, U_2|_{S''_4} = 0,$$

$$\sigma_{12}|_{S'_3} = -\Psi \frac{\tau_s U_{CK}}{U^*} \cos(n_1 x_1);$$

$$q_n|_{S_3} = \alpha^*(\theta_n - \theta_{II})$$

где  $U_{\text{ск}}$  – скольжение материала формы относительно ОН;  $U^*$  – нормирующее перемещение,  $\Psi$  – параметр, характеризующий условия трения между формой и ОН,  $q_n|_{S_3}$  – плотность теплового потока по нормали к поверхности  $S_3$ ,  $\alpha^*$  – коэффициент теплообмена между керамической формой и ОН,  $S_3 = S'_3 + S''_3$ ,  $S'_3$  – свободная поверхность,  $S''_3$  – контактная поверхность.

На границе двух слоев при  $x_1 = x_i^* x_i$  (рис. 2.3) имеем

$$\sigma_{12}^*|_{x_1=x_1^*} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1) \quad (2.6)$$

где  $U_{\text{ск}} = U|_{a_2} - U|_{a_1}$  – скольжение слоя  $a_2$  относительно слоя  $a_1$  вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  – нормирующая величина  $U$ ,  $\psi^*$  – параметр трения на границе слоя «t».

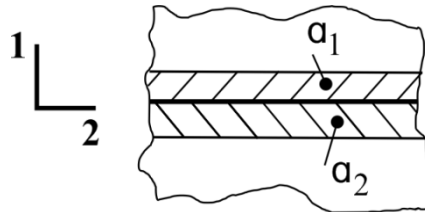


Рис. 2.3 Схема взаимодействия контактирующих слоев

Распределение напряжений и перемещений по граням элемента показано на рис. 2.4 в и рис. 2.4. г соответственно

При осевой симметрии имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{31} &= \sigma_{32} = 0, \\ \varepsilon_{13} &= \varepsilon_{23} = 0, \\ U_3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В соответствии с работой [70] уравнения (2.2) и значения  $\varepsilon_{ij}$  с учётом (2.7) уравнения равновесия для осесимметричной задачи запишутся:

$$\begin{aligned} S_{13}\Delta S_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + S_{12}\Delta S_{13}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) + 0,5\Delta\sigma_{11}S_{12}S_{13} + \\ + 0,5\Delta\sigma_{12}S_{21}S_{23} + (S_{21}\Delta S_{23} + 2S_{23}\Delta S_{21})\sigma_{12} = 0, \\ S_{21}\Delta S_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33}) + S_{23}\Delta S_{21}(\sigma_{22} - \sigma_{11}) + 0,5\Delta\sigma_{22}S_{23}S_{21} + \\ + 0,5\Delta\sigma_{21}S_{12}S_{13} + (S_{12}\Delta S_{13} + 2S_{13}\Delta S_{12})\sigma_{21} = 0; \end{aligned} \quad (2.8)$$

Уравнения состояния:

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = 2G_p(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}), \quad (2.9)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 2G_p(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}),$$

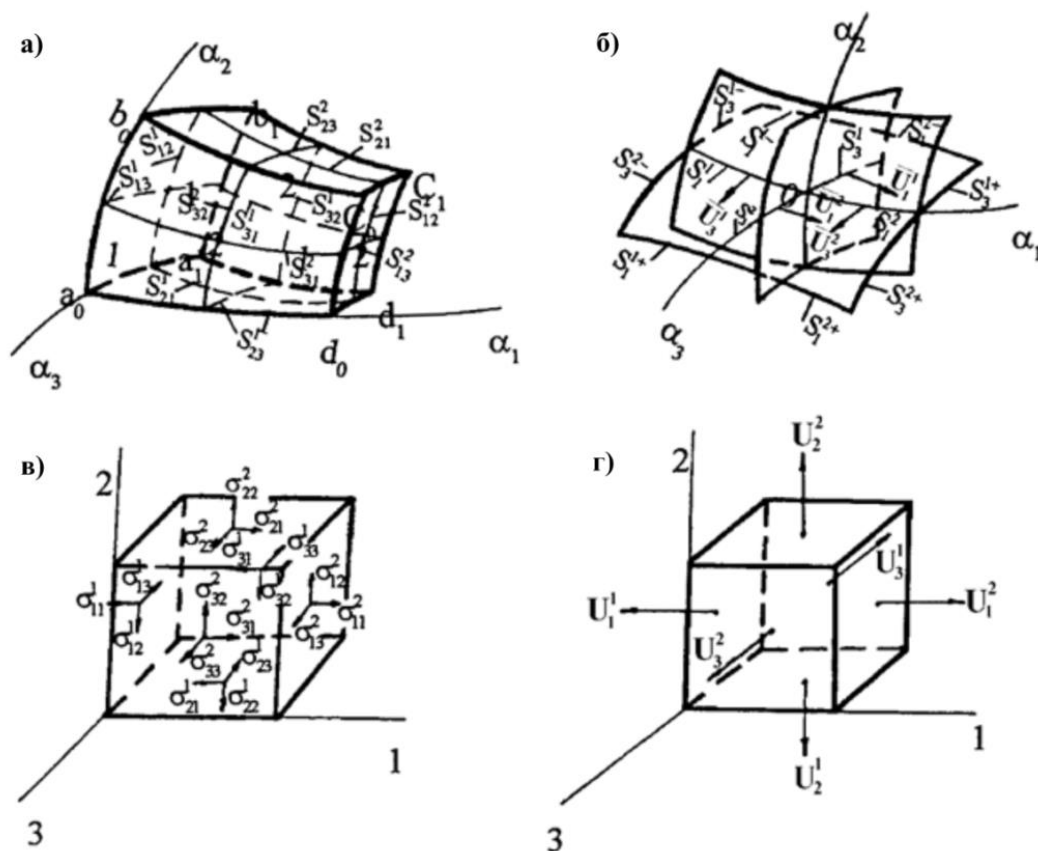


Рисунок 2.4 Область деформирования: а – схема разбивки на элементы;

б, г – распределение перемещений по граням элемента;

в – распределение напряжений

Уравнения сплошности:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 3k_p\sigma + 3\alpha_p(\theta_n - \theta_p^*), \quad (2.10)$$

Здесь  $\sigma_{ij} = 0,5(\sigma_{ij}^1 + \sigma_{ij}^2)$ ,  $\Delta\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^2 - \sigma_{ij}^1$ ,  $(i, j = 1, 2, 3)$ .

$$\varepsilon_{11} = \frac{2\Delta U_1}{S_{21}} + \frac{2U_2}{S_{21}} \cdot \frac{\Delta S_{21}}{S_{12}}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{2\Delta U_2}{S_{32}} + \frac{2U_1}{S_{12}} \cdot \frac{\Delta S_{12}}{S_{21}} \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{2U_1}{S_{13}} \cdot \frac{\Delta S_{13}}{S_{31}} + \frac{2U_2}{S_{23}} \cdot \frac{\Delta S_{23}}{S_{32}}.$$

Здесь  $U_i = U_i^1 + U_i^2$ ;  $\Delta U_i = U_i^2 - U_i^1$ ,  $(i = 1, 2)$ .

При этом  $S_{ik}^j$  ( $i, k = 1, 2, 3; j = 1, 2$ ) – величина дуги средней линии,

расположенной на грани  $j$  вдоль координаты  $\alpha_k$  и перпендикулярная координате  $\alpha_i$ . Значения  $S_{ik}^j$  вычисляются как средние от значений дуг границы граней. Вводятся обозначения  $S_{ij} = S_{ij}^1 + S_{ij}^2$ ,  $\Delta S_{ij} = S_{ij}^2 - S_{ij}^1$ . Расположение  $\sigma_{ij}$  и  $U_i$  по граням элемента показано на рисунке 2.4.

Уравнения (2.6, 2.9) записаны с учетом осевой симметрии

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0; \quad i = 1, 2, 3;$$

для тел вращения имеет место

$$\Delta S_{31} = 0; \quad \Delta S_{32} = 0; \quad \frac{\Delta \bar{U}_1}{S_3} = 0; \quad \frac{\Delta \bar{U}_2}{S_3} = 0; \quad U_3 = 0;$$

на поверхности  $x_1 x_3$ :  $S_1^+ - S_1^- = 0$ ; на поверхности  $x_2 x_3$ :  $S_2^+ - S_2^- = 0$ .

Сдвиговые значения  $\varepsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) для узла (0) запишутся в виде:

$$\varepsilon_{12}^0 = \frac{2\Delta \bar{U}_2}{S_1} - 0,5 \bar{U}_2 \frac{S_2^+ - S_2^-}{S_1 S_2} + \frac{2\Delta \bar{U}_1}{S_2} - 0,5 \bar{U}_1 \frac{S_1^+ - S_1^-}{S_1 S_2}, \quad (2.12)$$

где  $S_i = S_i^1 + S_i^2$ ;  $\Delta \bar{U}_i = \bar{U}_i^2 - \bar{U}_i^1$ ;  $S_i^+ = S_i^{1+} + S_i^{2+}$ ;  $S_i^- = S_i^{1-} + S_i^{2-}$ ; значения  $\bar{U}_i^j$  вычисляются как средние от значения  $U_i$  по граням элемента. В работе [70] доказано, что разностный аналог системы (2.8, 2.10) с учетом (2.11). при наличии начальных и граничных условий, является определяемой. Размерность системы (2.8, 2.10) значительно сокращается, если разбить все неизвестные на две группы: зависимые переменные и независимые. Пусть ко второй группе относятся все значения  $U_2$ , не вошедшие в граничные условия, гидростатическое напряжение  $\sigma$ , а так же  $U_1|_{S_3}$   $U_1|_{S'_3}$ .

## 2.2 Численная схема решения задачи

Построим численную схему решения уравнений (2.8-2.10) с учетом (2.11). В работах [83, 91] сокращение неизвестных строилось на рекуррентных соотношениях первого уравнения (2.8) и решением системы из двух уравнений, включающих второе уравнение (2.8) и первое уравнение (2.9), из которого определялись  $\sigma_2^1$ ,  $\sigma_2^2$ . В данной задаче, при наличии внутренних поверхностей

скольжения удобнее использовать два рекуррентных соотношения по уравнениям равновесия. Итак:

1. Из уравнения сохранения массы (2.10) выразим в рекуррентной форме с учетом выражений (2.11):

$$U_1^2 = U_1^1 + [A],$$

где  $[A]$  – оператор, не содержащий  $U_1^2$ ; направление обхода области по  $x_1$  ( $\rightarrow$ ), по  $x_2$  ( $\uparrow$ ).

2. Определяем сдвиговые выражения  $\varepsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) по внутренним узлам сетки в соответствии с формулами (2.12);  $i = 1, j = 2$ .

3. Определяем  $\sigma_{ij}$  ( $i \neq j$ ) по внутренним узлам сетки из уравнений состояния:  $\sigma_{12}^0 = G_p^0 \varepsilon_{12}^0$ .

4. Определяем  $\sigma_{ij}$  по внешним узлам сетки из граничных условий (2.5).

5. Определяем  $\sigma_{ij}$  по внутренним поверхностям скольжения по формулам (2.6).

6. Определяем  $\sigma_{ij}$  по граням элементов как средние от значений  $\sigma_{ij}$  в узлах граней.

7. Разности  $(\sigma_{ii} - \sigma_{jj})$  в уравнениях (2.8) выражаются через (2.9).

8. Уравнения (2.8) переписываются в рекуррентном виде:

$$\sigma_{ii}^1 = \sigma_{ij}^2 + [B_i], i = 1, 2;$$

где  $[B_i]$  – операторы, не содержащие  $\sigma_{ii}^1$ , направление обхода области  $x_1$  ( $\leftarrow$ ),  $x_2$  ( $\downarrow$ ).

9. Первое из уравнений (2.9) перепишем в виде

$$F_1 = \sigma_{11} - \sigma_{22} - 2G_p(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) = 0;$$

Направление обхода области по  $x_1$  ( $\rightarrow$ ), по  $x_2$  ( $\uparrow$ ); этих уравнений столько, сколько неизвестных перемещений  $U_2$ .

10. Из второго уравнения (2.9) определяем  $\sigma_{33} = \sigma_{22} - 2G_p(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})$  где  $\varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$  вычисляются по формулам (11).

11. Уравнения по гидростатическому напряжению

$$F_2 = 1/3(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) - \sigma = 0$$

Число этих уравнений равно числу элементов.

Таким образом, если положить за независимые переменные

$X = \{U_2, \sigma, U_1|_{S'_3}\}$ , то, пробегая последовательность (п. 1÷11), можно определить зависимые переменные через  $X$ .

Эквивалентная система уравнений состоит

$$F_1 = \sigma_{11} - \sigma_{22} - 2G_p(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) = 0;$$

$$F_2 = 1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \sigma = 0$$

$$F_3 = \sigma_{11}^2 + [B_1]|_{S'_3} = 0;$$

Таким образом, система, получаемая непосредственной аппроксимацией исходной системы дифференциальных уравнений в частных производных конечными разностями, преобразуется в эквивалентную систему алгебраических линейных уравнений, число уравнений в которой примерно на порядок меньше, чем в исходной.

Коэффициенты и свободные члены новой линейной эквивалентной системы уравнений можно найти с помощью следующей процедуры:

Пусть эквивалентная система уравнений имеет вид:

$$\bar{F}_i = a_{ij}x_j + b_i = 0; i, j = 1, \dots, n.$$

Если положить все неизвестные равными нулю  $x_i = 0, i = 1, \dots, n$ , то, пробегая выше приведенную последовательность 1,...,5 и, насчитывая  $\bar{F}_i$  по формулам, найдем свободные члены новой системы.

$$\bar{F}_i^0 = b_i; i = 1, \dots, n.$$

Далее находим коэффициенты  $a_{ij}$ . Для этого положим  $x_k = 1, x_i = 0, (i \neq k; i = 1 \dots n)$ . Опять, пробегая вышеуказанную последовательность, находим  $\bar{F}_i^k$  и  $a_{ik}$  по формуле:

$$a_{ik} = \frac{\bar{F}_i^k - \bar{F}_i^0}{1}, i = 1, \dots, n.$$

Таким образом, определяется вся матрица  $a_{ik}$  новой эквивалентной системы. Решение этой системы осуществляем по стандартной программе методом Гаусса.

Разработанная численная схема позволяет успешно решать задачи по определению НДС как в односвязной, так и в многосвязной области.

Для решения уравнения теплопроводности используется численный метод, описанный в работе [70]. В соответствие с данным методом для каждого внутреннего « $k$ »-го элемента (рис. 2.2, а) из теплового баланса записывается система теплопроводности в разностном виде и строится итерационная процедура, которая с учетом того, что тепловой поток по  $x_3$  равен нулю, представляется итерационной формулой

$$\theta_k = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^-}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21}}, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{где } t_{12} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^+)}{S_{21} + S_{21}^+} F_1^2 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; & t_{11} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^-)}{S_{21} + S_{21}^-} F_1^1 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; \\ t_{22} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^+)}{S_{12} + S_{12}^+} F_2^2 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; & t_{21} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^-)}{S_{12} + S_{12}^-} F_2^1 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; \end{aligned}$$

$$F_i^j = S_{ik}^j \cdot S_{ip}^j; i \neq k \neq p; i, k, p = 1, 2, 3; j = 1, 2; V_k = \frac{S_{13} S_{12} (S_{21} + S_{31})}{16}.$$

Здесь  $\theta_k^*$  - средняя температура в « $k$ »-ом элементе в начале временного шага  $\Delta\tau$ ;  $\lambda_k, \theta_k, C_k, \gamma_k$  - соответственно средние значения коэффициента теплопроводности, температуры, теплоемкости и удельный вес в « $k$ »-ом элементе в конце временного шага  $\Delta\tau$ ;  $\lambda_i^-, \theta_i^- (i = 1, 2)$  - соответственно коэффициент теплопроводности и температуры в элементе, следующим за элементом « $k$ » по координате  $x_i$  в отрицательную сторону;  $\lambda_i^+, \theta_i^+$  - аналогичные параметры - в положительном направлении  $x_i$ .

$$S_{21}^- = S_{21}^{1-} + S_{22}^{2-}; S_{21}^+ = S_{21}^{1+} + S_{22}^{2+};$$

$S_{ij}^{1+} (i \neq j; i, j = 1, 2)$  - длина дуги  $S_{ij}^1$  - элемента, следующим за элементом « $k$ » в положительном направлении по координате  $x_j$ ;  $S_{ij}^{1-}$  - то же, но в отрицательном по  $x_j$ ;  $\theta_i^+$  - температура в элементе, следующим за элементом « $k$ » в направлении  $x_i$ ;  $\theta_i^-$  - то же, но в отрицательном направлении  $x_i$ .

Сходимость итерационной процедуры (2.13) (метод прогонки) доказана в работе [69].

### 2.3 Общий алгоритм решения задачи

1. Время охлаждения  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов:  $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$ ,  $n$ —номер временного шага.

2. Исследуемая область разбивается на конечное число ортогональных элементов.

3. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующих рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов.

4. Вычисляются длины дуг элементов  $S_{ik}^j (i, k = 1, 2; i \neq k; j = 1, 2)$ .

5. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta\tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы (2.13) при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.

6. Если температура в области (I) у поверхности  $S_2 \theta|_{S_2} \leq \theta_{II}^*$ , то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  по формуле (4). Если  $\theta|_{S_2} > \theta_{II}^*$ , то выполняется операция п. 7.

7. Решается система уравнений (2.2) с учетом разностных аналогов (2.8, 2.9) и разработанной методики, описанной выше. Определяются поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и перемещений  $U_i$ . При этом решается контактная задача.

8. Производится шаг по времени. Если  $\sum \Delta\tau_n < \tau^*$ , то выполняется операция п. 4. Если  $\sum \Delta\tau_n = \tau^*$  - процесс вычисления закончен.

Методология построения математической модели, численной схемы и алгоритма решения задачи представлена в следующих опубликованных работах автора [112, 113, 114].

## **Выводы**

1. Разработана математическая модель по моделированию процессов влияния межслойного трения на стойкость ОФ к трещинообразованию и возможному ее разрушению при затвердевании в ней стальной отливки.
2. Построена численная схема, алгоритм и программа расчетов в задаче температурных напряжений в многослойных оболочечных структурах с вариацией межслойного трения.

### 3 ЗАДАЧА О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННЕГО МЕЖСЛОЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ

В настоящей главе строится математическая модель и проводится теоретическое исследование по ранее высказанной идее, отчасти реализованной в работе [3], в которой предлагается многослойную оболочковую форму изготавливать таким образом, чтобы внутренние слои ОФ скользили друг относительно друга. Растягивающие нормальные напряжения появляются в наружном слое ОФ при заливке металла, так как слои формы близкие к расплаву металла, нагреваясь, стараются расшириться, но им мешают периферийные более холодные слои ОФ. Отсюда в слоях с высокой температурой наблюдали сжимающие нормальные напряжения, а в слоях с меньшей температурой – растягивающие [76, 91].

#### 3.1 Математическая постановка задачи

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 2.1, а). Деформируемый материал: форма и затвердевший металл считаются изотропными.

Решение задачи осуществлялось по разработанной численной схеме и алгоритму гл. 2.

С учетом осевой симметрии имеем  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ;  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ ;  $U_3 = 0$  (рис.2.1).

**Начальные условия задачи:**

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла ( $\Delta$  – толщина затвердевшего металла);  $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_0$  – температура разливаемого жидкого металла;  $\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$  – начальная температура формы;  $\theta_0 = 1550$  °C

**Граничные условия задачи (рис. 2.1,а):**

– на оси симметрии  $U_2 = 0$ ;  $\sigma_{21} = 0$ ;  $q_n = 0$ ;

– на поверхностях  $S_1, S_2, S_3$

$$\sigma_{11}|_{S_1} = P_1; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0 \quad (3.1)$$

$$\sigma_{11}|_{S_3} = 0, \sigma_{12}|_{S_3} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1)$$

$$\theta_F = \theta_0; \theta|_{S_3} = 20^\circ \text{C}$$

где  $\psi^*$  - параметр трения на поверхности контакта между ОФ и ОН.

На границе двух слоев при  $x_1 = x_1^*$  (рис. 2.3) имеем

$$\sigma_{12}^*|_{x_1=x_1^*} = -\psi \tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1) \quad (3.2)$$

где  $U_{\text{ск}} = U|_{a_2} - U|_{a_1}$  - скольжение слоя  $a_2$  относительно слоя  $a_1$  вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  - нормирующая величина  $U$ ,  $\psi$  - параметр трения на границе слоя «т».

При этом, решается контактная задача: на поверхности  $S_3$  (рис. 2.1, а) примем условие

$$\text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0,$$

$$\text{если } u_1|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1|_{S_3^k} = 0,$$

где  $k$  – номер грани элемента на контактной поверхности.

Рассмотрим полное скольжение слоев  $\psi_t = 0$  и  $P_1 = 0$ .

Решение задачи осуществлялось численным методом [70], разработанными численными схемами с учетом программного комплекса [103].

### 3.2 Результаты решения задачи

Исследовалась ОФ, состоящая из 10 слоев с геометрическими параметрами:  
 $T = 5$  мм;  $H = 50$  мм;  $R = 20$  мм, имеющая свойства:

$$G = 2960 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \lambda = 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot ^\circ\text{C)}; \quad (3.3)$$

$$C = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}; \gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3.$$

Следует отметить, что свойства (3.3) являются традиционными при изготовлении ОФ. На рис. 3.1 приведены поля напряжений  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{11}$  (рис. 3.1, б) и поля перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (рис. 3.1, в) в области ОФ при времени охлаждения  $\tau = 18,6$  с. На рис. 3.1, а показан график температуры на оси симметрии  $x_2 = 0$ . В других сечениях ОФ график температуры практически такой же (в количественной величине отклонение 10-15 °С). То есть рассматривается случай деформации ОФ только под воздействием температурного поля.

Имеем следующую ситуацию. Слои ОФ, находящиеся ближе к расплавленному металлу увеличиваются в объеме значительно больше, чем периферийные слои ОФ. Видим, по перемещениям  $u_1$ , что ОФ как бы раскрывается. Поля напряжений  $\sigma_{22}$  прямо противоположны по знаку напряжениям  $\sigma_{22}$  в ОФ, когда слои были как бы одним монолитом [83]. Слои около жидкого металла имеют положительное значение растягивающего напряжения  $\sigma_{22}$ , периферийные слои, имеющие температуру ниже - имеют сжимающие напряжения.

Напряжения  $\sigma_{22}$ , как видим, (рис. 3.1, б) имеют место только в сферической части ОФ, в цилиндрической части – их нет. В данном случае, имеют место напряжения  $\sigma_{11}$  (рис. 3.1, б), которые в работах [70, 83] отсутствуют, так как они на два порядка меньше напряжений  $\sigma_{22}$  по абсолютной величине.

Наибольших значений напряжения  $\sigma_{11}$  достигают в центре поперечного сечения ОФ (сжимающие напряжения) и уменьшаются до нуля к поверхностям ОФ. Таким образом, можно сделать вывод, что выполнять ОФ со слоями, скользящими друг относительно друга без трения, нельзя. ОФ разрушится, так как растягивающие напряжения в слое, примыкающем к жидкому металлу, достигают 6,8 МПа, что является недопустимым. В этом слое температура  $\approx 1400$  °С – и он будет разрушен. Далее, нагрузим ОФ ферростатическим давлением:  $P = -\gamma h$ , и примем  $u_1|_{S_3} = 0$ .

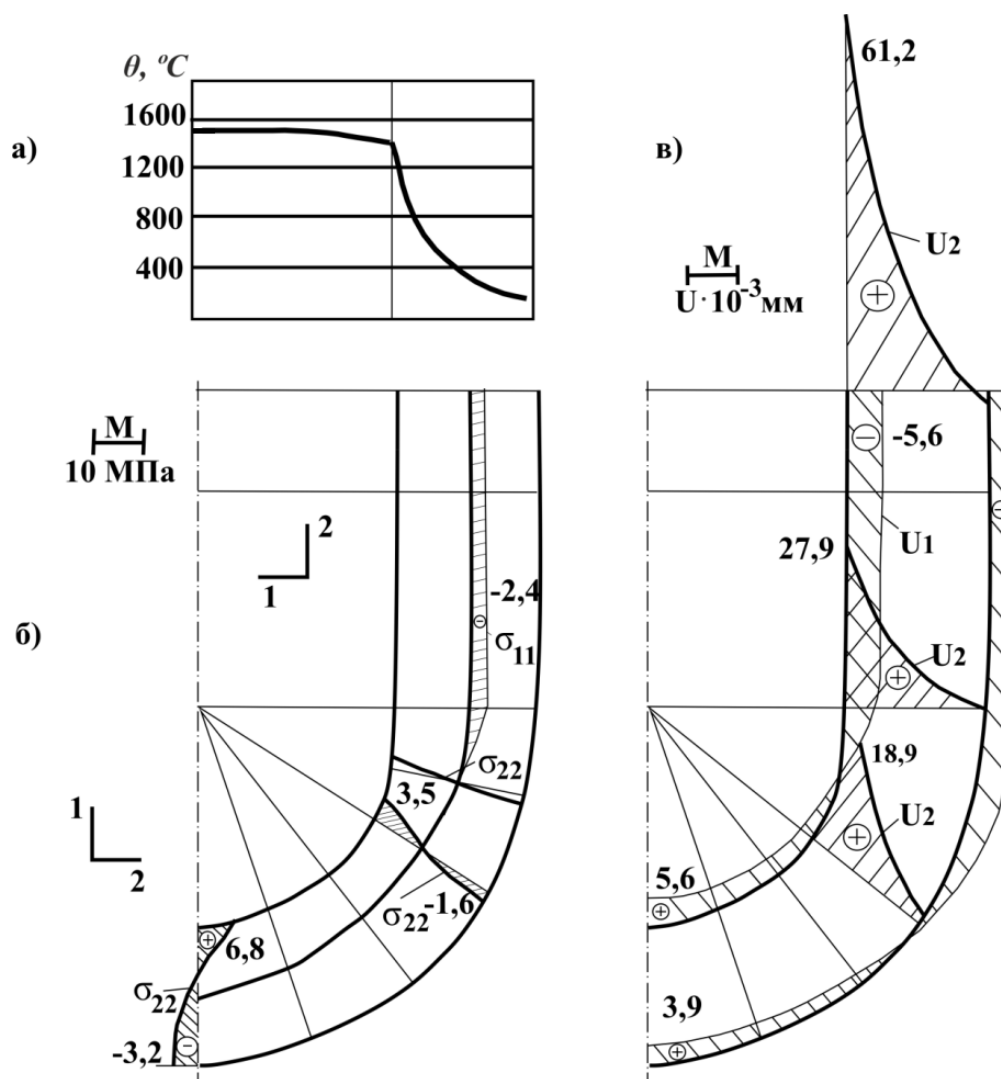


Рис. 3.1 Распределение температуры (а), поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (б) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (в) по толщине оболочки при времени охлаждения  $\tau = 18,6$  с. и  $\psi^* = 0$

Результаты решения приведены на рис. 3.2 (сплошная линия). Так же, как и в предыдущем случае напряжения  $\sigma_{22}$  имеют место только в сферической зоне ОФ, но более ярче выражены; в цилиндрической части ОФ напряжения  $\sigma_{22}$  отсутствуют. Напряжения  $\sigma_{11}$  на поверхности контакта ОФ с опорным наполнителем ( $S_3$ ) имеют знакопеременный характер; в нижней сферической части ОФ  $\sigma_{11}$  – положительные, а затем переходят в сжимающие. Положительные значения  $\sigma_{11}$  на контактной поверхности указывают на возможность отставания в этой части ОФ от опорного наполнителя (ОН). Поля перемещений (рис. 3.2, б – сплошные линии) показывают совпадение по перемещениям  $U_2$  с (рис. 3.1, б).

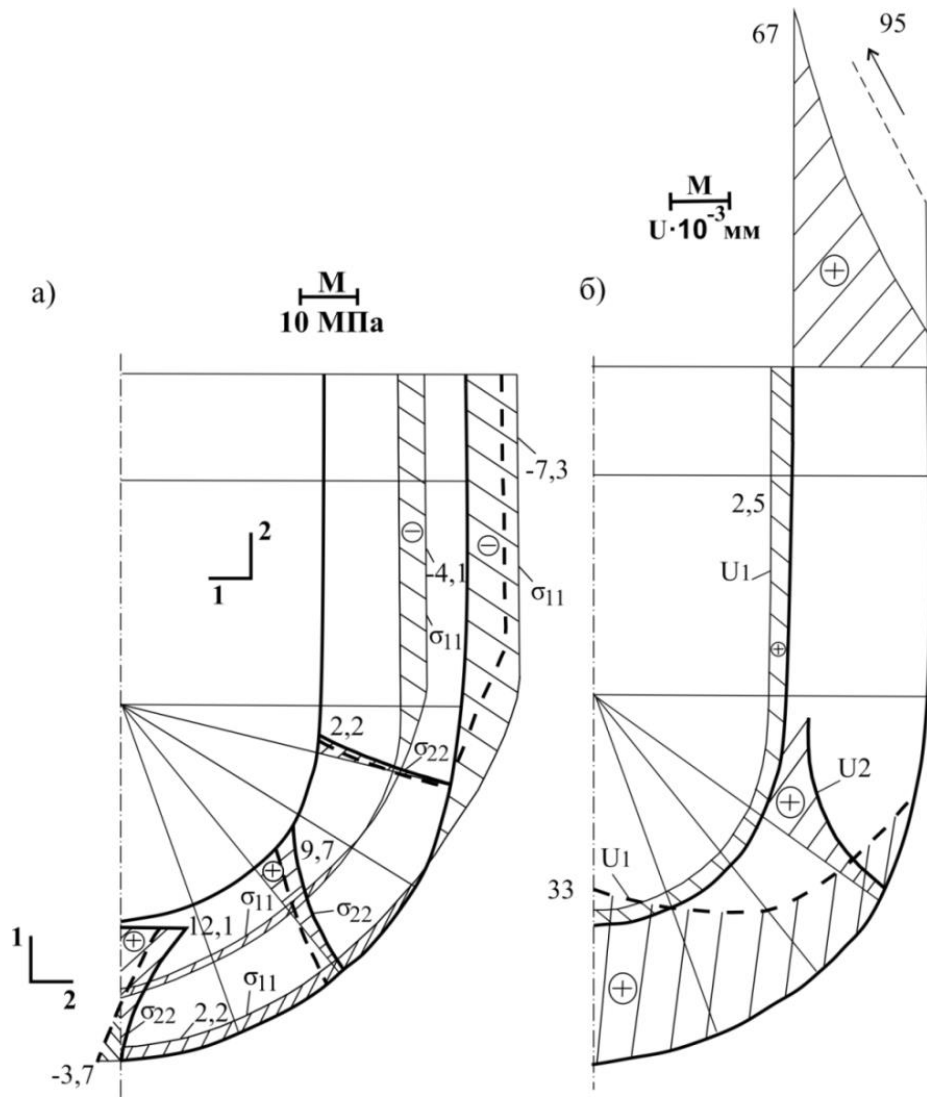


Рис. 3.2 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при времени охлаждения  $\tau=18,6 \text{ с.}$  и  $\psi^* = 0$

Перемещения  $U_1$  (рис. 3.2, б – сплошные линии) – не значительны. Чтобы получить более точные результаты, решим контактную задачу: на поверхности  $S_3$  (рис. 2.1, а) примем условие

$$\text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0, \quad (3.4)$$

$$\text{если } u_1|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1|_{S_3^k} = 0,$$

где  $k$  – номер грани элемента на контактной поверхности.

При этом дополним граничные условия (3.1):

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1) \quad (3.5)$$

где  $\psi^*$  - параметр трения на поверхности контакта между ОФ и ОН.

В граничных условиях (3.5) положим  $\psi^* = 0,01$ . Условия (3.4) введены в алгоритм решения задачи. Условия (3.4) в итерационной схеме вычислений отслеживаются 4-5 раз, после чего изменение уже не происходит. Результаты решения задачи с учетом условий (3.4, 3.5) приведены на рис. 3.2 (штриховые линии). Наблюдаем общее уменьшение (по абсолютной величине) напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (рис. 3.2, а). При этом, на большей области сферической части ОФ имеет место отставание наружной части ОФ от опорного наполнителя с наибольшей величиной (0,033 мм) оси симметрии (рис. 3.2, б). Перемещения  $U_2$  на поверхности  $S_4$  резко возросли (рис. 3.2, б).

Проведенные расчеты и анализ результатов показывают несостоятельность аргументации высказанной идеи и данных, приведенных в работе [3], т.е. с практической точки зрения такое техническое решение нецелесообразно и невозможно. Такой вывод позволил разработать новое технологическое решение по изготовлению ОФ с повышенной трещиностойкостью за счет создания внутреннего пустотелого микрослоя с соединяющими элементами, обеспечивающими жесткую связку между контактирующим слоями, техническая новизна которого описана в следующем параграфе.

Результаты выполненных исследований по решению данной задачи главы 3 представлены в следующих опубликованных работах автора [112, 113, 114, 115, 116, 117].

### **3.3 Новые технологические решения по управлению трещиностойкостью оболочковой формы**

подавляющее число изготавливаемых многослойных ОФ имеют структуру, представленную на рис. 3.3.



Рис. 3.3 Структура трехслойной КОФ после прокаливания

Структура каждого слоя таких ОФ состоит из затвердевающей суспензии, пылевидного и зернового огнеупорного материалов (рис. 3.4).

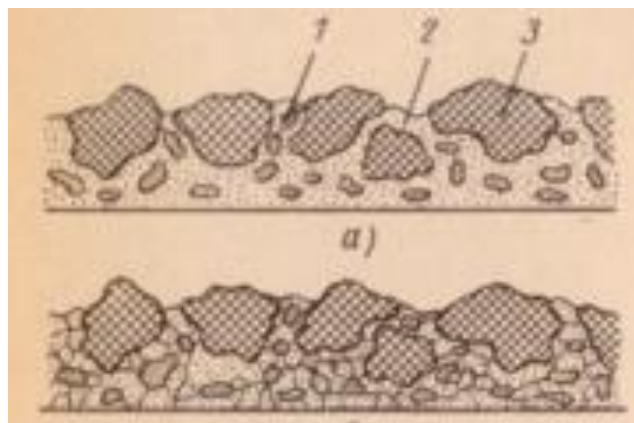


Рис. 3.4 Структура первого облицовочного слоя КОФ

а – после сушки; б – после прокаливания

1 – пылевидный материал; 2 – связующее; 3 – песок обсыпки; 4 – микротрещины

Плотность такого композиционного материала ОФ практически одинакова по всей толщине стенки оболочки.

Однако, такие оболочки обладают низкой трещиностойкостью. В целях повышения трещиностойкости таких ОФ предложено новое технологическое решение, заключающееся в том, что между промежуточными контактирующими слоями оболочки нанесено покрытие из суспензии растворенного вещества в растворителе, толщина которого много меньше толщины каждого из слоев оболочки [118].

После нанесения на блок моделей необходимого числа слоев огнеупорного покрытия на блок окунаем наносят слой суспензии из раствора вещества в растворителе. После извлечения блока из раствора, растворитель испаряется, при этом поверхность блока остается покрытой сплошной тонкой пленкой растворенного пленкообразующего вещества, толщина которого много меньше толщины каждого из слоев оболочки, которое после сушки покрывается последующими слоями огнеупорного покрытия. При прокаливании оболочковой формы из-за выгорания остатков веществ в её структуре образуется межслойный разделительный воздушный микро зазор между промежуточными контактирующими слоями, предотвращающий и останавливающий развитие сквозных трещин в стенке оболочковой формы.

Наличие перемычек (мостиков) в воздушном зазоре, связывающих контактирующие слои между собой, способствует повышению межслойной связи между контактирующими слоями и жесткости каркаса структуры оболочки, а значит и повышению ее трещиностойкости и снижению возможности разрушения.

Даже такой толщины микро зазора, образовавшегося от однослойного покрытия, достаточно для остановки образующихся микро или макротрещин в оболочке, будь то со стороны облицовочного или со стороны внешнего наружного слоев. Увеличение толщины микро зазора, за счет увеличения количества нанесенных слоев из суспензии растворенного пленкообразующего вещества в растворителе, практически не оказывает существенного влияния на возможность распространения трещин в теле оболочки, по сравнению с однослойным покрытием такой суспензией.

Все это в совокупности делает такую оболочковую форму более устойчивой к тепловому удару при прокаливании и особенно при заливке в нее жидкого металла, а значит сокращает потери форм из-за их растрескивания (разрушения).

#### Пример 1.

В пятислойной этилсиликатной оболочковой формы, изготавливаемой с использованием органического растворителя (спирт этиловый), первые три слоя,

включая облицовочный и два промежуточных слоя, выполнены из кварцевого песка. После сушки третьего слоя на блок окунанием наносят слой суспензии в виде раствора пленкообразующего вещества, например, ацетилцеллюлозы в растворителе, например, этиловом спирте. После извлечения блока из раствора органический растворитель (спирт) испаряется, а поверхность блока, остается покрытой сплошной тонкой пленкой растворенного вещества, а именно ацетилцеллюлозы, после чего наносят остальные два слоя огнеупорного покрытия. Далее проводят выплавление моделей и прокаливание оболочковой формы. В процессе прокаливания все органические вещества выгорают, в том числе и остатки ацетилцеллюлозы в разделительном микрослое, образуя воздушный зазор между третьим и четвертым слоями оболочки. В качестве растворенного вещества могут быть использованы также следующие пленкообразующие вещества: полистирол, сополимер стирола с акрилонитрилом, полиметилметакрилат, АВС-пластик, а в качестве растворителя (ацетон, толуол, дихлорэтан, этилацетат).

Наличие такого образовавшегося воздушного разделительного зазора между промежуточными слоями способствует тому, что образующиеся микро или макротрещины, как со стороны облицовочного слоя, так и со стороны внешнего наружного слоя, достигнув воздушного зазора, прекращают свое дальнейшее развитие (распространение) в теле оболочки.

#### Пример 2.

В пятислойной оболочковой формы, изготавливаемый на основе водной этилсиликатной суспензии, на третий слой наносят разделительное покрытие суспензией в виде раствора поливинилового спирта в воде. После сушки разделительного покрытия наносят остальные два огнеупорных слоя оболочки.

В процессе прокаливания все органические вещества выгорают, в том числе и из разделительного микрослоя, образуя воздушный зазор между третьим и четвертым слоями оболочки.

В качестве растворенного пленкообразующего вещества в воде может быть использован также натрий-карбоксиметилцеллюлоза.

Наличие такого образовавшегося воздушного разделительного зазора между промежуточными слоями способствует тому, что образующиеся микро или макротрещины, как со стороны облицовочного слоя, так и со стороны внешнего наружного слоя, достигнув воздушного зазора, прекращают свое дальнейшее развитие (распространение) в теле оболочки.

Работа такой литейной формы. Оболочковая форма перед заливкой жидким металлом нагревается при прокаливании, при этом выгорают остатки модельного состава, удаляются продукты неполного гидролиза, испаряется вода и другие газотворные вещества, включая материалы нанесенного разделительного слоя. В стенке оболочки между контактирующими промежуточными слоями в процессе прокаливания образуется воздушный микро зазор толщиной до десятых долей миллиметра, который достаточен для предотвращения и остановки распространения образующихся трещин в стенке оболочки, а значит, приводит к повышению трещиностойкости формы и к снижению безвозвратных потерь оболочек.

Увеличение толщины микрозазора за счет увеличения количества наносимых слоев покрытий из таких суспензий не оказывает существенного влияния на снижение вероятности полного растрескивания (разрушения) формы, а значит не целесообразно.

Наличие перемычек (мостиков) в воздушном зазоре способствует повышению межслойной связи между контактирующими слоями, а значит и снижению вероятности разрушения ОФ.

Другим техническим решением по повышению трещиностойкости ОФ при заливке жидкого металла и начале охлаждения затвердевающей отливки является решение патента [119].

При заливке сферической оболочковой формы жидким металлом облицовочный слой формы подвергается значительным сжимающим напряжениям. Поэтому выполнение облицовочного слоя из материалов, пластические свойства которых выше таких свойств промежуточных и наружного слоев формы (но не до текучести) способствует релаксации напряжений в них.

Это делает такую оболочковую форму более устойчивой к тепловому и механическому удару от заливаемого в нее жидкого металла, а значит, сокращает потери формы из-за их растрескивания при заливке жидким металлом и начале охлаждения затвердевающей сферической отливки и способствует получению качественной отливки.

Работа такой литейной формы. Сферическая оболочковая форма перед заливкой жидким металлом нагревается при ее прокаливании до температуры, достаточной для подготовительного этапа перехода облицовочного слоя в твердопластичное состояние после заливки жидким металлом. Первым соприкасается с жидким металлом внутренний облицовочный слой оболочки, который дополнительно разогреваясь, начинает увеличиваться в объеме, что приводит к появлению в этом слое нормальных сжимающих напряжений, релаксация которых обеспечивается переходом облицовочного слоя в твердопластичное состояние. Эта совокупность процессов, протекающих в облицовочном слое формы, способствует повышению трещиностойкости самого слоя и оболочки в целом.

В качестве материалов облицовочного слоя могут быть приняты следующие материалы, обладающие рядом ценных свойств при высоких температурах.

Дистен-силлиманит ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$ ), температура размягчения которого начинается с  $1500^\circ\text{C}$  (в зависимости от наличия добавок), а температура плавления  $1850^\circ\text{C}$ .

Высокоглиноземистый шамот ( $3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$ ), температура начала размягчения которого  $1297^\circ\text{C}$  ( $1570\text{ K}$ ), а температура плавления  $1600^\circ\text{C}$ .

Муллит ( $3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$ ), температура начала размягчения которого  $1497^\circ\text{C}$  ( $1770\text{ K}$ ), а температура плавления  $1810^\circ\text{C}$ .

У всех материалов температура размягчения ниже или сравнима с температурой заливаемой жидкой стали, т.е. материал облицовочного слоя переходит из твердого состояния в твердопластичное, но выдерживает механическое давление со стороны жидкого металла без разрушения слоя. Такое

состояние материала облицовочного слоя снижает уровень образующихся в нем нормальных сжимающих напряжений от температуры жидкого металла, что обеспечивает повышение трещиностойкости слоя и оболочки в целом. Остальные слои оболочковой формы могут быть изготовлены из других огнеупорных материалов.

При этом химическая инертность материала облицовочного слоя к заливаемому сплаву обеспечивает стойкость формы к образованию химического и механического пригара на поверхности формирующейся отливки.

### **Выводы**

1. Проведенные расчеты и анализ полученных результатов показывают несостоятельность аргументации высказанной ранее идеи о возможности скольжения без трения между внутренними промежуточными слоями оболочковой формы из-за гарантированного ее разрушения, что подтверждается также практическим опытом.

2. Установлено, что напряжения  $\sigma_{22}$  имеют место только в сферической части ОФ (зумпфе), а в цилиндрической части (стояке) их нет. Сжимающие напряжения  $\sigma_{11}$  достигают максимума в центре поперечного сечения и уменьшаются до нуля у поверхности ОФ.

3. Полученные расчетные результаты и их анализ позволил разработать новые технологические решения по структуре многослойной керамической оболочки, новизна которых подтверждена патентами на изобретение.

## 4 ЗАДАЧА О МОДЕЛИРОВАНИИ ВНЕШНЕГО СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПРИ ЗАЛИВКЕ И ЗАТВЕРДЕВАНИИ В НЕЙ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ

Четвертая глава посвящена решению задачи по моделированию влияния трения между ОФ и ОН на НДС ОФ при охлаждении затвердевающей в ней стальной отливки.

### 4.1 Математическая постановка задачи

Сформулированная для решения задачи система уравнений для областей I, II, III также представлена формулами (2.1), (2.2) в главе 2.

Решение по определению толщины затвердевшей корочки металла  $\Delta_n$  осуществлялась по формуле (2.4) главы 2.

Рассматривается также осесимметричное тело вращения (рис. 2.1, а).

С учетом осевой симметрии имеем  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ;  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ ;  $U_3 = 0$  (рис. 2.1).

#### Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла ( $\Delta$  – толщина затвердевшего металла);  $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_0$  – температура разливаемого жидкого металла;  $\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$  – начальная температура формы;  $\theta_0 = 1550$  °C

#### Граничные условия задачи (рис. 2.1,а):

– на оси симметрии  $U_2 = 0$ ;  $\sigma_{21} = 0$ ;  $q_n = 0$ ;

– на поверхностях  $S_1, S_2, S_3$

$$\sigma_{11}|_{S_1} = P ; \sigma_{12}|_{S_1} = 0 ; \sigma_{21}|_{S_4} = 0 ; \sigma_{22}|_{S_4} = 0 \quad (4.1)$$

$$\sigma_{11}|_{S_3} = 0, \sigma_{12}|_{S_3} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{ск}}{U^*} \cos(n, x_1)$$

$$\theta_F = \theta_0 ; \theta|_{S_3} = 20$$
 °C

где  $\psi^*$  - параметр трения на поверхности контакта между ОФ и ОН.

На границе двух слоев при  $x_1 = x_1^*$  (рис. 2.3) имеем

$$\sigma_{12}^* \big|_{x_1=x_1^*} = -\psi \tau_s \frac{U_{ск}}{U^*} \cos(n, x_1) \quad (4.2)$$

где  $U_{ск} = U|_{a_2} - U|_{a_1}$  - скольжение слоя  $a_2$  относительно слоя  $a_1$  вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  - нормирующая величина  $U$ ,  $\psi$  - параметр трения на границе слоя «т».

При этом, решается контактная задача: на поверхности  $S_3$  (рис. 2.1, а) примем условие

$$\text{если } \sigma_{11} \big|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11} \big|_{S_3^k} = 0,$$

$$\text{если } u_1 \big|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1 \big|_{S_3^k} = 0,$$

где  $k$  – номер грани элемента на контактной поверхности.

Решение задачи осуществлялось численным методом [70], разработанными численными схемами с учетом программных комплексов [103, 108].

## 4.2 Результаты решения задачи

Исследовалась ОФ, состоящая из 10 слоев с геометрическими параметрами:

$T = 5$  мм;  $H = 50$  мм;  $R = 20$  мм,  $\psi^* = 0,01$ , имеющая свойства:

$G = 2960$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\alpha = 0,51 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>;  $\lambda = 0,000812$  Вт/(мм·°С);

$C = 840$  Дж/(кг·°С);  $\gamma = 2,0 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>.

На рис. 4.1 (сплошные линии) показаны результаты решения задачи при наличии граничных условий (4.1), условия (4.2) на внутренних поверхностях слоев ОФ при  $\psi = 0,002$ ; Эпюры напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  в ОФ приведены на рис. 4.1, а. Наблюдаем, полное изменение  $\sigma_{22}$  по сечению ОФ в сравнении с расчетом [112] где  $\psi = 0$ . Характер поведения  $\sigma_{11}$  остался тот же, что и ранее [114]. Такое же поведение по перемещениям  $U_1$ ,  $U_2$ . Напряжение  $\sigma_{12}$  на внутренних слоях ОФ  $\sigma_{12} < 0,03$  МПа, на поверхности контакта с ОН  $\sigma_{12} \cong 0,03$  МПа.

Видим, что наличие небольшой величины трения между слоями ОФ радикально изменило НДС ОФ, и она уже может выдержать заливку жидкой

стали. Посмотрим, как будет влиять на НДС ОФ увеличение трения на ОН (поверхность  $S_3$ ). Зададим  $\psi^*=1$ , все остальные граничные и другие условия сохраним те же, что и в предыдущем случае. Результаты расчета приведены на рис. 4.1 (пунктирные линии).

Внутри напряжения  $\sigma_{12}$  достигают 0,34 МПа, на поверхности  $S_3$  напряжения трения достигают 0,08 МПа. По всем параметрам напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  уменьшились, ОФ по заданным граничным параметрам более устойчива к трещинообразованию, чем при наличии параметра трения на поверхности  $S_3$  при  $\psi^*=0,01$ .

На рис. 4.2 приведены результаты расчета при параметре трения  $\psi^*=10$  (сплошные линии),  $\psi^*=20$  (пунктирные линии).

Как следует из рис. 4.3, 4.4, с увеличением трения ОФ по поверхности ОН растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  уменьшаются на наружной поверхности ОФ и несколько возрастают в срединной её части.

Сжимающие напряжения увеличиваются по абсолютной величине на внутренней поверхности ОФ. Перемещение  $U_1$ ,  $U_2$  уменьшаются как в сечении ОФ, так и на её поверхностях.

Как видим, эти эпюры мало чем отличаются от эпюр, представленных на рис. 4.2 при  $\psi^*=20$ , а эпюры при  $\psi^*=40$  и  $\psi^*=80$  практически сливаются, то есть налицо насыщение и дальнейшее увеличение параметра  $\psi^*$  на поверхности  $S_3$  не имеет смысла. Наибольшие растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  наблюдаются в центральной по сечению области ОФ, и уменьшаются от оси симметрии к цилиндрической части ОФ. С увеличением трения на поверхности  $S_3$  зона отставания ОФ от ОН уменьшается и при  $\psi^*=40,80$  исчезает, то есть вся поверхность  $S_3$  формы соприкасаются с ОН. На рис. 4.3 приведены графики изменения наибольшего по абсолютной величине напряжения  $\sigma_{22}$  в различных точках сечения ОФ: 1 – на внутренней поверхности, 2 – в средней области ОФ, 3 – на наружной, в зависимости от параметра трения  $\psi^*$ .

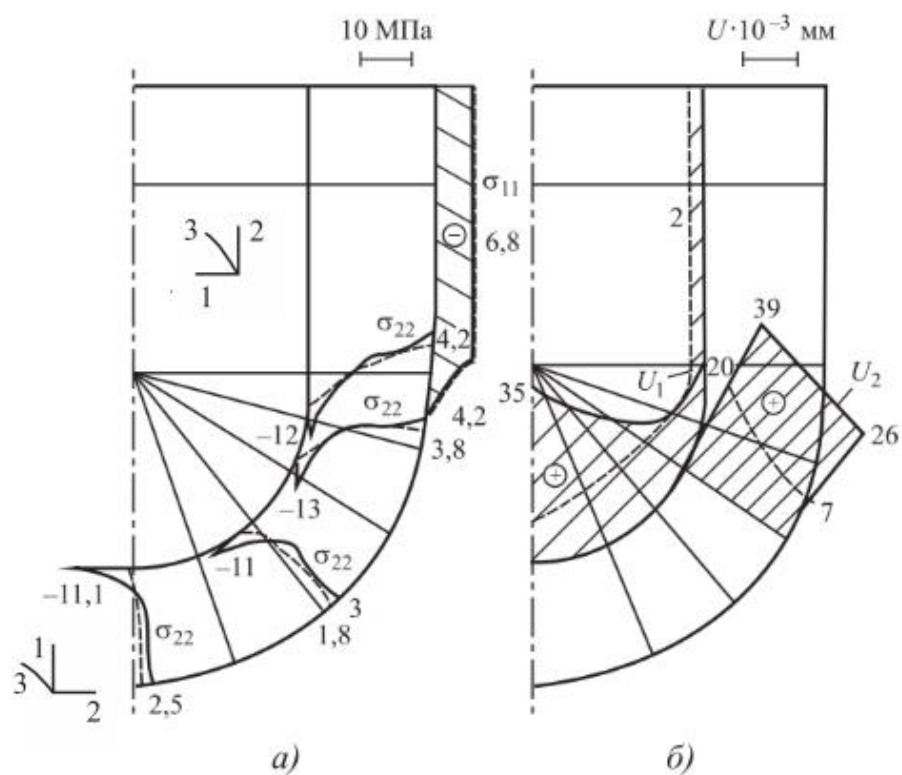


Рис. 4.1 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при  $\psi^* = 0,002$  и  $\tau = 20$  с:  $\psi = 0,001$  (сплошные линии),  $\psi = 1$  (штрихи)

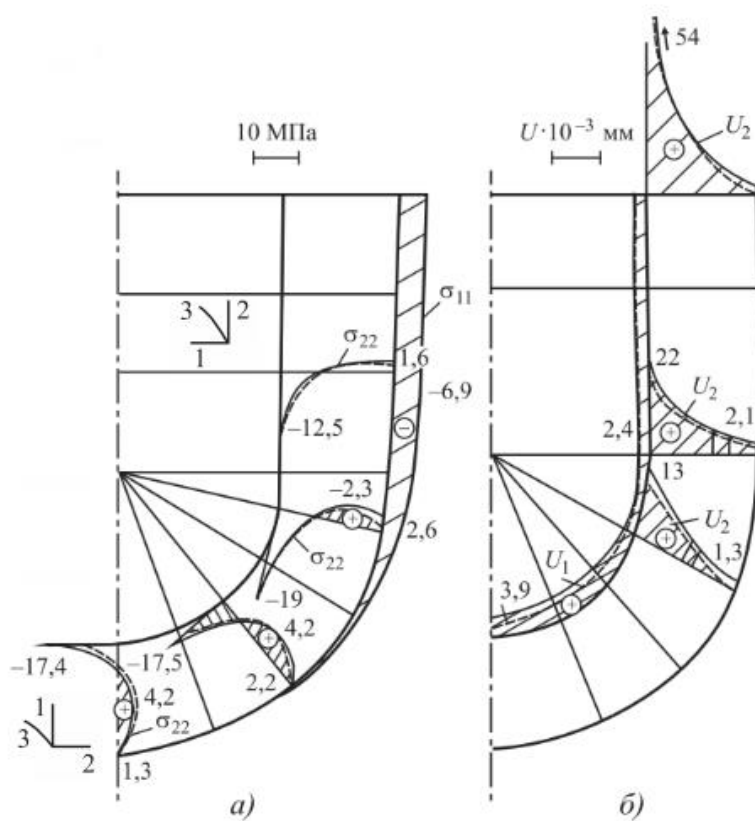


Рис. 4.2 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при  $\tau = 20$  с:  $\psi = 10$  (сплошная линия);  $\psi = 20$  (штрихи)

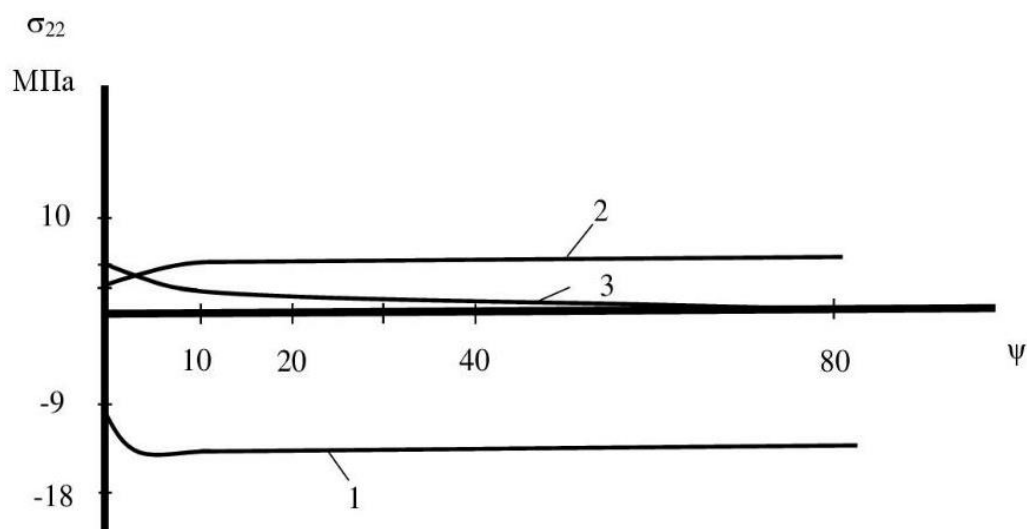


Рис. 4.3 Изменения напряжений  $\sigma_{22}$  по толщине ОФ в зависимости  $\psi^*$

1 – облицовочный слой; 2 – внутренний (промежуточный) слой;

3 – наружный слой

Видим, что напряжение  $\sigma_{22}$  стабилизируется уже  $\psi^*=10$ . На внутренней поверхности ОФ растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  с увеличением трения на поверхности  $S_3$  уменьшаются до нулевых значений. Это объясняется тем, что трение препятствует перемещению наружного слоя от его линейного расширения и, таким образом, уменьшает значение растягивающих напряжений вызванных расширением внутренних слоев ОФ.

Таким образом, трение ОФ и ОН положительно влияет на повышение трещиностойкости ОФ. Продолжим исследование, положив  $\psi^*=10$ . Увеличим трение во внутренних слоях ОФ. На рис. 4.4 представлены результаты задачи при  $\psi = 0,006$  – сплошные линии,  $\psi = 0,01$  – пунктирные линии.

Наблюдаем увеличение растягивающих и сжимающих (по абсолютной величине) напряжений  $\sigma_{22}$ , особенно при  $\psi = 0,01$  - пунктирные линии. Значение касательных напряжений  $\sigma_{12}$  и перемещений  $u_2$  приведены на рис. 4.4, б. Наружная поверхность ОФ полностью лежит на ОН.

Следовательно, наличие трения между слоями ОФ способствует уменьшению трещиностойкости до определенного предела (рис. 4.1, 4.2, 4.3), а

затем ведет к её увеличению (рис. 4.4). Все это справедливо при открытой поверхности  $S_4$ .

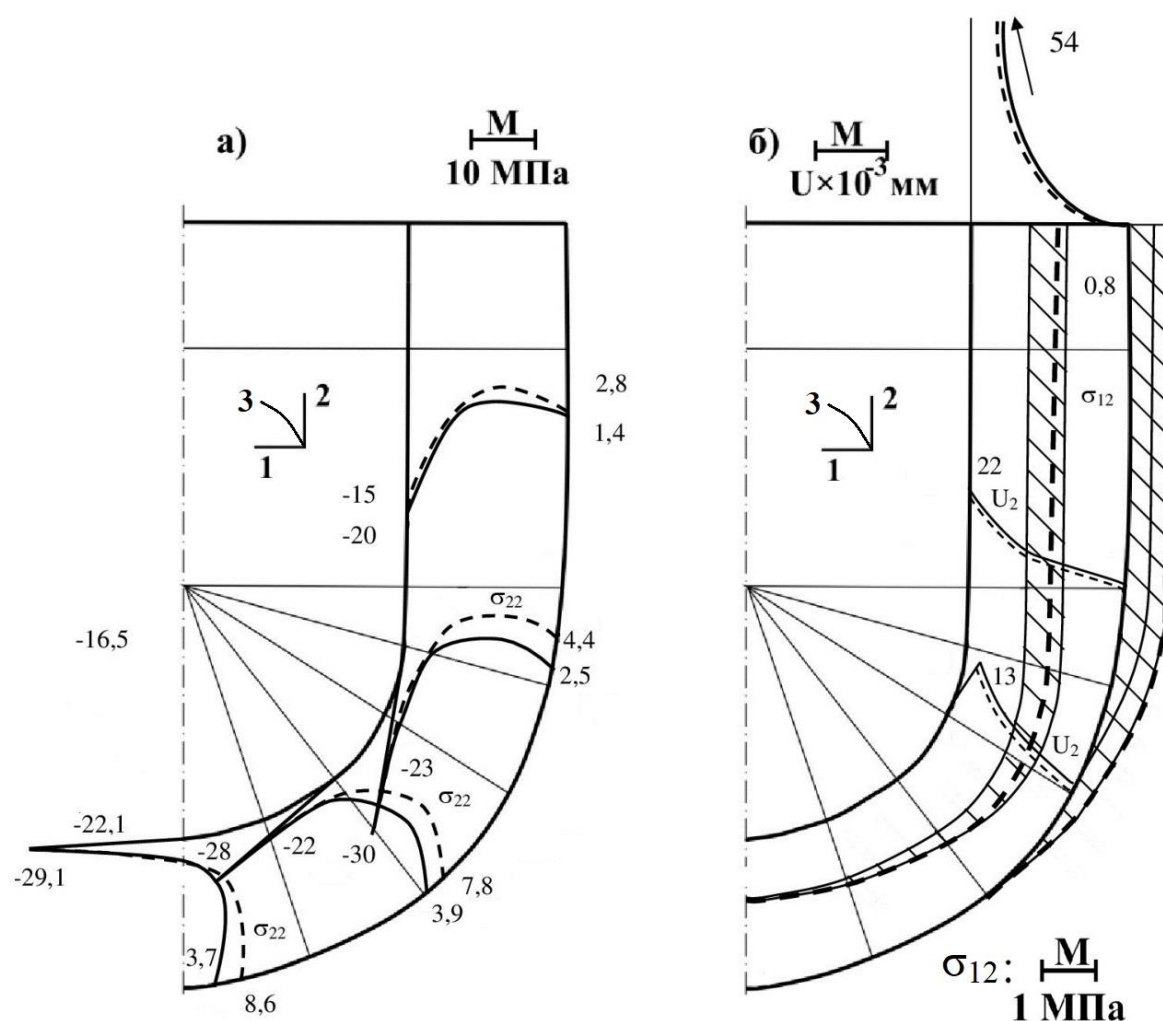


Рис. 4.4 Поля напряжений,  $\sigma_{22}$  (а),  $\sigma_{12}$  (б) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) при  $\psi = 0,006$  (сплошная линия); при  $\psi = 0,01$  (штрихи)

Представим поверхность  $S_4$  ОФ в виде  $S_4 = S'_4 + S''_4$ , где  $S''_4$  - закрытая поверхность, а  $S'_4$  - свободная поверхность:

$$u_2|_{S''_4} = 0; \sigma_{21}|_{S'_4} = 0; \sigma_{22}|_{S'_4} = 0 \quad (4.5)$$

Выполним расчет с граничными условиями как в предыдущем случае (при  $\psi=0,006$ ), а на поверхности  $S_4$  примем граничное условие (4.5).

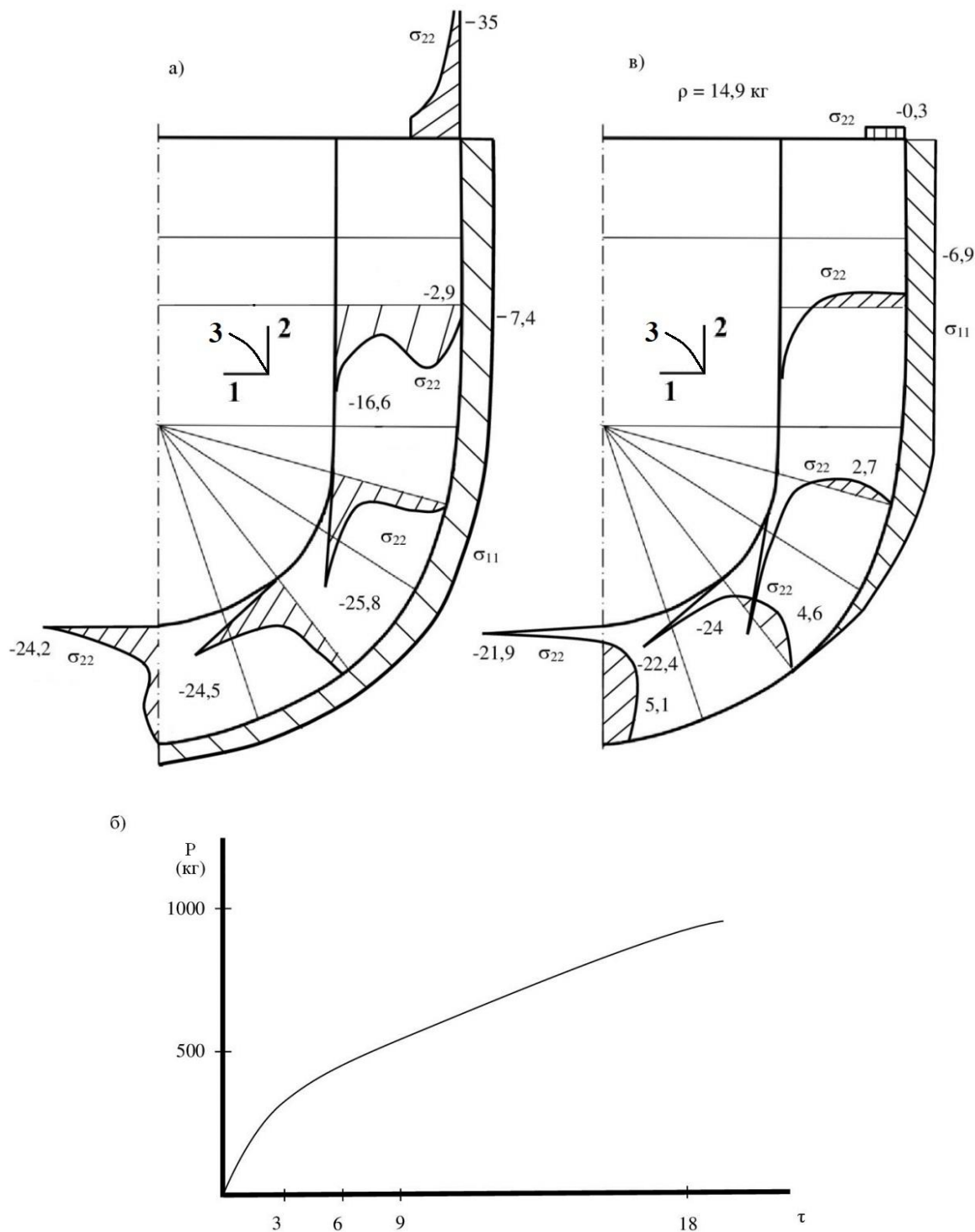


Рис. 4.5 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а, в) и кривая давления  $P$  на поверхность  $S_4''$

На рис. 4.5, а приведены результаты решения задачи при  $S_4' = 3 \text{ мм}$ . Видим, что растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  полностью отсутствуют, сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  в сечениях ОФ тоже меньше, чем в предыдущем случае (рис. 4.4). Напряжения  $\sigma_{22}$  на поверхности  $S_4''$  очень большие (рис. 4.5, а). На рис. 4.5, б приведена кривая давления  $P$  на поверхности  $S_4''$ . За 18,65 с (время при котором

построены все предыдущие эпюры) давление на поверхности  $S_4''$  равно  $P = 859$  кг, что безусловно приведет к разрушению ОФ.

Попробуем положить на поверхность  $S_4''$  равномерную нагрузку  $\sigma_{22} = -0,3$  МПа, что соответствует  $P = 25$  кг. На рис. 4.5,в приведены результаты решения задачи. Видим, что при значительной величине нагрузки  $P$  (25 кг при  $S_4'' = 3$  мм), напряжения  $\sigma_{22}$  примерно такие же, как и при свободной поверхности  $S_4$ . То есть закрывать поверхность  $S_4$  не имеет смысла.

Анализ полученных в главе результатов и сделанные выводы позволили разработать новое технологическое решение по снижению силового воздействия на ОФ со стороны ОН за счет создания барьерного слоя между ОФ и ОН, техническая новизна которого описана в следующем параграфе.

Результаты выполненных исследований по решению данной задачи главы 4 представлены в следующих опубликованных работах автора [120, 121, 122, 123, 124, 125, 126].

### **4.3 Новые технологические решения по снижению силового влияния опорного наполнителя на оболочковую форму при прокаливании и заливке металлом**

Подавляющее число изготавливаемых многослойных ОФ представляют собой многослойный композит, у которого все слои изготовлены только на кварцевом песке и этилсиликате [1], и имеют структуру, представленную на рис. 3.3 и 3.4.

Структура каждого слоя таких ОФ состоит из затвердевающей суспензии пылевидного и зернового огнеупорного материалов (рис. 3.5). Плотность такого композиционного материала ОФ практически одинакова по всей толщине стенки оболочки. Однако такие оболочки обладают низкой трещиностойкостью. В целях повышения трещиностойкости таких ОФ предложено технологическое решение, новизна которого заключается в том, что наружный внешний слой ОФ был выполнен с возможностью создания буферного демпфирующего слоя между ОФ и

ОН за счет перехода из твердого в вязкопластичное состояние при воздействии температуры прокаливания ОФ в ОН, при этом наружный внешний слой выполнен с использованием материалов, размягчение и текучесть которых при воздействии температуры прокаливания ОФ ниже температуры прокаливания ОФ в ОН [127].

Вследствие того, что при прокаливании ОФ в ОН материал наружного внешнего слоя формы из-за воздействия температуры прокаливания подвергается сначала размягчению, а потом начинает и течь, т.е. между прямым контактом ОФ и ОН создается своего рода барьерный или буферный демпфирующий слой из вязкопластичного материала. Этот слой способствует повышению стойкости ОФ к трещинообразованию в ней и возможному полному разрушению при прокаливании и заливке металлом в ОН из-за релаксации и гашения возникающих растягивающих и сжимающих напряжений по всей внешней поверхности оболочки.

Все это в совокупности делает такую ОФ более устойчивой к силовому воздействию со стороны ОН, а значит, сокращает потери форм из-за их растрескивания.

Пример. У пятислойной этилсиликатной ОФ тонкостенные облицовочный (первый) и внутренние промежуточные слои выполняются из кварцевого песка, а наружный внешний (пятый) слой выполнен из материала, например, глазури, температура размягчения которой составляет 720-740°C, а температура растекания 880-890°C, при которой проявляется сначала размягчение, а потом и течение материала пятого слоя. При этом у облицовочного и внутренних промежуточных слоев оболочки, выполненных из кварца, размягчения и растекания материала не проявляется. Размягчение и течение материала внешнего наружного слоя при прокаливании обеспечивает образование барьерного демпфирующего слоя между ОФ и ОН, который принимает на себя силовое воздействие ОН и обеспечивает равномерную релаксацию напряжений по всей поверхности ОФ. Это приводит к уменьшению величины сжимающих и растягивающих напряжений от высокой температуры прокаливания, а значит, повышает ее трещиностойкость на этапе прокаливания оболочки в ОН и заливке жидким металлом.

Работа такой литейной формы. При прокаливании ОФ в ОН внешний наружный слой оболочки, который, разогреваясь, начинает увеличиваться в объеме, а его материал сначала размягчается и потом течет, что способствует релаксации напряжений со стороны силового воздействия ОН, что приводит к уменьшению величины сжимающих и растягивающих напряжений в ОФ от высокой температуры прокаливания, при этом промежуточные и облицовочный слои тоже нагреваются, но с меньшей интенсивностью и меньшим увеличением объема, т.к. их температура меньше температуры наружного слоя.

При заливке металлом такой ОФ в ОН нагретые до определенной температуры при прокаливании слои ОФ дополнительно испытывают температурный и силовой удар со стороны заливаемого жидкого металла, особенно облицовочный слой. Первым соприкасается с жидким металлом внутренний облицовочный слой, затем промежуточные и далее внешний наружный слой оболочки. Поскольку температура заливаемого металла значительно превышает температуру прокаливания формы в ОН, то уже размягченный материал внешнего слоя оболочки еще более прогреваясь уже со стороны заливаемого металла продолжает течь, т.е. этот слой в таком состоянии еще больше становится барьером или демпфером между оболочкой и ОН, что дополнительно усиливает релаксацию напряжений как со стороны силового влияния ОН, так и заливаемого металла.

Другим новым технологическим решением по снижению НДС цилиндрических ОФ является решение согласно патенту [128].

При заливке жидким металлом на наружных поверхностях оболочковой формы с цилиндрическими участками в них образуются значительные растягивающие напряжения, которые приводят к образованию микро и макротрещин, что может привести к полному разрушению оболочковой формы. Наличие в этих зонах кольцевых температурных швов гарантировано обеспечивает снижение растягивающих напряжений до рабочего уровня.

## Выводы

1. Предпринята теоретическая попытка по формулировке и решению задачи математического программирования (функция min-max) определения величины трения между ОФ и ОН для получения наименьшего значения нормального растягивающего напряжения в ОФ по рассматриваемой области при наличии системы ограничений с оригинальной постановкой и методом решения, с учетом поведения относительно других слоев, внешних условий, действующих на охлаждаемую форму: ферростатическое давление, трение на контакте ОФ с ОН (решение контактной задачи), прижим на верхней поверхности ОФ.

2. На основе основополагающих уравнений линейной теории упругости и численных методов разработан алгоритм и программа по определению оптимального силового воздействия на ОФ со стороны ОН при заливке её жидким металлом и охлаждении стальной отливки. Найдено оптимальное значение параметра трения  $\psi = 10$ .

3. В результате проведенного теоретического исследования показано, что отсутствие трения между слоями ОФ ведет к её разрушению; наличие даже небольшой величины трения между слоями положительно влияет на трещиностойкость многослойной ОФ.

4. При охлаждении ОФ в ОН величина трения между ОФ и ОН существенно влияет на НДС ОФ. Чем больше величина трения, тем ОФ более устойчива к трещинообразованию.

5. Поверхность  $S_4$  ОФ должна быть свободной, закрытие её ведет к разрушению ОФ.

6. Предложено новое технологическое решение по снижению силового воздействия ОН на ОФ при прокаливании, новизна которого подтверждена патентом на изобретение.

## **5 ЗАДАЧИ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ВНУТРЕННЕЙ МАКРОСТРУКТУРЫ, ВЕЛИЧИНЫ ТРЕНИЯ МЕЖДУ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМОЙ И ОПОРНЫМ НАПОЛНИТЕЛЕМ**

В данной главе решаются две задачи. Одна из них посвящена установлению особенностей влияния внешнего силового воздействия на НДС ОФ со стороны сыпучего ОН в виде монолитного тела, а именно определению оптимального сцепления между ОФ и ОН при заливке сталью ОФ стандартной морфологической структуры и охлаждении затвердевающей отливки. Вторая задача - исследование стойкости ОФ при её заливке сталью и охлаждении затвердевающей отливки, когда какой-то из слоев скользит без трения относительно соседнего слоя. Формализуем задачу так: имеется положительный эффект (увеличение стойкости ОФ к разрушению), если внутри ОФ имеется поверхность, по которой трение, препятствующее перемещению одной части формы относительно другой, равно нулю.

### **5.1 Задача по оптимизации внутренней макроструктуры**

#### **5.1.1 Математическая постановка задачи по оптимизации внутренней макроструктуры**

Сформулированная для решения данной задачи система уравнений для областей I, II, III представлена формулами (2.1) и (2.2) в главе 2.

Решение по определению толщины затвердевшей корочки металла  $\Delta_n$  осуществлялась по формуле (2.4) главы 2.

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 2.1, *a*).

Ведущей частью в постановке задачи является определение НДС в ОФ при наличии температурных и внешних силовых воздействий в ОФ, залитой жидким металлом. Моделирование внешних температурных и силовых процессов воздействия на многослойную оболочковую форму ранее исследовалось как в

работах [3, 51, 83, 90, 91], так и в других. Например, в работе [129] учет фазового перехода при заливке стали в ОФ не сказывается существенно на результаты решения задачи, также, как и учет физических характеристик теплоемкости ( $C$ ), теплопроводности ( $\lambda$ ) от температуры.

### Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла ( $\Delta$  - толщина затвердевшего металла);  $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_m^*$  – температура разливаемого жидкого металла;  $\theta_{III}|_{\tau=0} = \theta_\phi^*$  – начальная температура формы.

С учетом осевой симметрии имеем  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ;  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ ;  $U_3 = 0$ .

### Граничные условия задачи (рис. 2.1):

- на оси симметрии  $U_2 = 0$ ;  $\sigma_{21} = 0$ ;  $q_n = 0$ ;

- на поверхности  $S_i$ , ( $i = 1 - 4$ )

$$U_1|_{S_3} = 0; \sigma_{11}|_{S_1} = -P_1; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0; \quad (5.1)$$

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi \tau_{\text{ск}}^* \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1); \theta|_{S_3} = \theta_\phi; \theta|_{S_1} = \theta_m.$$

где  $\psi$  - параметр трения на поверхности контакта между ОФ и ОН;  $U_{\text{ск}}$  - скольжение ОФ относительно опорного наполнителя (ОН) вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  - нормирующая величина  $U$ ;  $\tau_{\text{ск}}^*$  - нормирующее напряжение;  $\theta_\phi$  – температура формы;  $q_n$  – плотность теплового потока.

На поверхности  $S_3$  контакта ОФ с ОН может иметь место локальное отставание ОФ от ОН. Имеет место контактная задача. С этой целью примем граничное условие на поверхности  $S_3$ :

$$\text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0, \quad (5.2)$$

$$\text{если } u_1|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1|_{S_3^k} = 0,$$

где  $k$  – номер грани элемента, примыкающей к контактной поверхности  $S_3$ .

При решении уравнения теплопроводности использовались результаты экспериментальных исследований [76], в которых при заливке стали в ОФ замерялась в процессе охлаждения температуры поверхности  $S_3$  и температура металла  $\theta_m$  на оси I – I (рис. 2.1). Экспериментальные данные аппроксимировались аналитическими зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \theta_m &= 1550 + 0,027 \times \tau^2 \\ \theta_\phi &= 20,0 + 17,3 \times \sqrt{\tau} \end{aligned} \right\} 0 \leq \tau \leq 25 \text{ с} \quad (5.3)$$

Значение  $\tau = 25$  с выбрано по результатам теоретических исследований [76], в которых показано, что при  $\tau > 25$  с опасные напряжения  $\sigma_{22}$  в сечении формы начинают убывать и не влияют на трещиностойкость ОФ.

Для решения системы уравнений (2.1, 2.2) использовался численный метод, численная схема, описанные в работе [76] и других статьях, и с использованием комплекса программ [103, 106].

Предыдущие теоретические исследования показали, что при заливке жидкого металла в керамическую ОФ, наиболее опасными являются растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ .

Тогда целевая функция, определяющая оптимальные значения параметра трения  $\psi$ , будет иметь вид:

$$F = \min \sigma_{22}(\psi) \max \sigma_{22}(\tau, Q), \quad (5.4)$$

при наличии ограничений:

$$\begin{aligned} 0 < \tau &\leq \tau^* \\ \sigma_{22} &> -50 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Здесь  $Q$  – область меридионального сечения ОФ. Предел времени  $\tau^*$  выбирается исходя из результатов работ [83, 114], в которых показано, что при дальнейшем охлаждении металл в ОФ, напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  стабилизируются, а затем уменьшаются по абсолютной величине. Предел разрушения рядовой керамики на сжатие значительно выше (по абсолютной величине), чем при растяжении и составляет  $\sigma_{сж} = 50 \div 60$  МПа.

### 5.1.2 Алгоритм решения задачи по оптимизации внутренней макроструктуры

1. Время охлаждения  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов:

$$\tau^* = \sum \Delta \tau_n, n\text{—номер временного шага; задается матрица } \|\psi\|.$$

2. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей

на конечное число элементов.

3. Вычисляются длины дуг элементов  $S_{ik}^j(i, k = 1, 2; i \neq k; j = 1, 2)$ , согласно работе [67];

4. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующих рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов;

5. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta\tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы, полученной в работе [70], при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.

6. Если температура в области (I) у поверхности  $S_2(\theta|_{S_2} \leq \theta_k)$ , то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  по формуле (2.4).

7. Решается система уравнений (2.2) с учетом разностных аналогов и разработанной методики, описанной в работе [70] с использованием программ [103, 106]. Определяются поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и перемещений  $U_i(i, j = 1, 2)$ .

8. Производится оценка неравенств (5.2) и при изменении граничных условий следует передача управления в п. 7, в противном случае выполняется п. 9

9. Производится шаг по времени. По формулам (5.3) уточняются граничные условия решения температурной задачи. Если  $\sum \Delta\tau_n < \tau^*$ , то выполняется операция п. 5. Если  $\sum \Delta\tau_n > \tau^*$  - выполняется операция 10.

10. По области Q анализируются ограничения (5.5) по  $\sigma_{22}$ . Если они выполняются, то из полученных значений напряжений  $\sigma_{22}$  выбирается наибольшее и запоминается в соответствии с данным временным шагом. Формируется матрица  $\|\sigma_{22}^*, \psi\|$ . Если ограничения (5.5) не выполняются, то следует операция 12.

11. Из матрицы  $\|\psi\|$  назначается новое значение  $\psi_i$  и выполняется операция 5; если все значения  $\psi_i$  из матрицы  $\|\psi\|$  исчерпаны, то следует операция 12.

12. Из матрицы  $\|\sigma_{22}^*, \psi\|$  находится  $\min \sigma_{22} (\|\sigma_{22}^*, \psi\|)$ .

### 5.1.3 Результаты решения задачи по оптимизации внутренней макроструктуры

Геометрические параметры:  $T = 10$  мм;  $H = 40$  мм;  $R = 20$  мм;

Временные интервалы  $\Delta\tau_n$ : 0,01, 0,02, 0,03, 0,04, 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 2, 5, 10, 8, 3, 3, 5, 10, 15, 20 с;

$\|\psi\| = 0,01, 0,5, 1, 5, 10, 20, 40, 50$ ;

Разбиение области:  $N1 \times N2 = 10 \times 30$ ;

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при температуре  $\theta > 1000$  °C ( $\theta_m^* = 1500$ °C) [76]:

$G = 1000$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>;  $\lambda = 0,0298$  Вт/(мм·°C);

$L = 270 \cdot 10^3$  Дж/кг (скрытая теплота плавления);  $C = 444$  Дж/(кг·°C)

$\gamma = 7,80 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>;  $\theta_k = 1450$  °C.

Физические свойства керамической формы:

$G = 2960$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\alpha = 0,51 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>;  $\lambda = 0,000812$  Вт/(мм·°C);

$C = 840$  Дж/(кг·°C);  $\gamma = 2,0 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>.

Расчет по приведенному выше алгоритму:

$F = 20,4$  МПа,  $\psi = 10$ ,  $\tau = 18,1$  с.

Эпюры напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и перемещений  $U_2$  приведены на рис.5.1.

На рис. 5.1, а приведена также эпюра температуры  $\theta$  по оси симметрии ОФ через 18,1 с. По другим сечениям ОФ график тот же, при колебании температуры  $\pm 50$ °C. На рис. 5.1, б приведены эпюры  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{11}$ . Видим, что практически вся область находится в состоянии сжатия, кроме небольших растягивающих напряжений на наружной поверхности ОФ. Наибольшие значения по модулю сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  имеют место в сферической части ОФ, растягивающие – в цилиндрической части у поверхности  $S_4$ . Имеем полное сцепление ОФ с ОН. Касательные напряжения  $\sigma_{12}$  на поверхности ОФ достигают максимального значения на цилиндрической поверхности. Перемещения  $U_1$  не показаны, так как они значительно меньше, чем  $U_2$ .

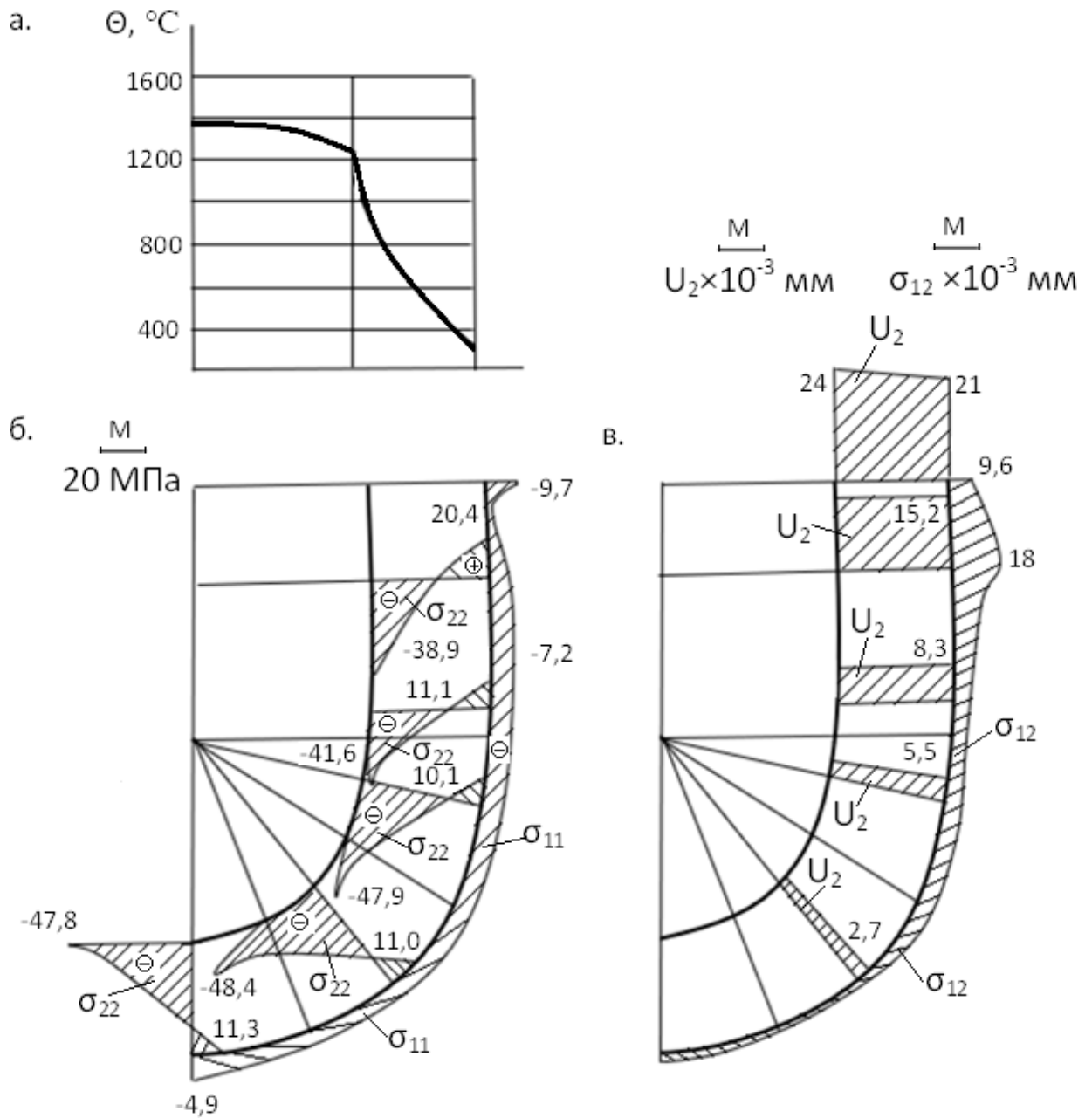


Рис. 5.1 Эпюры температуры (а);  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{11}$  (б);  $u_2$ ,  $\sigma_{12}$  (в),  $\tau_{\text{охл.}} = 18,1$  с

Отметим, что при более бóльших значениях  $\psi$  растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  уменьшаются.

Так, при  $\psi = 50$  напряжения  $\min \sigma_{22} = 12,4$  МПа у поверхности  $S_4$ , но программа их отсеяла по ограничениям (5.5), так как в сферической области  $\sigma_{22} = -62$  МПа на поверхности  $S_2$ .

## 5.2 Задача по оптимизации величины трения между ОФ и ОН

### 5.2.1 Математическая постановка задачи по оптимизации величины трения между ОФ и ОН

Сформулированная для решения данной задачи система уравнений для областей I, II, III представлена формулами (2.1) и (2.2) в главе 2.

Решение по определению толщины затвердевшей корочки металла  $\Delta_n$  осуществлялась по формуле (2.4) главы 2.

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 5.2, а), внутри которого имеется поверхность  $x_1 = x_1^*$ , где касательные напряжения  $\sigma_{12}|_{x_1^*} = 0$ . Требуется найти местоположение данной поверхности, то есть координату  $x_1^*$ , при которой нормальные растягивающие напряжения, возникающие при заливке стали ОФ, были бы минимальными. Как аргументировано в работах [112, 120] такими напряжениями являются напряжения  $\sigma_{22}$ .

Тогда целевая функция будет иметь вид:  $F = \min \sigma_{22}(x_1^*) \max \sigma_{22}(\tau, Q)$   
при  $0 < x_1^* < T$ ;  $0 < \tau < 50$  с. (5.6)

где  $Q$  - исследуемая область,  $\tau$  – время охлаждения,  $T$  – толщина ОФ.

Целевая функция (5.6) связана непосредственно с решением уравнений теории упругости и теплопроводности по области  $Q$  при наличии начальных и граничных условий.

Итак, имеем осесимметричное тело вращения. На рис. 2.1, а представлена расчетная схема в меридианном сечении с учетом осевой симметрии.

#### Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0}=0$  – отсутствие твердой фазы металла ( $\Delta$  – толщина затвердевшего металла);  $\theta_1|_{\tau=0}=\theta_0$  – температура разливаемого жидкого металла;  $\theta_{III}^*|_{\tau=0}=\theta_3^*$

#### Граничные условия задачи (рис. 2.1, а):

– на оси симметрии  $U_2 = 0$ ;  $\sigma_{21} = 0$ ;  $q_n = 0$ ;

– на поверхности  $S_i$ , ( $i=2-4$ )

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -P_1; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0; \quad (5.7)$$

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{ск}}{U^*} \cos(n, x_1)$$

$$\theta|_{S_3} = 20^\circ \text{C}; \theta_F = \theta_0$$

На границе поверхности  $x_1 = x_1^* : \sigma_{12}|_{x_1=x_1^*} = 0$

где  $\psi^*$  - параметр трения на поверхности контакта между ОФ и ОН;  $U_{ск}$  - скольжение ОФ относительно опорного наполнителя (ОН) вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  - нормирующая величина  $U$ .

При этом, решается контактная задача: на поверхности  $S_3$  (рис. 5.1, а) примем условие

$$\text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0, \quad (5.8)$$

$$\text{если } u_1|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1|_{S_3^k} = 0,$$

где  $k$  – номер грани элемента на контактной поверхности.

Решение уравнений (2.1, 2.2) при начальных и граничных условиях осуществлялось численным методом [70], численными схемами и программами [103, 108]. Процесс оптимизации целевой функции (5.6) осуществляется по следующему алгоритму.

### 5.2.2 Алгоритм решения задачи по оптимизации величины трения между ОФ и ОН

1. Исследуемая область разбивается ортогональными семействами поверхностей на конечное число ортогональных элементов.

2. Вычисляются длины дуг элементов в соответствие с методикой, описанной в работе [70].

3. Время охлаждения ОФ  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов  $\tau^* = \sum \Delta \tau_n$ .

4. Задается число возможных вариантов  $n^*$  нахождения поверхности  $x_1 = (x_1^*)_k$  в толщине ОФ. Это число корреспондируется с разбивкой ОФ на элементы по толщине  $T$ . Принимается  $k = 1$ .

5. Задаются начальные условия задачи и граничные условия по элементам, образующих рассматриваемую область.

6. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta\tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности по методике и алгоритму, описанному в работе [70] при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.

7. Если температуры в области  $I$  (рис. 2.1, а) у поверхности  $S_2$   $\theta|_{S_2} \leq \theta_k$ ,  $\theta_k$  – температура кристаллизации стали, то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  по формуле (2.4).

8. При найденном поле температур численно решается система уравнений (2.1, 2.2) с учетом разностных аналогов и методики, описанной в работе [3], и начальных и граничных условий (5.7).

9. Определяется поле напряжений  $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  и перемещений  $U_i(i = 1, 2)$  в соответствии с указанными выше методами. Отыскивается и запоминается максимальное значение напряжений  $\sigma_{22}$  ( $\max \sigma_{22} = \sigma_{22}^*$ ).

10. Производится оценка выполнения условий (5.7); если условия (5.7) по поверхности  $S_3$  не выполняются, то следует переназначение граничных условий и выполняется переход к п. 9. Если нет изменений граничных условий – следует операция 11.

11. Производится шаг по времени и выполняется операция 6, если  $(\sigma_{22}^*)_n > (\sigma_{22}^*)_{n-1}$ , или операция 12, если  $(\sigma_{22}^*)_n < (\sigma_{22}^*)_{n-1}$ .

12. Принимается  $k = k + 1$ . Если  $k \leq n^*$  - выполняется операция 6, если  $k > n^*$  - операция 13.

13. Выбирается решение с параметром  $k = k_1$ ,  $(x_1)_{k_1} = (x_1^*)_{k_1}$ , соответствующее наименьшему значению целевой функции (5.6).

### 5.2.3 Результаты решения задачи по оптимизации величины трения между ОФ и ОН

Геометрические параметры:  $T = 10$  мм;  $H = 40$  мм;  $R = 20$  мм

Временные интервалы  $\Delta\tau_n$ : 0,01, 0,02, 0,03, 0,04, 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 2, 5, 10, 8, 3, 3, 5, 10, 15, 20 с.

Разбиение области:  $N1 \times N2 = 10 \times 30$ ;  $n_k^* = 5$ ;

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при температуре  $\theta \geq 1000$  °С ( $\theta_m = 1500$  °С):

$$G = 1000 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \lambda = 0,0298 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{°С)};$$

$$L = 270 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг (скрытая теплота плавления)}; C = 444 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°С)};$$

$$\gamma = 7,80 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3; \theta_k = 1450 \text{ °С}.$$

Физические свойства формы:

$$G = 2960 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \lambda = 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{°С)};$$

$$C = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°С)}; \gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3. \quad (5.9)$$

Решение целевой функции

$$F = 23,2 \text{ МПа}; n_k = 1 \text{ (поверхность С)}, \tau = 18,3 \text{ с}. \quad (5.10)$$

Эпюры  $\sigma_{22}$  по найденному решению (5.10) приведено на рис. 5.2, в. Для более глубокого осмысления характера эпюры  $\sigma_{22}$  приводятся эпюры  $\sigma_{22}$  по сечению ОФ при  $n_k = 2$  (рис. 5.2, б),  $n_k = 3$  (рис. 5.3, в),  $n_k = 4$  (рис. 5.3, б). Прослеживается четкая картина. Поверхностью «С» оболочковая форма разделяется на две части. Каждая часть ОФ имеет слои более теплые (горячие) и менее теплые. Горячие слои, расширяясь, испытывают сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$ , холодные, препятствующие расширению горячих слоев, испытывают растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ . Наименьший градиент температур будет, когда  $n_k = 1$ . Вот и получаем результат (5.10). На поверхности «С» наблюдаем скачек напряжения  $\sigma_{22}$  по координате  $x_1$ . Полученное морфологическое строение ОФ значительно уступает по трещиностойкости морфологической ОФ, где второй слой со стороны наружной поверхности многослойной ОФ изготовлен из

кварцевого песка с низким коэффициентом линейного расширения. При составлении программ использовался программный комплекс «Одиссей» [103].

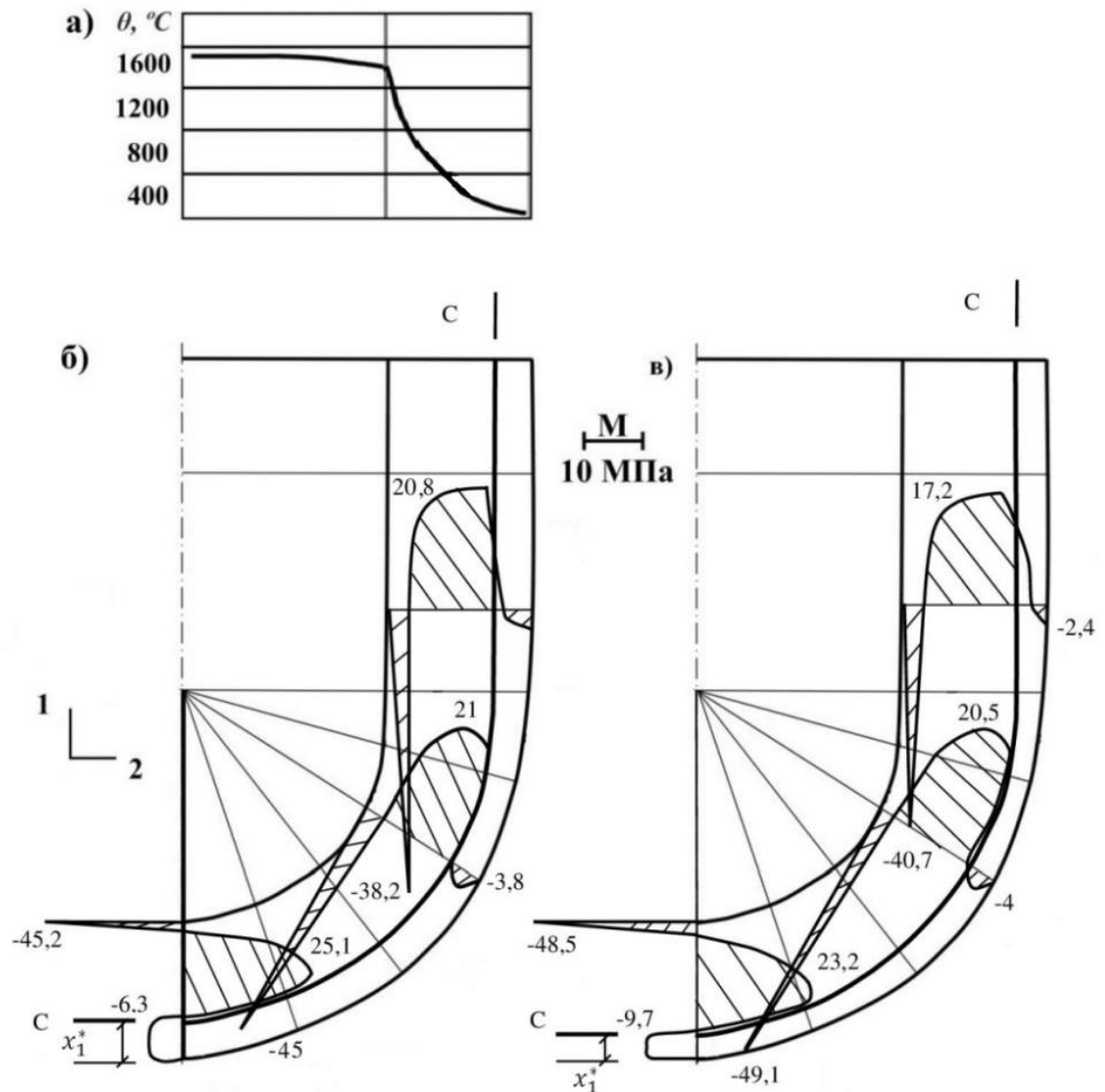


Рис. 5.2 Изменение температуры (а) и поля напряжений  $\sigma_{22}$  (б, в) при  $n_k = 1$ ,  $\tau = 18,3$  с

На рис. 5.4 приведены через 18 секунд после заливки распределение температуры (а) и эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  (б) (пунктирные линии). Для сравнения сплошными линиями показаны эпюры  $\sigma_{22}$  ОФ, имеющей физические свойства (5.9) по всем слоям.

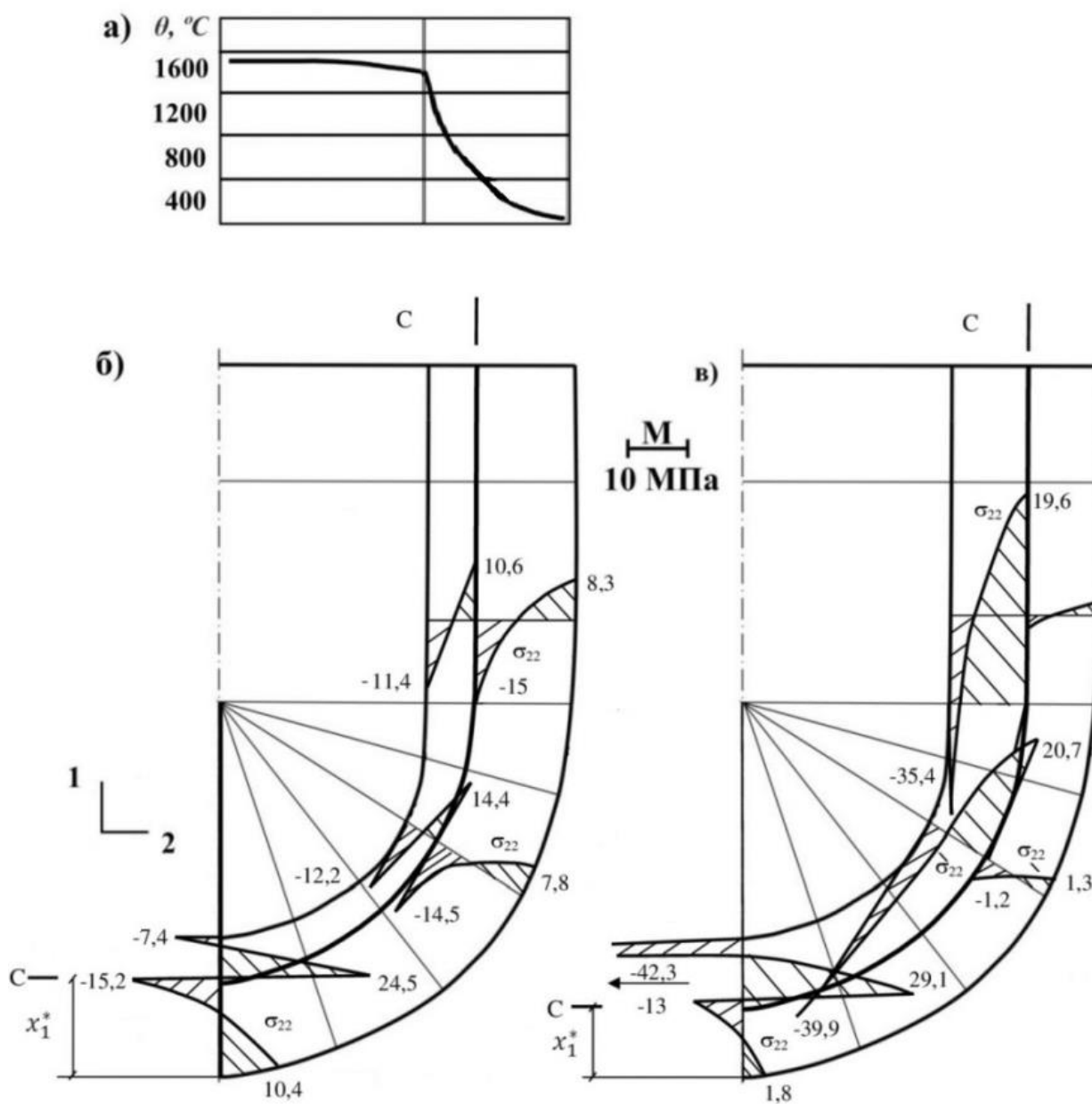


Рис. 5.3 Изменение температуры (а) и поля напряжений  $\sigma_{22}$  (б, в) при  $n_k = 4$ ,  $\tau = 18,3$  с

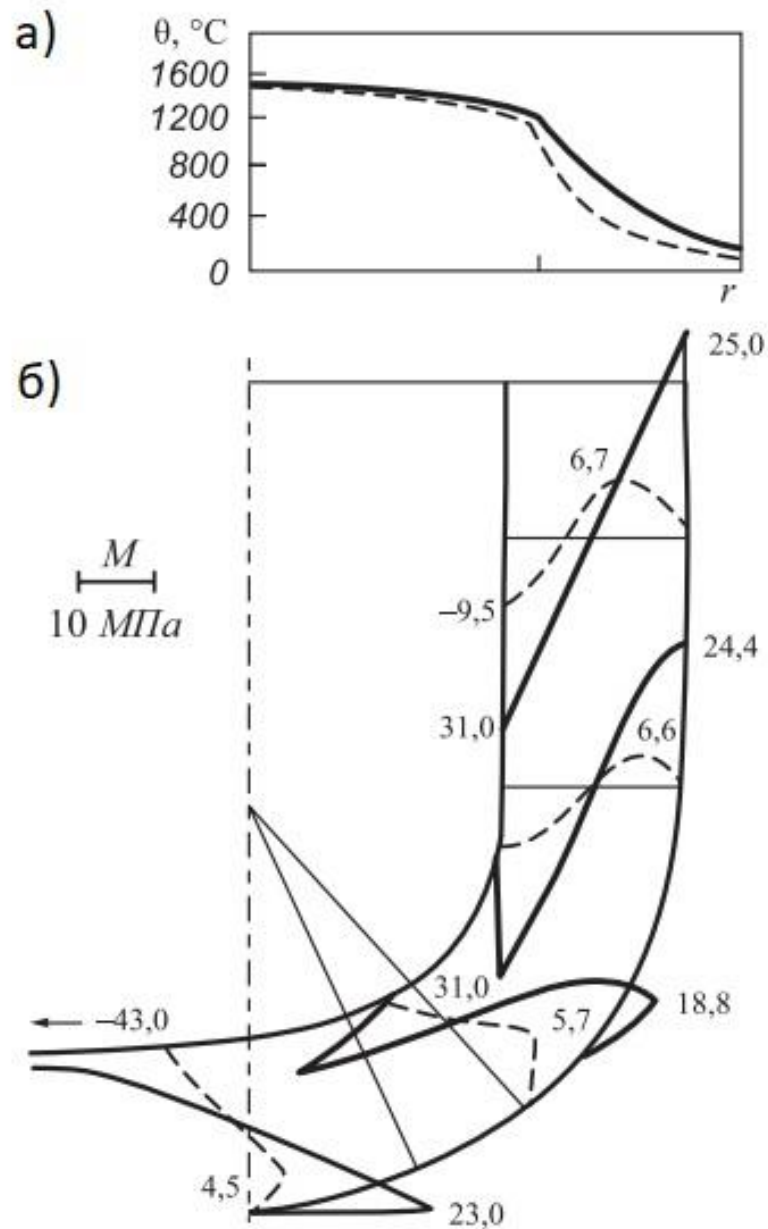


Рис.5.4 Распределение температуры (а) и эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  (б) в ОФ и жидком металле через 18 с после заливки металла

Из результатов проведенных теоретических исследований следует, что изготовление ОФ с морфологическим строением, предложенным в работе [3], нецелесообразно.

Результаты выполненных исследований по решению задач главы 5 представлены в следующих опубликованных работах автора [113, 130].

## Выводы

1. На основе основополагающих уравнений линейной теории упругости, численных методов разработан алгоритм и программа по определению оптимального силового воздействия на ОФ со стороны ОН при заливке её жидким металлом и охлаждении стальной отливки. Найдено оптимальное значение параметра трения  $\psi = 10$ .

2. Отсутствие трения между внутренними слоями ОФ ведет к образованию в ней сквозных трещин и гарантированному ее разрушению в процессе охлаждения стальной отливки.

3. С увеличением трения между внутренними слоями ОФ более устойчива к трещинообразованию.

## **6 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ В НЕЙ СТАЛЬНОЙ ШАРООБРАЗНОЙ ОТЛИВКИ**

### **6.1 Построение математической модели деформирования сферической керамической оболочковой формы**

#### **6.1.1 Инженерная постановка задачи**

Жидкая сталь разливается в сферическую форму, в которой кристаллизуется путем отвода тепла от стенок ОФ через ОН (рис. 6.1, *а*). Сферическая ОФ может быть монолитной или состоять из ряда слоев [76]. При этом каждый слой ОФ может иметь свои физико-механические характеристики. При охлаждении стали в ОФ, вследствие большого температурного градиента, в стенке возникают температурные напряжения, которые при определенных внешних воздействиях могут привести к ее разрушению, а значит и к браку получаемой стальной отливки. Таким образом, задачей настоящего теоретического исследования является определение внешних факторов, при которых сферическая ОФ не будет разрушаться от возникающих в ней температурных напряжений.

#### **6.1.2 Математическая постановка задачи**

Рассматривается осесимметричное тело вращения. Деформируемый материал считается изотропным. Движение принимали медленным.

Имеем четырехкомпонентную систему (рис. 6.1, *б*). Деформируемой средой является затвердевший металл (область *II*) и форма (область *III*) – изотропные материалы. Процесс нестационарный. Используя теорию упругости и Эйлерову систему координат, запишем для каждой из областей систему уравнений:

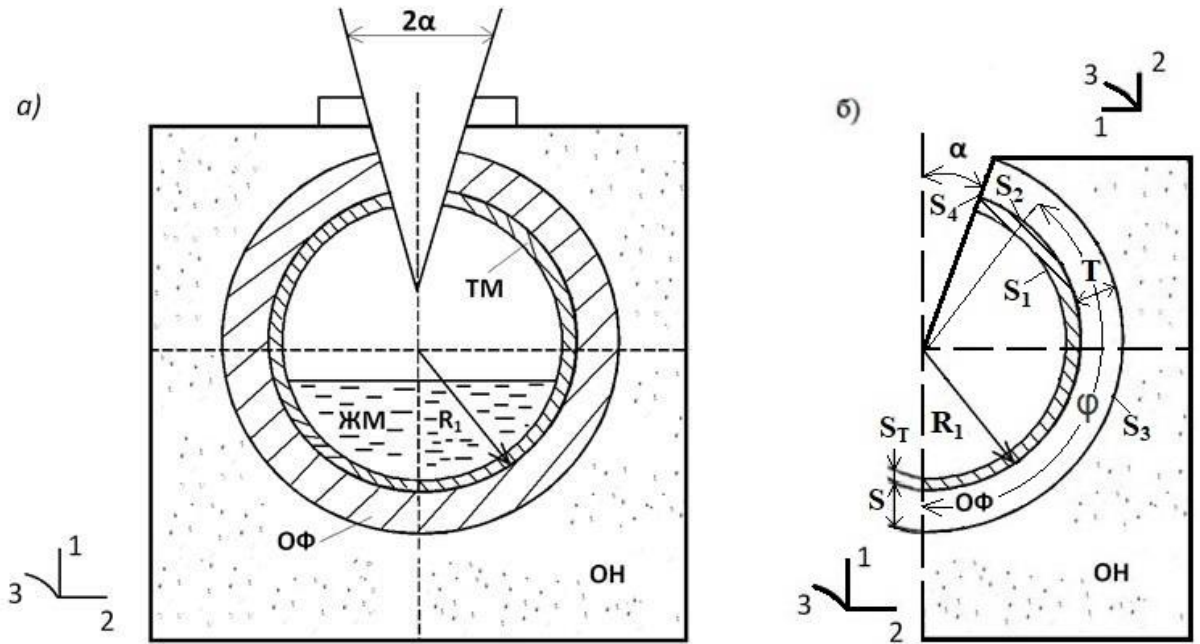


Рис. 6.1 Общая (а) и расчетная (б) схемы шарообразной ОФ, заформованной в опорный наполнитель и залитой жидким металлом с учетом осевой симметрии:

1 – жидкий металл (ЖМ); 2 – твердый металл (ТМ); 3 – оболочковая форма (ОФ); 4 – опорный наполнитель (ОН); 5 – опока (кожух);  $S_1$  – внутренняя поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла;  $S_2$  – внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы;  $S_3$  – внешняя поверхность оболочковой формы;  $S_4$  – свободная поверхность торца литниковой чаши ОФ;  $R_1$  – радиус шарообразной отливки;  $S$  – толщина оболочковой формы;  $S_T$  – толщина корочки затвердевшего металла;  $\alpha$  – угол наклона литниковой воронки;  $\varphi$  – угол охвата поверхности оболочковой формы опорным наполнителем

– для области I:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P; P = \gamma h; \quad (6.1)$$

$$\theta = \alpha_1 \Delta \theta;$$

– для областей II, III:

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = 0, i, j = 1, 2, 3; \\ \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p \varepsilon_{ij}^*; \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \varepsilon = \varepsilon_{ii}; \\ \varepsilon_{ii} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta - \theta_p^*); \varepsilon_{ij} = 0,5(U_{ij} + U_{ji}); \\ C_p \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad} \theta); \end{cases} \quad (6.2)$$

здесь  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $\sigma$  – гидростатическое напряжение,  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $h$  – высота столба жидкого металла;  $k_p = \frac{1-2\mu}{E}$  – коэффициент объемного сжатия;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль Юнга;  $G_p$  – модуль сдвига в среде области  $p$  ( $II, III$ );  $\alpha_p$  – коэффициент линейного расширения;  $\alpha_1$  – коэффициент температуропроводности в области  $I$ ;  $\tau$  – время;  $\theta$  – температура;  $C_p$  – удельная теплоемкость в области  $p$ ;  $\gamma$  – плотность;  $\theta_p^*$  – начальная температура в области  $p$ ;  $\lambda = \lambda(\theta)$  – теплопроводность;  $\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$ ;  $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ; используется суммирование по повторяющимся индексам.

В соответствии с осевой симметрией рассмотрим меридианное сечение (рис. 6.1, б).

При условии  $\theta_m \leq \theta_k$  ( $\theta_m$  и  $\theta_k$  – температуры металла и кристаллизации) в процессе охлаждения жидкого металла, его температура определяется толщиной затвердевшего слоя  $\Delta_i$  из решения уравнения межфазового перехода [130].

Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла;

$\theta_I^*|_{\tau=0} = 0 = \theta_m^*$  – температура разливаемого жидкого металла;

$\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$  – начальная температура формы.

Граничные условия задачи (рис. 6.1, б):

– на оси симметрии:  $U_2 = 0$ ;  $\sigma_{21} = 0$ ;  $q_n = 0$ ;

– на поверхностях  $S_1, S_3, S_4$ :

$$\sigma_{11} | s_1 = -P; \sigma_{12} | s_1 = 0; U_1 | s_3 = 0, \sigma_{22} | s_4 = 0; \quad (6.3)$$

$$\sigma_{12} | s_3 = -\psi \frac{U_{ck}}{U^*} \cos(\eta_1 x_1); \theta | s_3 = \theta^*;$$

здесь  $U_{ck}$  – скольжение материала формы относительно песка,  $U^*$  – нормирующее перемещение;  $\psi$  – параметр, характеризующий условия трения между формой и опорным наполнителем.

Для решения системы (6.2) использовался численный метод [70]. Согласно этому методу область деформирования разбивается на конечное число ортогональных криволинейных элементов (рис. 6.2, а).

При осевой симметрии имеем  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ;  $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ ;  $U_3 = 0$ .

В соответствии с работой [70], уравнения (6.2) и значения  $\varepsilon_{ij}$  с учетом осевой симметрии запишутся:

$$S_{13}\Delta S_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + S_{12}S_{13}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) + 0,5\Delta\sigma_{11}S_{12}S_{13} + 0,5\Delta\sigma_{12}S_{21}S_{23} + (S_{21}\Delta S_{23} + 2S_{23}\Delta S_{21})\sigma_{21} = 0; \quad (6.4)$$

$$S_{21}\Delta S_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33}) + S_{23}S_{21}(\sigma_{22} - \sigma_{11}) + 0,5\Delta\sigma_{22}S_{23}S_{21} + 0,5\Delta\sigma_{21}S_{12}S_{13} + (S_{12}\Delta S_{13} + 2S_{13}\Delta S_{12})\sigma_{21} = 0;$$

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = 2G_p(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}), \quad (6.5)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 2G_p(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}),$$

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 3k_p\sigma + 3\alpha_p(\theta - \theta_p^*). \quad (6.6)$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{2\Delta U_1}{S_{21}} + \frac{2U_2}{S_{21}} \frac{\Delta S_{21}}{S_{12}}; \varepsilon_{22} = \frac{2\Delta U_2}{S_{32}} + \frac{2U_1}{S_{12}} \frac{\Delta S_{12}}{S_{21}}, \quad (6.7)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{2U_1}{S_{13}} \frac{\Delta S_{13}}{S_{31}} + \frac{2U_2}{S_{23}} \frac{\Delta S_{23}}{S_{32}}.$$

здесь  $U_i = U_i^1 + U_i^2$ ,  $\Delta U_i = U_i^2 - U_i^1$ , ( $i = 1, 2$ );  $S_{ij} = S_{ij}^1 + S_{ij}^2$ ;  $\Delta S_{ij} = S_{ij}^2 - S_{ij}^1$ .

Принятая символика описана в работе [76].

Уравнения (6.4) – (6.7) записаны с учетом того, что  $\frac{\partial U_1}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0; i = 1, 2, 3;$

для тел вращения имеет место  $\Delta S_{31} = 0; \Delta S_{32} = 0; \frac{\Delta U_1}{S_3} = 0; \frac{\Delta U_2}{S_3} = 0; U_3 = 0;$  на поверхности  $x_1 x_3 : S_2^+ - S_2^- = 0;$  на поверхности  $x_2 x_3 : S_2^+ - S_2^- = 0;$  сдвиговые значения  $\varepsilon_{ij} (i \neq j)$  запишутся для узла (0) (рис. 6.2, з) в виде

$$\varepsilon_{12}^0 = \frac{2\Delta\bar{U}_2}{S_1} - 0,5\bar{U}_2 \frac{S_2^+ - S_2^-}{S_1 S_2} + \frac{2\Delta\bar{U}_1}{S_2} - 0,5\bar{U}_1 \frac{S_1^+ - S_1^-}{S_1 S_2}, \quad (6.8)$$

где  $S_i = S_i^1 + S_i^2; \Delta\bar{U}_i = \bar{U}_{i2} - \bar{U}_{i1}; S_i^+ = S_i^{1+} + S_i^{2+}; S_i^- = S_i^{1-} + S_i^{2-}; \bar{U}_i$  – среднее от значения  $U_i$  по граням элемента.

В работе [70] доказано, что разностный аналог системы (6.4) – (6.6) с учетом уравнения (6.7) при наличии начальных и граничных условий является определяемым. Размерность системы (6.4) – (6.6) значительно сокращается при осуществлении следующих операций:

1. Разности  $(\sigma_{ij} - \sigma_{ji})$  в уравнениях (6.4) выражаются через формулу (6.5).
2. Уравнение сохранения массы переписывается в рекуррентной форме с учетом выражений (6.7) в виде  $U_1^2 = U_1^1 + [A];$  здесь  $[A]$  – оператор, не содержащий  $U_1^2$ ; направление обхода области по  $x_1 (\rightarrow)$ , по  $x_2 (\uparrow)$ .
3. Определяются сдвиговые выражения  $\varepsilon_{ij} (i \neq j)$  по внутренним узлам сетки в соответствии с формулами (6.8);  $i = 1, j = 2$ .
4. Определяются значения  $\sigma_{ij} (i \neq j)$  по внутренним узлам сетки из уравнений состояния  $\sigma_{12}^0 = G_p^0 \varepsilon_{12}^0$ .
5. Определяются величины  $\sigma_{ij}$  по внешним узлам сетки из граничных условий, а на контактных поверхностях – из закона трения.
6. Определяются  $\sigma_{ij}$  по граням элементов как средние от значений  $\sigma_{ij}$  в узлах граней.

7. Первое уравнение (6.4) переписывается в рекуррентном виде  $\sigma_{11}^1 = \sigma_{11}^2 + [B]$ ; здесь  $[B]$  – оператор, не содержащий  $\sigma_{11}^1$ , направление обхода области по  $x_1 (\leftarrow)$ , по  $x_2 (\downarrow)$ .

8. Из системы уравнений: второе уравнение в системе (6.4) и уравнение  $\sigma_{22} - \sigma_{11} = 2\lambda(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})$  определяются значения  $\sigma_{22}^1$  и  $\sigma_{22}^2$  для элемента, составляются уравнения вида  $F_3 = (\sigma_{22}^2)_{JJ} - (\sigma_{22}^1)_{JJ+1} = 0$  для внутренних граней (где  $J$  – индекс элемента по координате  $x_2$ ).

Таким образом, если считать независимыми переменными  $X = \{U_2, U_1|_{x_1=0}, \sigma_{11}|_{x_1} = x_1^*\}$ , то по последовательности (6.1) – (6.7), можно определить зависимые переменные через  $X$  ( $x_1^*$  – конечное значение координаты  $x$  по криволинейной области).

Эквивалентная система уравнений имеет вид

$$F_1 = (U_1^2 - U_1^*)|_{x_1=x_1^*} = 0; \quad (6.9)$$

$$F_2 = (\sigma_{11}^1 - \sigma_{11}^*)|_{x_1=0} = 0; \quad F_3 = 0;$$

здесь  $U_1^*$  – известные из граничных условий перемещения  $U_1$  на границе области ( $x_1 = x_1^*$ );  $\sigma_{11}^*$  – известные из граничных условий напряжения  $\sigma_{11}$  на границе области ( $x_1 = 0$ ).

Уравнений  $F_1 = 0$  столько, сколько неизвестных  $\sigma_{11}|_{x_1=x_1^*}$ , а уравнений  $F_2 = 0$ , столько, сколько неизвестных  $U_1|_{x_1} = 0$ .

Коэффициенты и свободные члены новой эквивалентной системы уравнений (5.9) можно найти с помощью следующей процедуры.

Пусть эквивалентная система уравнений имеет вид

$$\bar{F}_i = \alpha_{ij}x_j + b_i = 0; i, j = 1, \dots, n. \quad (6.10)$$

Если считать все неизвестные равными нулю ( $x_i = 0, i = 1, \dots, n$ ), то по

вышеприведенной последовательности (6.1) – (6.7) и расчете  $\bar{F}_i$  по формулам (5.9) найдем свободные члены новой системы (6.10):

$$\bar{F}_i^0 = b_i; i = 1, \dots, n.$$

Далее находим коэффициенты  $a_{ij}$ . Для этого считаем  $x_k = 1, x_i = 0$  ( $i \neq k; i = 1, \dots, n$ ). По указанной выше последовательности находим значение  $\bar{F}_i^k$  и  $a_{ik}$  по следующей формуле:

$$a_{ik} = \frac{F_i^k - F_i^0}{1}, i = 1, \dots, n.$$

Таким образом, определяется вся матрица  $a_{ik}$  новой эквивалентной системы, которая решается по стандартной программе. Размерность эквивалентной системы сокращается примерно в 10 раз по сравнению с исходной.

Для решения уравнения теплопроводности используется численный метод [70; 76].

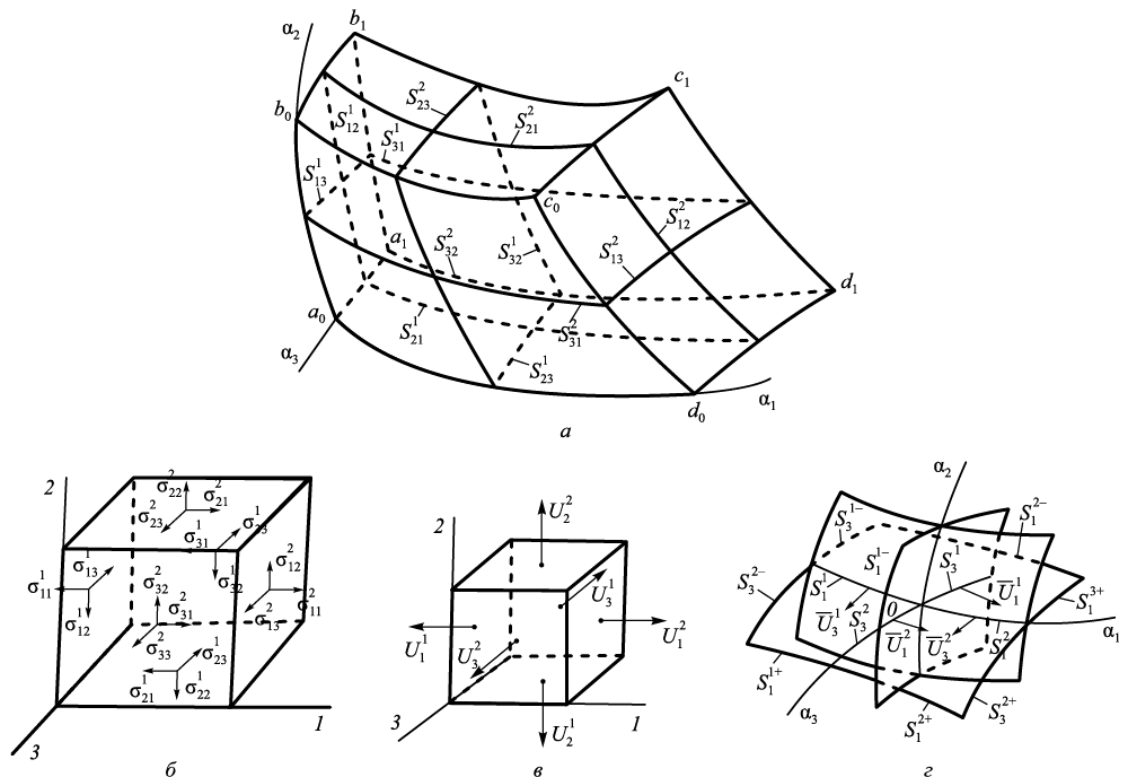


Рис. 6.2 Область деформирования:

$a$  – схема разбивки на элементы;  $b$  – распределение напряжений;  $v, z$  – распределение перемещений по граням элемента

В соответствии с рассматриваемым методом для каждого внутреннего  $k$ -го элемента (рис. 6.2, а) записывается из теплового баланса система теплопроводности в разностном виде с учетом осевой симметрии и строится итерационная процедура, которая с учетом того, что тепловой поток по  $x_3$  равен нулю, представляется итерационной формулой:

$$\theta_k = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^-}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21}}, \quad (6.11)$$

$$t_{12} = \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^+)}{S_{21} + S_{21}^+} F_1^2 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; \quad t_{11} = \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^-)}{S_{21} + S_{21}^+} F_1^1 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; \quad t_{22} = \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^+)}{S_{12} + S_{12}^+} F_2^2 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k};$$

$$t_{21} = \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^-)}{S_{12} + S_{12}^-} F_2^1 \frac{\Delta\tau}{C_k \gamma_k V_k}; \quad F_i^j = S_{ik}^j S_{ip}^j; i \neq k \neq p; i, k, p = 1, 2, 3; j = 1, 2; V_k = \frac{S_{13} S_{12} (S_{21} + S_{31})}{16};$$

здесь  $\theta_k^*$  – средняя температура в  $k$ -ом элементе в начале временного шага  $\Delta\tau$ ;  $\lambda_k, \theta_k, C_k, \gamma_k$  – средние теплопроводность, температура, теплоемкость и плотность в  $k$ -ом элементе в конце временного шага  $\Delta\tau$ ;  $\lambda_i^-, \theta_i^-$  и  $\lambda_i^+, \theta_i^+$  ( $i = 1, 2$ ) – теплопроводность и температура в элементе, следующим за элементом  $k$  по координате  $x_i$  в отрицательном и положительном направлениях  $x_i$ ;  $S_{21}^- = S_{21}^{1-} + S_{21}^{2-}$ ;  $S_{21}^+ = S_{21}^{1+} + S_{21}^{2+}$ ;  $S_{ij}^{1+}$  ( $i \neq j; i, j = 1, 2$ ) и  $S_{ij}^{1-}$  – длина дуги  $S_{ij}^1$  элемента, следующим за элементом  $k$  в положительном и отрицательном направлении по координате  $x_j$ .

В работе [70] доказывается сходимость итерационной процедуры (6.11).

### 6.1.3 Алгоритм решения задачи

1. Время охлаждения  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов:  $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$ ; здесь  $n$  – номер временного шага.
2. Исследуемая область разбивается на конечное число ортогональных элементов.
3. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующих

рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов.

4. Вычисляются длины дуг элементов  $S_{ik}^j(i, k=1, 2; i \neq k; j=1, 2)$ .

5. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta\tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы (5.11) при наличии начальных и граничных условий на рассматриваемом временном шаге.

6. Если температура в области  $I$  у поверхности  $S_2$   $\theta|_{S_2} \leq \theta_k$ , то вычисляется толщина  $\Delta n$  закристаллизовавшейся корочки [130]. Если  $\theta|_{S_2} > \theta_k$ , то выполняется следующая операция.

7. Решается система уравнений (6.2) с учетом разностных аналогов (6.4) ÷ (6.7) и разработанной методики [70; 76], описанной выше. Определяются поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и перемещений  $U_i(i, j=1, 2)$ .

8. Проводится шаг по времени; если  $\sum \Delta\tau_n < \tau^*$ , то выполняется операция 4; если  $\sum \Delta\tau_n = \tau^*$  – процесс вычисления закончен.

При решении температурной задачи использовали граничные условия первого рода (6.3). Для определения  $\theta_m(\tau)$  и  $\theta^*(\tau)$  воспользуемся экспериментальными данными работы [76]. Аппроксимируя эти величины, получим следующее:

$$\theta_m = 1550 - 1,666\tau - \tau(60 - \tau) / (10 + \tau^2),$$

$$\theta \leq \tau \leq 60\text{с},$$

$$\theta^* = 20 + 17,3\sqrt{\tau};$$

здесь  $\tau$  – время охлаждения, с.

Время  $\tau$  не превышает 60 с, так как при  $\tau \geq 60$  с напряжения в ОФ падают и не представляют опасности ее разрушения.

Разработана математическая модель по определению НДС и температуры в ОФ при охлаждении в ней сферической отливки, с использованием которой ниже проведено численное решение задачи по моделированию трещиностойкости ОФ.

### 6.1.4 Результаты решения задачи

#### *Исходные данные*

Геометрические параметры:  $S = 5$  мм,  $R_1 = 20$  мм.

Временные интервалы  $\Delta t_n$ : 0,1; 1,0; 2,0; 4,0; 5,0; 5,0; 5,0; 10,0; 10,0; 1,0; 2,0; 5,0; 1,0; 1,0; 3,0; 3,0; 5,0; 10,0; 10,0 с; параметр трения на поверхности  $S_3$  (рис. 1) принимается  $\psi = 0,001$ .

Разбиение области:  $N_1 \times N_2 = 10 \times 30$ .

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при температуре  $\theta > 1000$  °С ( $\theta_m^* = 1500$  °С):  $G = 1000$  кг/мм<sup>2</sup> (модуль сдвига);  $\alpha = 12 \cdot 10^{-1}$  °С<sup>-1</sup> (коэффициент линейного расширения);  $\lambda = 0,0298$  Вт/(мм·°С) (коэффициент теплопроводности);  $L = 270 \cdot 10^3$  Дж/кг (скрытая теплота плавления);  $C = 444$  Дж/(кг·°С) (удельная теплоемкость);  $\gamma = 7,80 \cdot 10^{-1}$  кг/мм<sup>3</sup> (удельный вес);  $\theta_k = 1450$  °С (температура кристаллизации).

Физические свойства керамической формы:  $G_\phi = 2910$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\alpha = 0,51 \cdot 10^{-1}$  °С<sup>-1</sup>;  $\lambda = 0,000812$  Вт/(мм·°С);  $C = 840$  Дж/(кг·°С);  $\gamma = 2,0 \cdot 10^{-1}$  кг/мм<sup>3</sup>.

Некоторые результаты теоретического исследования показали [131], что при охлаждении стали в ОФ с величиной  $\alpha = 10^\circ$  и  $30^\circ$  и  $\varphi = (180 - \alpha)$  имеют место значительные сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ , которые могут превосходить предел прочности керамики при сжатии. Причем при  $\alpha = 30^\circ$  напряжения  $\sigma_{ii}$ ,  $i = 2, 3$  несколько меньше по абсолютной величине, чем при  $\alpha = 10^\circ$ . На рис. 6.3 приведены эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{11}$  в ОФ при  $\alpha = 10^\circ$  поз. *а* – через 7,1 с охлаждения, поз. *б* – через 51,1 с.

На рис. 6.4 приведены эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  в образующейся корочке металла через 60,1 с охлаждения отливки; сплошными линиями показаны эпюры при  $\alpha = 30^\circ$ ; штриховыми –  $\alpha = 10^\circ$ .

Величина  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  на поверхности, примыкающей к жидкому металлу, больше (по модулю), чем на поверхности ОФ, это объясняется тем, что модуль сдвига  $G_m$  образующегося твердого металла принят постоянным ( $1000$  кг/мм<sup>2</sup>),

независящим от температуры. Так же как и в ОФ напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  сжимающие и при  $\alpha = 10^\circ$  больше, чем при  $\alpha = 30^\circ$ .

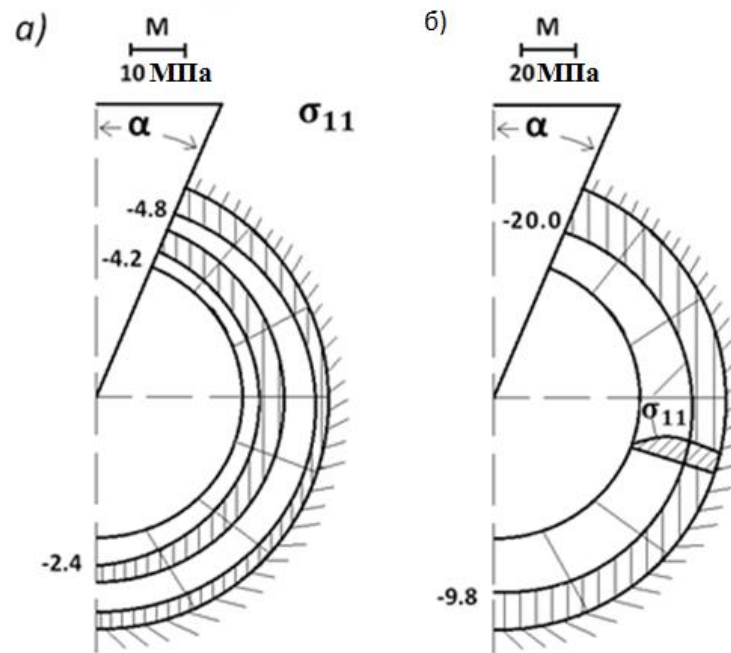


Рис. 6.3 Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{11}$  в ОФ при  $\alpha = 10^\circ$  и времени охлаждения отливки  $\tau = 7,1$  с (а) и  $\tau = 51,1$  с (б)

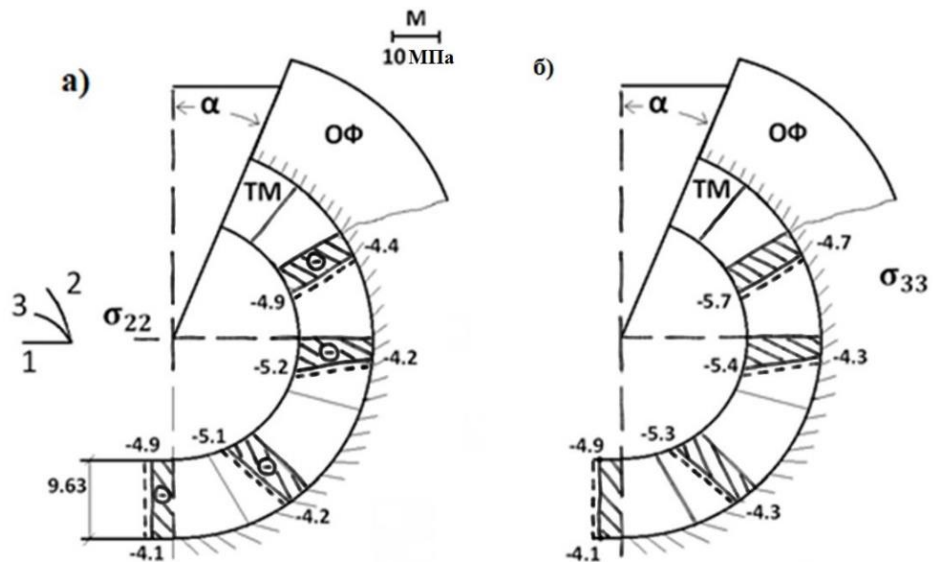


Рис. 6.4 Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) в образующей корочке металла при  $\alpha = 30^\circ$  (сплошные линии) и  $\alpha = 10^\circ$  (штриховые линии) и времени охлаждения отливки  $\tau = 60,1$  с

На рис. 6.5, а показаны эпюры напряжений  $\sigma_{11}$  в корочке закристаллизовавшегося металла через 60,1 с. Напряжения  $\sigma_{11}$  сжимающие по всему сечению: сплошными линиями обозначены  $\sigma_{11}$  при  $\alpha = 30^\circ$ , штриховыми – при  $\alpha = 10^\circ$ .

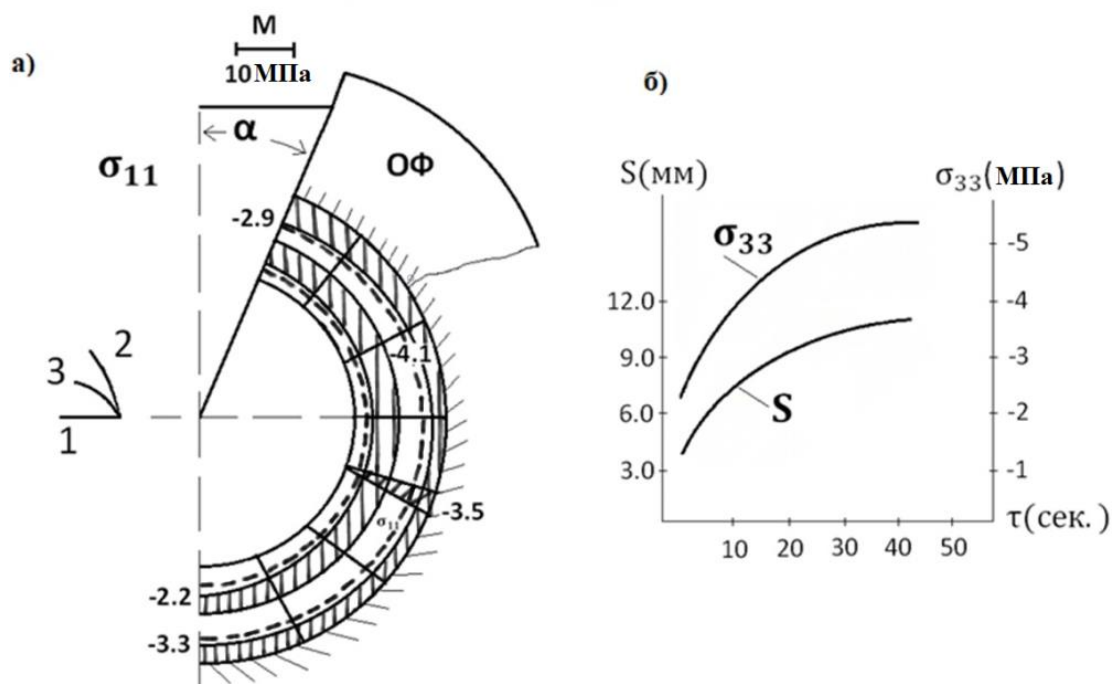


Рис. 6.5 Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{11}$  (а) в закристаллизовавшейся корочке металла через время охлаждения отливки  $\tau = 60,1$  с и кривые роста величины корочки металла ( $S$ ) и напряжений  $\sigma_{33}$  (б) со временем охлаждения

На рис. 6.5, б показаны кривые роста величины корочки ( $S$ ) и напряжения  $\sigma_{33}$  со временем охлаждения. С увеличением угла  $\alpha$  нормальные напряжения незначительно уменьшаются (по модулю).

Дальнейшее увеличение  $\alpha$  не имеет смысла, поскольку идет нарастание корочки металла при незначительном изменении нормальных напряжений.

Результаты получены при постоянной (средней) величине модуля сдвига ОФ ( $G_\phi$ ).

Как следует из работы [131], температура в ОФ, примыкающей к кристаллизующемуся металлу, очень высока (порядка 1300 °С). При такой температуре керамика находится практически в размягченном состоянии, а значит

и модуль сдвига в ней будет намного ниже, чем средняя величина  $G_{\phi}$  оболочковой формы. Воспользуемся экспериментальными данными (рис. 6.6), полученными в работе [70], при испытании керамических образцов, выполненных из связующего материала ( $\text{SiO}_2 + \text{MgPO}_4$ ).

$\text{SiO}_2 + \text{MgPO}_4$

| T    | E          | E/E20  | G, МПа | Коеф. объемн расш. |
|------|------------|--------|--------|--------------------|
| 20   | 1125000000 | 1,0000 | 45000  | 4,44444E-06        |
| 100  | 1125000000 | 1,0000 | 45000  | 4,44444E-06        |
| 200  | 1125000000 | 1,0000 | 45000  | 4,44444E-06        |
| 300  | 1125000000 | 1,0000 | 45000  | 4,44444E-06        |
| 400  | 9642857143 | 0,8571 | 38571  | 5,18519E-06        |
| 500  | 8437500000 | 0,7500 | 33750  | 5,92593E-06        |
| 600  | 5625000000 | 0,5000 | 22500  | 8,88889E-06        |
| 700  | 4218750000 | 0,3750 | 16875  | 1,18519E-05        |
| 800  | 2596153846 | 0,2308 | 10385  | 1,92593E-05        |
| 900  | 1687500000 | 0,1500 | 6750   | 2,96296E-05        |
| 1000 | 96428571   | 0,0086 | 386    | 0,000518519        |
| 1100 | 61363636   | 0,0055 | 245    | 0,000814815        |

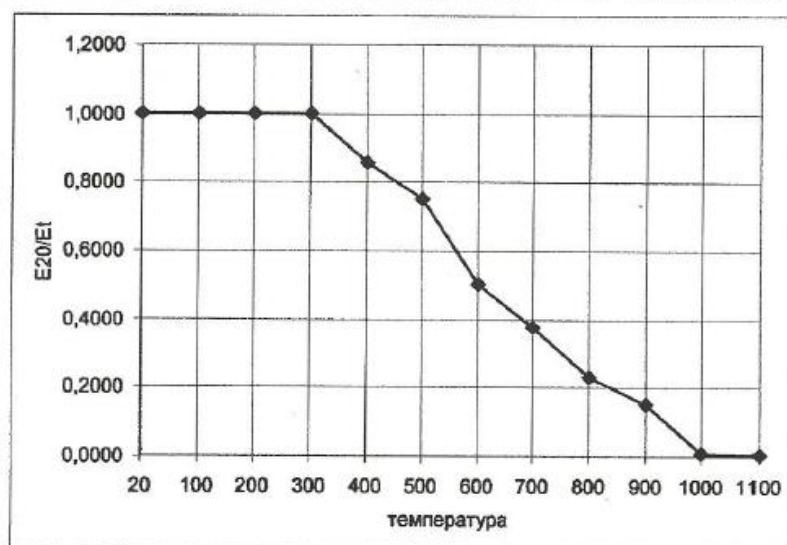


Рис. 6.6 Экспериментальные данные при испытании керамических образцов, выполненных из связующего материала ( $\text{SiO}_2 + \text{MgPO}_4$ )

Аппроксимируя результаты, представленные на рис. 6.6, получим:

$$G_{\phi} = 6412 - 6.37 \cdot \theta, \text{ кг/мм}^2 \text{ при } 300 \text{ }^{\circ}\text{C} < \theta < 1000 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

$$G_{\phi} = 40 \text{ кг/мм}^2 \text{ при } \theta \geq 1000 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

$$G_{\phi} = 4500 \text{ кг/мм}^2 \text{ при } \theta < 300 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Результаты решения с изменяющимся от температуры модулем сдвига ОФ

приведены на рис. 6.7 при  $\alpha = 10^\circ$  в виде эпюр  $\sigma_{ii}$ ,  $i = 1, 2, 3$  при  $\tau = 1,12$  с – сплошные линии;  $\tau = 7,12$  с – штриховые линии.

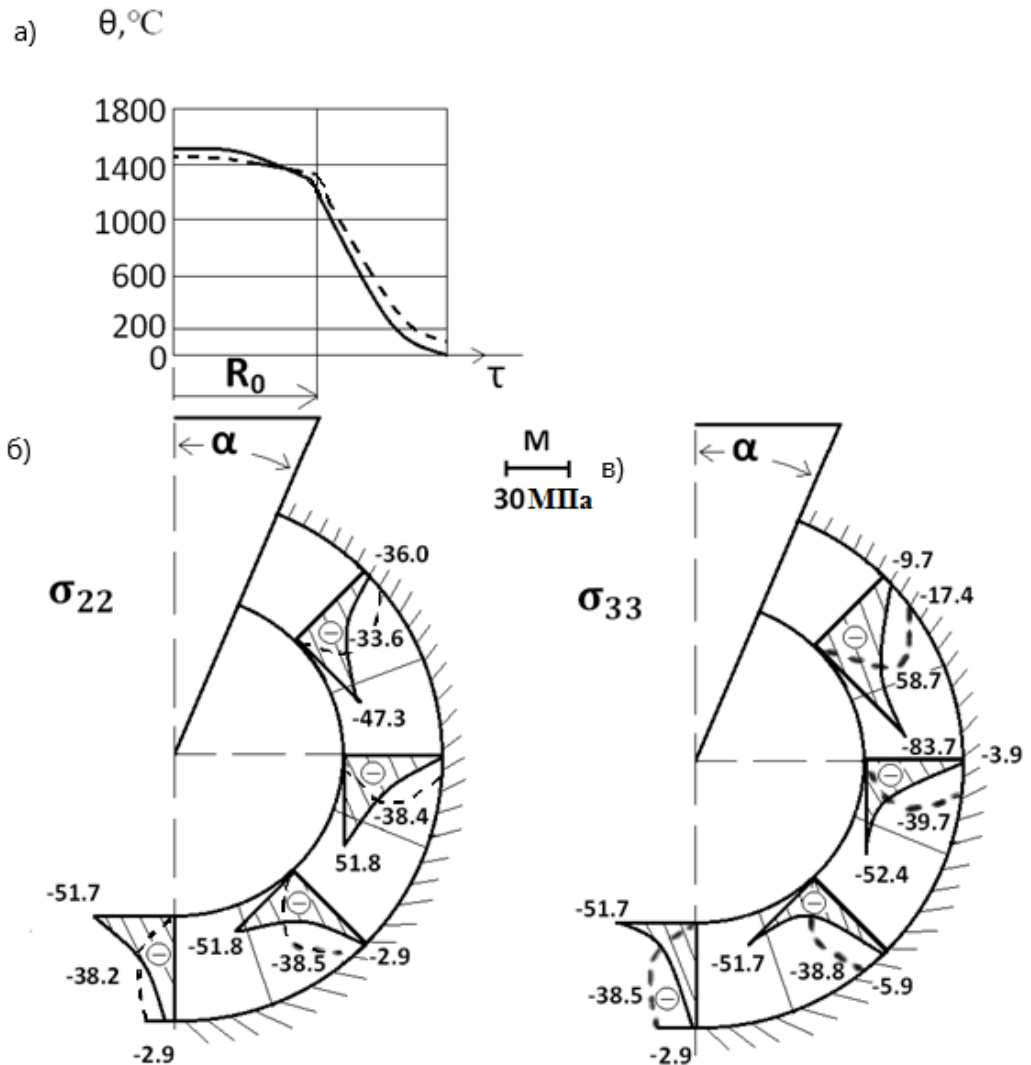


Рис. 6.7 Поле температур (а), эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{33}$  (в) в ОФ при времени охлаждения отливки  $\tau = 1,12$  (—) и  $\tau = 7,12$  с (---);  $\alpha = 10^\circ$

При термическом ударе и времени охлаждения  $\tau = 1,12$  с напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  имеют наибольшие значения (по абсолютной величине) в ОФ в зоне контакта с металлом, но уже резко меняются со временем охлаждения. Все нормальные напряжения – сжимающие. Напряжения  $\sigma_{33}$  в образующейся корочке  $S = 6$  мм через  $\tau = 7,12$  с приведены на рис. 6.8.

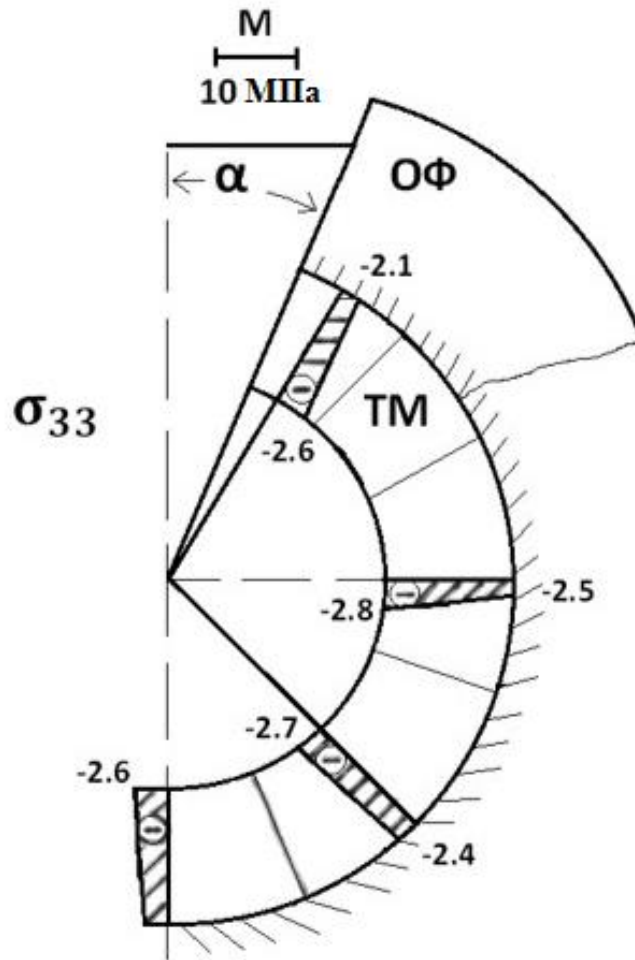


Рис. 6.8 Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{33}$  в образующейся металлической корочке ( $S = 6$  мм) при времени охлаждения отливки  $\tau = 7,12$  с

При дальнейшем охлаждении напряжения  $\sigma_{ii}$  уменьшаются.

Наиболее опасен к разрушению начальный период охлаждения ( $0 < \tau < 8$  с) (рис. 6.8).

На рис. 6.9, 6.10 приведены результаты расчета при  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\tau = 1,12$  с (сплошные линии);  $\tau = 7,12$  с (штриховые линии).

Как видим, картина примерно та же, но значения  $\sigma_{ii}$ ,  $i = 1, 2, 3$  несколько ниже, чем при  $\alpha = 10^\circ$ , даже появились небольшие растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  в ОФ на стыке с ОН (рис. 6.9). В корочке металла  $S = 6$  мм при  $\tau = 7,12$  с приведены напряжения  $\sigma_{33}$  (рис. 6.10), они также ниже, чем при  $\alpha = 10^\circ$  (рис. 6.4,б).

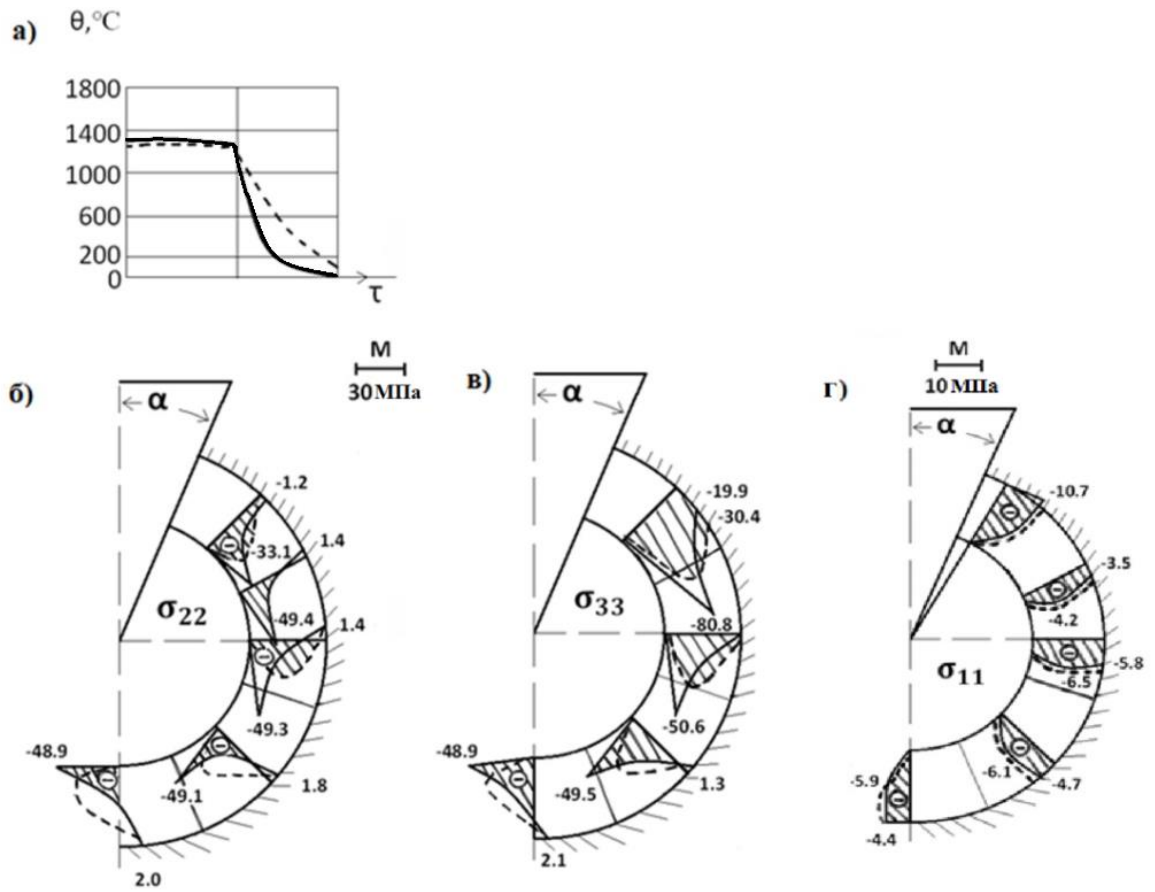


Рис. 6.9 Поле температур (а), эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (б),  $\sigma_{33}$  (в) и  $\sigma_{11}$  (г) в ОФ при  $\alpha = 30^\circ$  через время охлаждения отливки  $\tau = 1,12$  с (—) и  $\tau = 7,12$  с (- - -)

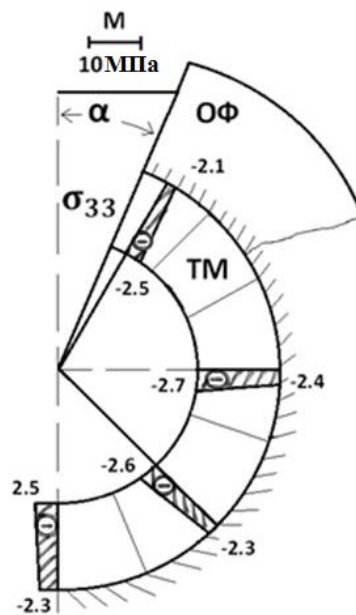


Рис. 6.10 Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{33}$  в образующейся корочке металла через время охлаждения отливки  $\tau = 7,12$  с;  $\alpha = 30^\circ$

Дальнейшее охлаждение показывает, что нормальные напряжения падают, а эпюры  $\sigma_{ii}$  при  $\tau = 32,12$  и  $52,12$  с близки друг к другу.

Касаясь вопроса влияния материала цилиндрической ОФ на её стойкость, то такие результаты были представлены в предыдущих работах авторов, где в данном случае наиболее опасными для возможного трещинообразования в ОФ являются растягивающие нормальные напряжения  $\sigma_{22}$  в наружном (внешнем) слое оболочки, контактирующем с опорным наполнителем.

Учет зависимости модуля сдвига в ОФ от температуры существенно влияет на напряженно-деформированное состояние в ОФ при охлаждении в ней стальной отливки. При принятых внешних воздействиях на процесс охлаждения металла в сферической ОФ, стойкость ее к разрушению в начальный момент заливки является проблематичной.

## **6.2 Моделирование напряженно-деформированное состояния и оптимизация угла охвата сферической оболочковой формы опорным наполнителем**

Ставится задача теоретического исследования установления влияния технологического фактора в виде величины охвата поверхности ОФ ОН на уровень НДС в ОФ, при которой сферическая ОФ не будет разрушаться от возникающих в ней температурных напряжений.

Рассмотрена модель поведения многослойной сферической ОФ под действием температурных напряжений, а также её напряженно-деформированное состояние в процессе заливки и охлаждения стальной шарообразной отливки.

Исходным исследованием показано, что характер НДС в сферической ОФ коренным образом отличается от НДС в цилиндрических ОФ [131].

На основе проведенных теоретических исследований, из которых следует, что при заливке сталью сферической ОФ, в стенке ОФ имеют место значительные сжимающие напряжения, особенно в первый момент заливки, которые могут привести к разрушению ОФ, а значит и к браку получаемой стальной отливки.

Схема технологического процесса формирования отливки в сферической ОФ приведена на рис.6.1, а.

Жидкий металл через заливочную чашу (литниковую воронку) заполняет сферическую ОФ, в которой он кристаллизуется путем отвода тепла от стенок ОФ через ОН.

При охлаждении стали в ОФ, вследствие большого температурного градиента, в стенке ОФ возникают температурные напряжения, которые при определённых внешних воздействиях, могут привести к её разрушению, а значит и к браку получаемой стальной отливки. Таким образом, задачей настоящего теоретического исследования является определение внешних факторов, при которых шарообразная ОФ не будет разрушаться от возникающих в ней температурных напряжений.

Более корректная постановка задачи за счет учета зависимости модуля сдвига в ОФ от температуры [91, 130] и моделирования величины заливочной воронки дало возможность регулировать уровень возникающих в ОФ больших сжимающих напряжений. При этом отмечается снижение уровня напряженного состояния в стенках ОФ, но в первые мгновения после заливки ОФ жидким металлом сжимающие напряжения на контакте ОФ с жидким металлом остаются довольно высокими.

В данном разделе ставится задача дальнейшего снижения больших сжимающих напряжений путем моделирования величиной охвата внешней поверхности сферической литейной формы ОН. На рис. 6.1 представлена расчетная схема такого процесса с учетом осевой симметрии.

Исследован также процесс при  $\alpha + \varphi = 180^\circ$ . Чтобы определить насколько эффективно изменение  $\varphi$  при  $\alpha = const$  была решена задача в следующей постановке.

Рассматривается четырехкомпонентная система (рис. 6.1) жидкий металл I – (ЖМ), твердый металл II – (ТМ), оболочковая форма III – (ОФ), опорный наполнитель IV – (ОН).

Рассматривается осесимметричное тело вращения. Деформируемый материал считается изотропным. Движение считается медленным.

Деформируемая среда затвердевший металл (область II) и форма (область III) – изотропные материалы.

Целевая функция, определяющая оптимальное значение угла  $\varphi$ , будет иметь вид:

$$F = \min |\sigma_{33}(\varphi)| \max |\sigma_{33}(\tau, Q)| \quad (6.12)$$

при ограничениях:

$$0 < \varphi < (180 - \alpha) \quad (6.13)$$

$$0 < \tau < \tau^*$$

$$|\sigma_{33}| < 50 \text{ МПа}$$

Здесь  $Q$  – область меридианного сечения ОФ.

Напряжение  $\sigma_{33}$  в целевой функции (6.12) принято как наиболее опасное по приведенным выше результатам расчета. Анализ нормальных напряжений  $\sigma_{11}$  и касательных напряжений в работе не рассматривается, так как их значения на порядок ниже значений  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$ .

Ограничение  $|\sigma_{33}| < 50 \text{ МПа}$  принято из справочного материала по пределу прочности на сжатие рядовой керамики  $\sigma_{\text{сж}} = 50 \div 60 \text{ МПа}$ , что значительно выше (по абсолютной величине), чем при растяжении. Зависимость предела прочности керамик от температуры при изгибе имеет интенсивно убывающий характер, особенно в интервале температур 400-1400°C (с 100 ÷ 140 МПа до 20 ÷ 50 МПа). Аналогичный характер зависимости  $\sigma_{\text{изг}}$  от температуры отмечается и у материалов для ОФ.

В процессе оптимизации решается задача определения НДС в рассматриваемой области  $Q$ .

Процесс – нестационарный. Используя линейную теорию упругости и Эйлерову систему координат, запишем для каждой области систему уравнений на временном шаге  $\Delta \tau_n$ :

Область I:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P_1; \quad P_1 = -\gamma h; \quad \dot{\theta} = a_1 \Delta \theta; \quad (6.14)$$

Области II, III:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3 \\ \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p \varepsilon_{ij}^*; \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \quad \varepsilon = \varepsilon_{ii}, \\ \varepsilon_{ii} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta - \theta_p^*); \quad \varepsilon_{ij} = 0, 5(U_{i,j} + U_{j,i}), \\ C_p \cdot \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \cdot \text{grad} \theta); \end{cases} \quad (6.15)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $\sigma$  – гидростатическое напряжение;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $h$  – высота столба жидкого металла;  $k_p(\theta)$  – коэффициент объемного сжатия;  $k_p = \frac{1-2\mu}{E}$ , где  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль Юнга;  $G_p(\theta)$  – модуль сдвига в среде области  $p$  ( $p = II, III$ );  $\alpha_p$  – коэффициент линейного расширения;  $a_1$  – коэффициент температуропроводности в области (I);  $\tau$  – время;  $\theta$  – температура;  $C_p$  – удельная теплоемкость в области ( $p$ );  $\gamma$  – удельный вес;  $\theta_p^*$  – начальная температура в области ( $p$ );  $\lambda = \lambda(\theta)$  – коэффициент теплопроводности;

Используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии, что температура металла  $\theta_m \leq \theta_k$  ( $\theta_k$  – температура кристаллизации) определяется толщиной затвердевшего слоя  $\Delta_i$  из решения уравнения межфазового перехода [130]:

Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$  – отсутствие твердой фазы металла;

$\theta_I^*|_{\tau=0} = \theta_m^*$  – температура разливаемого жидкого металла;

$\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$  – начальная температура формы;

Граничные условия осевой симметрии имеют вид:

$$U_3 = 0, \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0, \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, \frac{\partial u_i}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

На оси симметрии:

$$U_2 = 0, \sigma_{21} = 0, q_n = 0, \theta = \theta_m$$

На поверхностях  $S_1, S_3, S_4$

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -P; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; U_1|_{S'_3} = 0, \sigma_{21}|_{S_4} = 0, \sigma_{22}|_{S_4} = 0; \quad (6.16)$$

$$\sigma_{22}|_{S_4} = 0; \sigma_{11}|_{S''_3} = 0 \quad (6.17)$$

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi \frac{U_{ck}}{U^*} \tau_s \cos(n_1 x_1); \theta|_{S_3} = \theta^*;$$

где  $U_{ck}$  – скольжение материала формы относительно ОН (песка),  $U^*$  – нормирующее перемещение;  $\psi$  – параметр, характеризующий условия трения между формой и опорным наполнителем;  $\tau_s$  – условный предел текучести при сдвиге;  $q_n$  – тепловой поток.

Решения системы (6.14) осуществляется численным методом, описанным в работе [70].

При решении температурной задачи использовались граничные условия первого рода. Для определения  $\theta_m(\tau)$  и  $\theta^*(\tau)$  воспользуемся данными работы [76]:

$$\begin{aligned} \theta_m &= 1550 - 1,6666\tau - \tau(60 - \tau)/(10 + \tau^2) \\ \theta &\leq \tau \leq 60c, \\ \theta^* &= 20 + 17,3\sqrt{\tau} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Здесь  $\tau$  – время охлаждения (с).

Время  $\tau$  не превышает 60 с, т.к. при  $\tau \geq 60$  с напряжение в ОФ падают и не представляют опасности ее разрушению.

При вычислении  $G_\phi(\theta)$  воспользуемся формулами, полученными в работе [76]:

$$\begin{aligned} G_\phi &= 6412 - 6,37 * \theta; 300^\circ C < \theta < 1000^\circ C, \\ G_\phi &= 40, \theta \geq 1000, \\ G_\phi &= 4500; \theta < 300; G(\text{кг/мм}^2) \end{aligned} \quad (6.19)$$

Алгоритм решения задачи.

1. Время охлаждения  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов:  $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$ ,  $n$  – номер временного шага; задается матрица  $\|\varphi\|$ .

2. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей на конечное число элементов.

3. Вычисляются длины дуг элементов  $S_{ij}^k (i, k = 1, 2, 3; i \neq k; j = 1, 2)$ .
4. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующих рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов;
5. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta\tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы [70], при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.
6. Если температура в области (6.12) у поверхности  $S_2 (\theta|_{S_2} \leq \theta_k)$ , то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta n$  [128].
7. Решается система уравнений (6.14) с учетом разностных аналогов и разработанной методики, описанной в работе [130] с использованием программ [103, 106]. Определяются поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и перемещений  $U_i (i, j = 1, 2)$ .
8. На поверхности  $S_3$  производится оценка прилегания формы к ОН по каждому элементу: если  $\sigma_{11}|_{S_3} > 0 \Rightarrow \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0$  и переназначение граничных условий - выполняется операция 7.
9. По области Q анализируются ограничения (6.13) по  $\sigma_{33}$ . Если они выполняются, то из полученных значений напряжений  $\sigma_{33}$  выбирается наибольшее и запоминается в соответствии с данным временным шагом. Формируется матрица  $\|\sigma_{33}^*, \varphi\|$ .
10. Производится шаг по времени. По формулам (6.18) уточняются граничные условия решения температурной задачи. По формулам (6.19) определяется  $G_\phi$  по каждому элементу. Если  $\sum \Delta\tau_n < \tau^*$ , то выполняется операция п.5. Если  $\sum \Delta\tau_n > \tau^*$  - выполняется операция 11.
11. Из матрицы  $\|\varphi\|$  назначается новое значение  $\varphi_i$  и выполняется операция 5; если все значения  $\varphi_i$  из матрицы  $\|\varphi\|$  исчерпаны, то следует операция 12.
12. Из матрицы  $\|\sigma_{33}^*, \varphi\|$  находится  $\min \sigma_{33}(\|\sigma_{33}^*, \varphi\|)$ .

### **Результаты решения задачи.**

Геометрические параметры, разбиение области, физические свойства стали

и ОФ такие же, как в 6.1.4

Расчет по приведенному выше алгоритму с использованием комплекса программ [103, 106], показал следующие значения:

$$F = -32.1 \text{ МПа}; \varphi = 10^\circ; \tau = 0,1 \text{ с.}$$

Результат решения приведен на рис. 6.11 в виде эпюр по сечению рассматриваемой оболочки. Корочка затвердевшего металла ещё не успела сформироваться. Растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  значимы. При дальнейшем охлаждении ( $\tau = 3,65 \text{ с}$ ) результаты приведены на рис. 6.12. Видим, что сжимающие напряжения резко падают, растягивающие – растут, но, затем также падают.

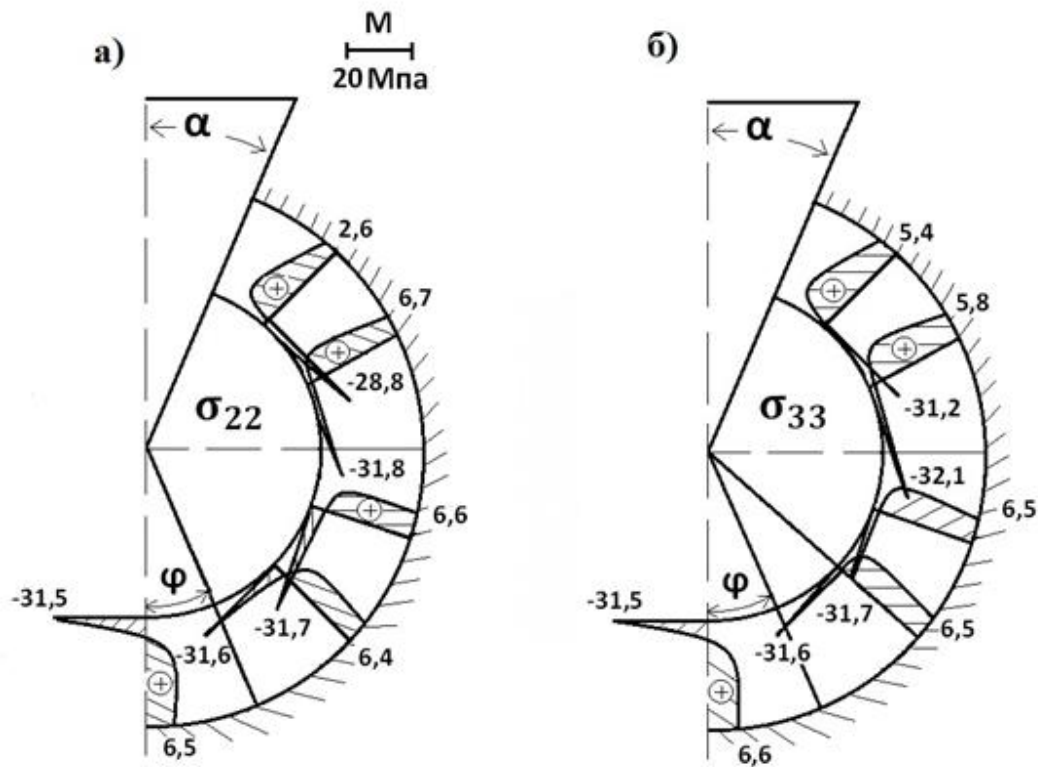


Рис. 6.11 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi = 10^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\tau = 0,1 \text{ с}$

Таким образом, наиболее опасными с точки зрения вероятности образования трещин в ОФ являются внутренние слои, прилегающие к облицовочному слою, контактирующему с жидким металлом в начальный момент заливки.

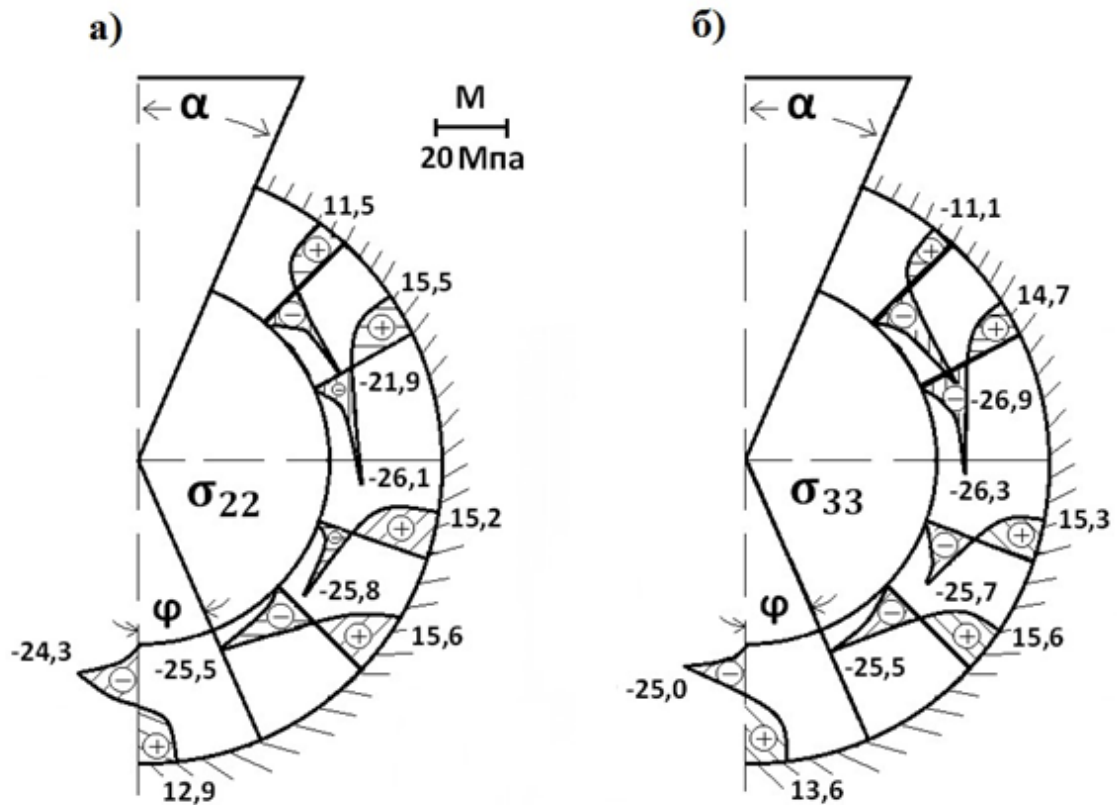


Рис. 6.12 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi = 10^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\tau = 3,65$  с

При дальнейшем охлаждении затвердевающей отливки отмечается выравнивание величин напряжений по толщине оболочки, но они уже практически не оказывают влияние на рост НДС, а значит и вероятность разрушения ОФ.

При анализе полученного решения были сделаны расчеты и при других значениях  $\varphi(45^\circ, 90^\circ, 100^\circ)$ . Результаты показывают, что по требуемым технологическим параметрам процесса поверхность  $S_3$  может быть максимально закрыта ОН на угол  $\varphi = 90^\circ$ , так как максимальное значение  $|\sigma_{33}|$  мало отличается от полученного значения по целевой функции.

Таким образом, новизной настоящей работы является как постановка задачи по определению оптимальной величины охвата ОН поверхности ОФ, так и значения напряжений в ОФ в условиях целевой функции min-max, а также алгоритм решения.

### **6.3 Оценка результатов численного моделирования трещиностойкости цилиндрических и сферических оболочковых форм**

Стойкость к трещиностойкость ОФ оценивается по их НДС, возникающему в форме при её заливке жидким металлом, и последующему охлаждению и кристаллизации в ней получаемой отливки.

Расчетная схема с учетом осевой симметрии процесса математического моделирования НДС ОФ, заформованной в опорный наполнитель (ОН) в виде цилиндра (стояка) со сферической донной частью (зумпфом) приведена на рис. 2.1.

Расчетная схема с осевой симметрией моделирования процесса трещиностойкости керамической ОФ при формировании в ней стальной отливки в виде шара приведена на рис. 1.3, в.

Вызывает как научный, так и практический интерес сравнение показателей трещиностойкости керамической ОФ при затвердевании в ней цилиндрических и шарообразных стальных отливок.

При решении такой задачи по расчету НДС ОФ для цилиндрической и шарообразной отливок использовался апробированный численный метод, описанный в работе [70], согласно которому исследуемую область разбивают на конечное число ортогональных элементов. Для каждого элемента записывается и решается с учетом начальных и граничных условий сформулированная система уравнений, которая решается по разработанной в работе [70] методике и составленному алгоритму. В результате решения получены величины напряжений и перемещений по граням каждого элемента и средняя температура по каждому элементу на временном шаге охлаждения.

Построение математической модели для отливки «шар» подобна построению математической модели для отливки «цилиндр». Отличие состоит только в геометрии отливок и граничных условиях задачи.

Сравнение результатов НДС ОФ для цилиндрических и шарообразных отливок проводилось для приблизительно одинаковых технологических условий формирования отливок.

В расчетах для отливки «цилиндр» приняты следующие геометрические параметры ОФ:  $T = 5$  мм;  $H = 50$  мм  $R = 20$  мм; а для отливки «шар»:  $T = 5$  мм;  $R_1 = 20$  мм. Задавались следующие временные интервалы в секундах ( $\Delta\tau_n$ ): 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 2; 5,10; 8; 3; 5; 10; 15; 20 с. («цилиндр») и 0,1; 1,0; 2,0; 4,0; 5,0; 5,0; 5,0; 10,0; 1,0; 2,0; 5,0; 1,0; 1,0; 3,0; 3,0; 5,0; 10,0; 10 с. («шар»).

Для цилиндрических ОФ наибольшие значения в их сечении имеют напряжения  $\sigma_{22}$ . Напряжения  $\sigma_{11}$  почти на порядок меньше, чем  $\sigma_{22}$ . Напряжения  $\sigma_{33}$  на 5-10% меньше по величине, чем  $\sigma_{22}$  и также изменяются во времени и по толщине ОФ.

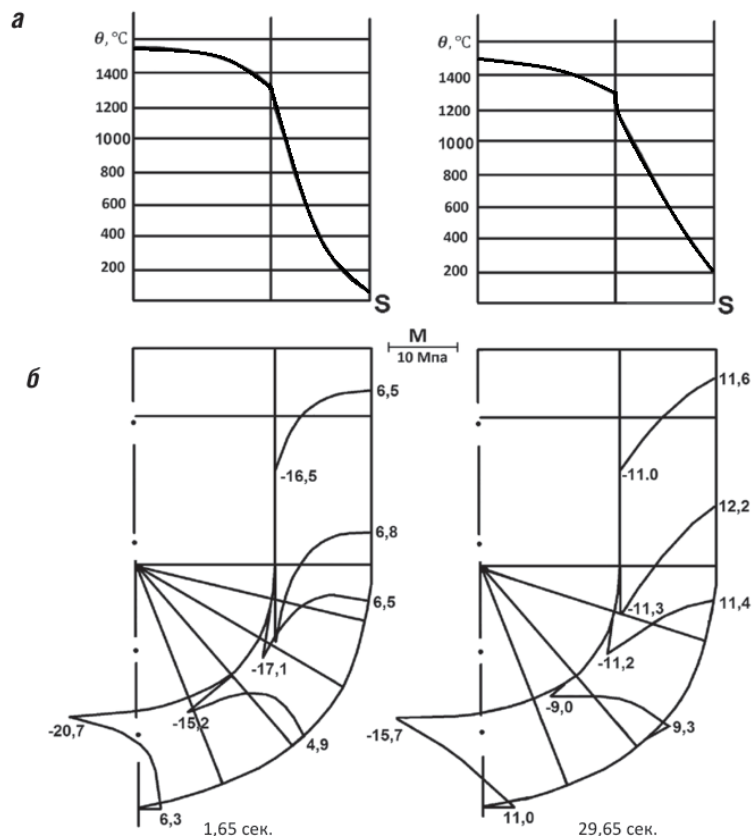


Рис. 6.13 Распределение температуры (а) и эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  (б) по толщине ОФ со схемой, а в разных сечениях и в динамике ее охлаждения после заливки сталью в холодную форму при  $\tau_{охл} = 1,65$  с и  $\tau_{охл} = 29,65$  с

Заливка стали в цилиндрическую холодную ОФ принята из соображения, что это – самый «жесткий» вариант. Если ОФ при такой заливке не разрушится, то и в других случаях заливки (горячая ОФ, заливка Al-сплава) она гарантированно не будет разрушаться.

На рис. 6.13 приведены графики температур (а) и эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  по сечениям ОФ (б) в двух временных интервалах:  $\tau = 1,65$  с,  $\tau = 29,65$  с. Второе значение времени  $\tau = 29,65$  с выбрано из условия, что при большем времени  $\tau$  значения  $\sigma_{22}$  по сечению ОФ будут уменьшаться. Сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  имеют наибольшие значения в начальный момент во внутреннем слое ОФ, соприкасающимся с жидким металлом. Растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  достигают наибольшей величины при  $\tau = 29,65$  с в сечении стыка сферической и цилиндрической частей ОФ.

На рис. 6.14 приведены эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{33}$  (в) в ОФ при времени охлаждения отливки  $\tau = 1.12$  с (—) и  $\tau = 7.12$  с (----).

Анализ НДС в сферической ОФ при затвердевании в ней стальной отливки установлено, что наиболее опасными для трещинообразования являются сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  на поверхности облицовочного слоя ОФ, контактирующего с жидким металлом в начальный момент заливки и охлаждения, которые могут превосходить даже предел прочности керамики при сжатии.

Их величина значительно больше (по модулю) чем величины напряжений на поверхности наружного (внешнего) слоя ОФ.

Работой [132] показано, что в первый момент времени после заливки жидкого металла в сферическую ОФ растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  минимальны, а сжимающие напряжения максимальны.

При дальнейшем охлаждении величина сжимающих напряжений резко падает, а растягивающих сначала растет, а затем тоже падает. Величину охвата ОФ опорным наполнителем рекомендуется принять  $\varphi = 90^\circ$ , что обеспечивает снижение или сохранение НДС ОФ на доступном уровне без её разрушения.

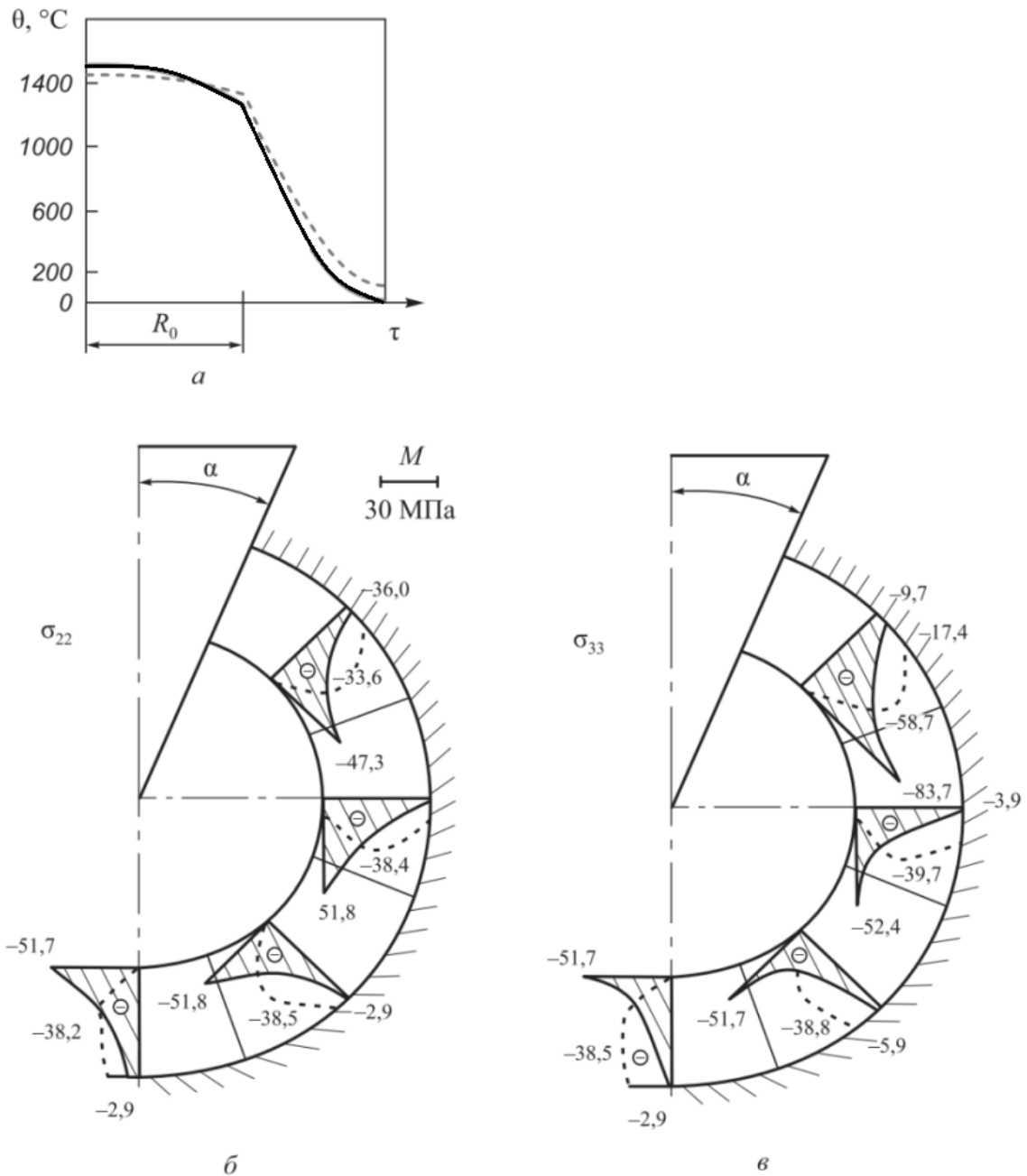


Рис. 6.14 Поле температур (а), эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{33}$  (в) в ОФ при  $\alpha = 10^\circ$  и времени охлаждения отливки 1,12 с (—) и 7,12 с (----)

На рис. 6.15 представлены поля нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) при времени охлаждения отливки  $\tau = 0,1$  с,  $\varphi = 10^\circ$  и  $\alpha = 30^\circ$ . Корочка затвердевшего металла ещё не успела сформироваться. Растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  значимы.

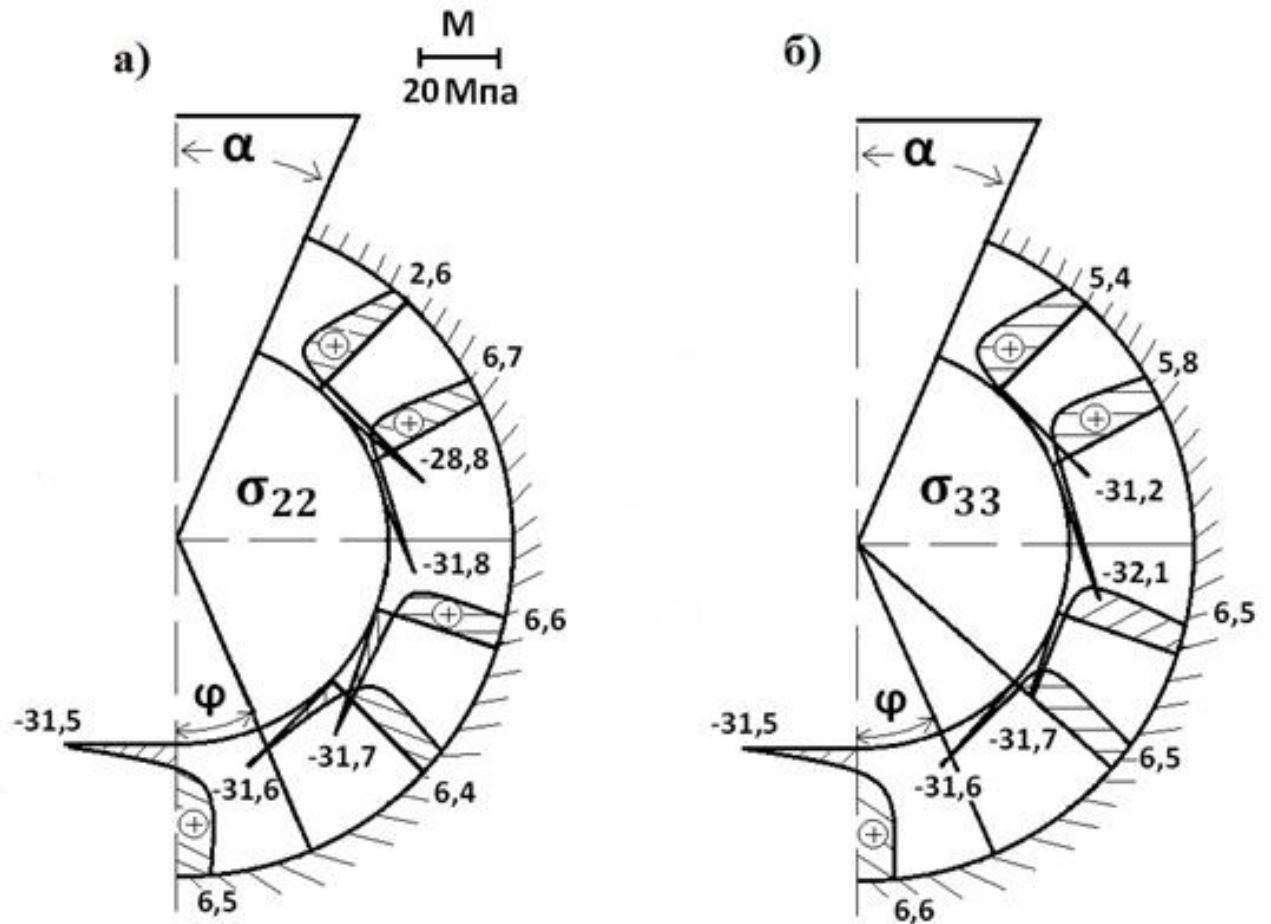


Рис. 6.15 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi = 10^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\tau = 0,1$  с

На рис. 6.16 приведены результаты решения при времени охлаждения отливки  $\tau = 3,65$  с. Видим, что сжимающие напряжения резко падают, растягивающие же растут, а затем также падают. Таким образом, наиболее опасными с точки зрения вероятности образования трещин в ОФ являются внутренние слои, прилегающие к облицовочному слою, контактирующего в начальный момент заливки с жидким металлом. При дальнейшем охлаждении затвердевающей отливки происходит выравнивание величин напряжений по толщине оболочки, но они уже не оказывают влияния на рост НДС, а значит и вероятность разрушения ОФ.

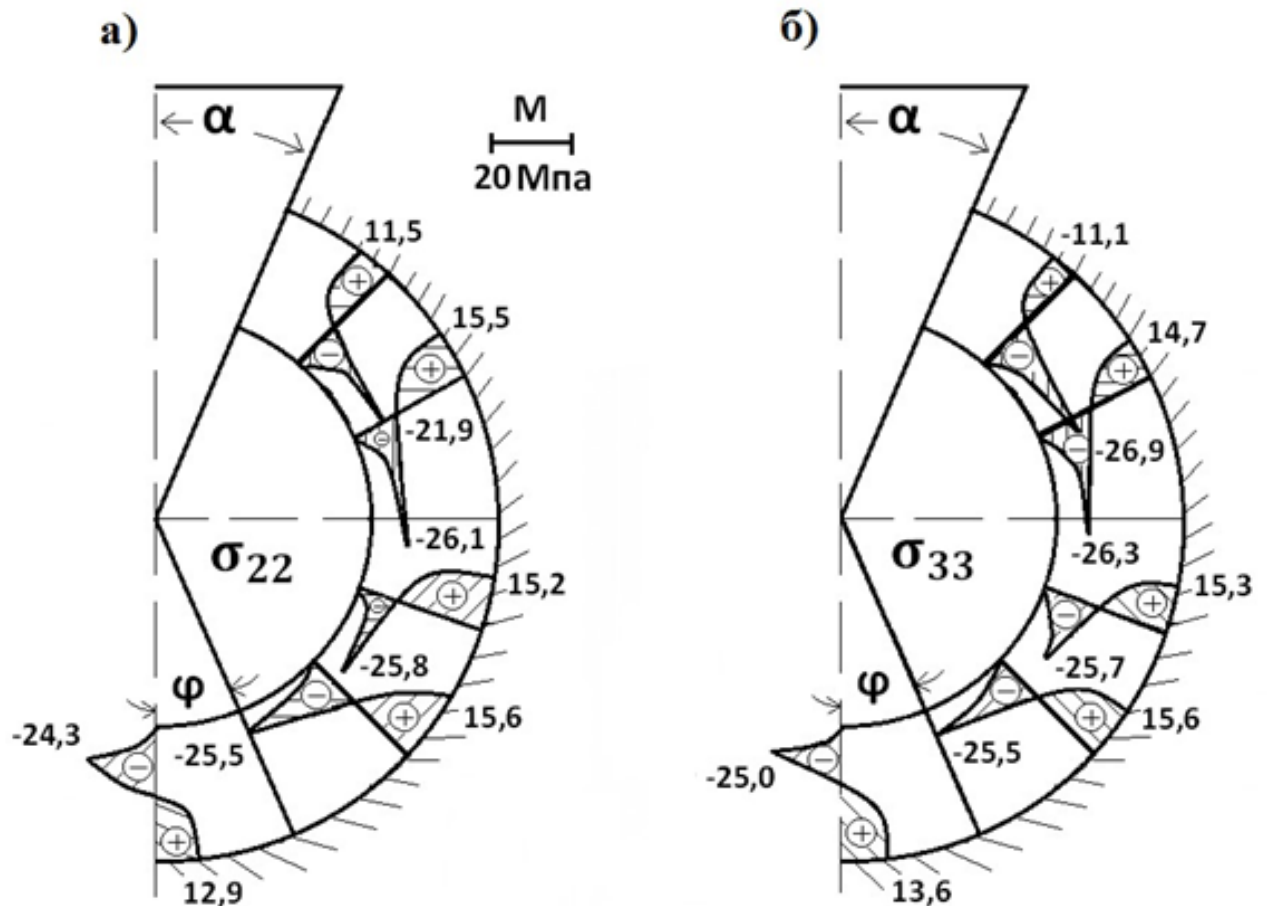


Рис. 6.16 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  (а) и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi = 10^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  
 $\tau = 3,65$  с

Расчеты при других значениях  $\varphi$  ( $45^\circ, 90^\circ, 100^\circ$ ) показали, что наиболее оптимальным с технологической точки зрения является угол  $\varphi = 90^\circ$  при котором максимальные значения  $|\sigma_{33}|$  мало отличаются от контрольного расчетного значения напряжения по целевой функции.

#### 6.4 Новые технологические решения по управлению трещиностойкостью сферической оболочковой формы

Известно, что при изготовлении сферических отливок литьем по выплавляемым моделям наиболее опасными для трещинообразования в

облицовочном слое сферической оболочковой формы при заливке стали являются нормальные сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  [131].

В целях повышения трещиностойкости таких ОФ при заливке жидкого металла и начале охлаждения затвердевающей отливки разработано новое технологическое решение [133].

При заливке сферической оболочковой формы жидким металлом облицовочный слой формы подвергается значительным сжимающим напряжениям, которые возникают вследствие невозможности расшириться (увеличиться в объеме) от термического удара. Особенно это проявляется в форме сферической конфигурации (замкнутость внутренней оболочки).

Круговые выточки в облицовочном и прилегающих к нему слоях на стояке оболочки играют роль температурных швов. Поверхностный слой металла имеет возможность расширится в полость выточек и, тем самым, снять пиковую температурную нагрузку с поверхностного слоя.

В случае затекания разливаемого металла в углубление выточек происходит тот же эффект. Затекший в выточки жидкий металл быстро кристаллизуется, уменьшаясь в объеме, и образуя пространство для расширения поверхностного слоя формы. Величина выточки зависит от геометрических размеров формы и получаемой отливки и определяется расчетным путем.

Другим новым технологическим решением по подготовке к прокаливанию и заливке жидким металлом сферической ОФ является решение по патенту [134].

Недостатком известного способа является высокая вероятность образования трещин в оболочковой форме из-за высокого градиента перепада температур по сечению оболочковой формы от внешнего температурного воздействия при прокаливании и заливке металлом.

Задачей решения является снижение вероятности образования трещин в многослойной керамической оболочковой форме для изготовления металлических сферических отливок по выплавляемым моделям и возможного разрушения при прокаливании и заливке металлом из-за высоких значений появляющихся

температурных напряжений, особенно в первые моменты времени при контакте жидкого металла и внутренней поверхности оболочки.

Поставленная задача решается благодаря тому, что в способе подготовки к прокаливанию и заливке металлом многослойной керамической оболочковой формы для изготовления металлических сферических отливок по выплавляемым моделям, включающим обсыпку оболочковой формы опорным наполнителем, предусмотрены следующие отличия: оболочковую форму обсыпают опорным наполнителем так, что уровень обсыпки наполнителя устанавливают между нижней кромкой нижнего яруса отливок оболочковой формы и его горизонтальной осью симметрии.

Расчетом установлено, что оптимальный уровень обсыпки для многослойной керамической оболочковой формы для изготовления металлических сферических отливок по выплавляемым моделям не должен превышать горизонтальную ось симметрии первого яруса сферической отливки, поскольку температурные напряжения, возникающие в керамике (оболочковой формы) после заливки металла, имеют высокие значения на поверхности сопряжения формы с опорным наполнителем. Для уменьшения значений температурных напряжений в первые секунды заливки следует уменьшить поверхность контакта обсыпного материала и оболочковой формы.

Обсыпка сферической керамической оболочковой формы опорным наполнителем так, что уровень обсыпки наполнителя устанавливают между нижней кромкой нижнего яруса отливок оболочковой формы и его горизонтальной осью симметрии обеспечивает снижение температурных напряжений до рабочего уровня.

## **Выводы**

1. Разработана математическая модель по определению НДС и температуры в ОФ при охлаждении в ней сферической отливки, с использованием которой

проведено численное решение задачи по моделированию трещиностойкости сферической ОФ.

2. Осуществлено более корректное решение задачи с учетом изменения модуля сдвига материала формы от температуры, что существенно отразилось на результатах решения. Анализ НДС в ОФ сферической формы при заливке в нее стальной отливки показал, что опасными являются сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  на поверхности соприкосновения ОФ с жидким металлом в начальный момент охлаждения. Значительные сжимающие напряжения  $\sigma_{11}$  (до 10 МПа) на поверхности соприкосновения ОФ с ОН указывают на возможность и необходимость дальнейшего теоретического исследования данного процесса посредством моделирования величины поверхности охвата ОН сферической ОФ.

3. Поставлена и решена задача по установлению влияния величины охвата сферической ОФ опорным наполнителем на ее стойкость в процессе охлаждения в ней затвердевающей стальной отливки.

Установлен характер распределения возникающих напряжений по толщине ОФ и возможные места образований в ней трещин в процессе затвердевания и охлаждения формирующейся шарообразной отливки

Показано, что в первый момент времени после заливки жидкого металла растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  минимальны, а сжимающие напряжения максимальны. При дальнейшем охлаждении величина сжимающих напряжений резко падает, а растягивающих сначала растет, а затем тоже падает.

Величину охвата ОФ опорным наполнителем рекомендуется принять при  $\varphi = 90^\circ$ , что обеспечивает снижение или сохранение НДС ОФ на допустимом уровне без ее разрушения.

4. Сравнение результатов численного моделирования показало, что для цилиндрической ОФ наиболее опасными с точки зрения её трещиностойкости на этапе затвердевания стальной отливки являются нормальные растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ , а для сферической ОФ – нормальные сжимающие напряжения  $\sigma_{33}$ , увеличивающиеся от донной части к литниковой воронке.

Для сферической ОФ уменьшение угла её охвата  $\varphi$  опорным наполнителем обеспечивает снижение уровня НДС в ней, в то время как для цилиндрической ОФ такого не установлено. Оптимальное значение  $\varphi=90^\circ$  для сферической ОФ.

5. Полученные результаты позволили разработать новые технологические решения по снижению НДС сферических ОФ, новизна которых подтверждена патентами на изобретения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Поставлены и решены краевые задачи теории температурных напряжений в цилиндрических и сферических оболочковых формах при температурных и силовых воздействиях, моделирующие процессы затвердевания и остывания в них стальных отливок, учитывающие особенности механических свойств материалов деформируемых оболочек, их макро и микроструктуры, геометрию отливок.

2. Разработаны алгоритмы и программы расчетов изменяющихся температурных напряжений в цилиндрических и сферических оболочковых формах в процессе консолидации металла и остывания отливок, в том числе зарегистрированный программный комплекс.

3. Установлены взаимосвязи напряженных состояний оболочковых форм с внешним воздействием на них опорных наполнителей.

4. Выявлены виды напряжений в оболочковых формах, оказывающих решающее влияние на их трещиностойкость при формировании в них цилиндрических и сферических стальных отливок.

5. Предложены новые технологические решения по формообразованию цилиндрических и сферических оболочковых форм, позволяющие понизить уровень возникающих в них температурных напряжений, новизна которых подтверждена полученными патентами на изобретения.

### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.**

В продолжении данной работы возможно расширение полученных результатов и рекомендаций по структурному состоянию оболочек, внешнему силовому влиянию и их напряженного состояния на другие функциональные оболочки и оболочковые конструкции в машиностроении, авиастроении и других областях.

В дальнейшем предложенные методы возможно развивать с целью учета дополнительных эффектов, возникающих при деформировании исследуемых оболочек и моделирования механизмов их разрушения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов, В.Н. Литье по выплавляемым моделям / В.Н. Иванов, С.А. Казенков, Б.С. Курчман и др. под общ. Ред. Я.И. Шкленника, В.А. Озерова. – 3 изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение. – 1984. – 408 с.
2. Рыжков, И.В. Электрофорез в литейном производстве. Изготовление оболочковых форм по выплавляемым моделям. Харьков: Вища школа. – 1979. – 159 с.
3. Репях, С.И. Технологические основы литья по выплавляемым моделям. – Днепропетровск: Лира. – 2006. – 1056 с.
4. Евстигнеев, А.И. Специальные технологии литейного производства: учеб. Пособие Ч.2 / под общ. Ред. А.И. Евстигнеева, Е.А. Чернышова. – М. : Машиностроение. – 2012. – 436 с.
5. Евстигнеев, А.И. Развитие исследований напряженно-деформированного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинокоев, Е.П. Иванкова, В.В. Петров, Г.И., Усанов // Литейное производство. – 2021. - №5. – С. 16-20.
6. Wei-Hao Lee, Yi-Fong Wu, Yung-Chin Ding, Ta-Wui Cheng Fabrication of Ceramic Moulds Using Recycled Shell Powder and Sand with Geopolymer Technology in Investment Casting // Applied Sciences . 2020, 10, 4577; doi:10.3390/app10134577.
7. C. A. Jones, M. R. Jolly, A. E. W. Jarfors, M. Irwin An Experimental Characterization of Thermophysical Properties of a Porous Ceramic Shell Used in the Investment Casting Process // TMS 2020 149th Annual Meeting & Exhibition Supplemental Proceedings pp 1095-1105 DOI: 10.1007/978-3-030-36296-6\_102.
8. C A Jones, M R Jolly, A E W Jarfors, M Irwin, R Svenningsson, J Steggo, J Eriksson A verification of thermophysical properties of a porous ceramic investment casting mould using commercial computational fluid dynamics software // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 861 (2020) 012036 IOP Publishing DOI:10.1088/1757-899X/861/1/012036.

9. A. Soroczyński , R. Haratym , R. Biernacki The Role of Recycled Ce-ramic Material Obtained from the Ceramic Layered Moulds Used in the Investment Casting // Archives of Foundry Engineering; 2019; vol. 19; No 1; 71-74 DOI: 10.24425/afe.2018.125194.
10. Y.Venkat, K.R.Choudary, D.K.Das, A.K.Pandey, SarabjitSingh Ceramic shell moulds for investment casting of low-pressure turbine rotor blisk // Ceramics International Volume 47, Issue 4, 2021, pp 5663-5670.
11. S. N. Bansode, V. M. Phalle, S. S. Mantha Influence of Slurry Composi-tion on Mould Properties and Shrinkage of Investment Casting // Trans Indian Inst Met (2020) 73(3):763–773 <https://doi.org/10.1007/s12666-020-01872-5>.
12. Vishal N. Kaila, Indravadan B. Dave The influence of coating sand ma-terials on shell mold properties of Investment casting process // Materials Today: Proceedings Volume 43, Part 2, 2021, Pages 800-804.
13. Патент Германии ДЕ68902291 Д1, В22Д 9/02.
14. Kulikov G.M. Influence of anisotropy on the stress state of multilayer reinforced shells // Soviet Applied Mechanics. 1987. Vol. 22. No. 12. P. 1166-1170.
15. Zveryaev E.M., Berlinov M.V., Berlinova M.N. The integralmethod of definition of basic tension condition anisotropic shell //Int. Journal of Applied En-gineering Research. 2016. Vol. 11. No. 8.P. 5811 -5816.
16. Maximyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Stress state of flex-ible composite shells with reinforced holes // Int. Applied Mechanics. 2014. Vol. 50. No. 5. P. 558 - 565.
17. Vetrov O.S., Shevchenko V.P. Study of the stress-strain state of ortho-tropic shells under the action of dynamical impulse loads// Journal of Mathematical Sciences. 2012. Vol. 183. No. 2. P. 231 -240.
18. Vasilenko A.T., Urusova G.P. The stress state of anisotropic conic shells with thickness varying in two directions // Int. Applied Mechanics. 2000. Vol. 35. N o. ^ . P. 631 - 638.

19. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Two-dimensional linear model of elastic shell accounting for general anisotropy of material // *Acta Mechanica*. 2014. Vol.~225.No. 3. P. 647-661.
20. Grigorenko Y.M., Vasilenko A.T, Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement // *Mechanics of Composite Materials*. 1985. Vol. 20. No. 4. P. 468-474.
21. Vasilenko A.T., Sudavtsova G.K. The stress state of stiffened shallow orthotropic shells // *International Applied Mechanics*. 2001. Vol. 37.No. 2. P. 251 -262.
22. Nemish Yu.N., Zirka A.I., Chernopiskii D.I. Theoretical and experimental investigations of the stress-strain state of nonthin cylindrical shells with rectangular holes // *Int. Applied Mechanics*. 2000. Vol. 36. No. 12. P. 1620 – 1625.
23. Rogacheva N.N. The effect of surface stresses on the stress-strain state of shells // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016. Vol. 80. No. 2. P. 173-181.
24. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the stress state of shells penetrating into a deformable solid // *Mechanics of Solids*.2015. Vol. 50. No. 6. P. 698 - 703.
25. Krasovsky V.L., Lykhachova O.V., Bessmertnyi Ya.O. Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. - In: *Proc. of the 11th Int. Conference «Shell Structures: Theory and Applications»*. 2018. Vol. 4. P. 251 -254.
26. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Kharenko S.B. Elastoplastic deformation of conical shells with two circular holes // *Int. Applied Mechanics*. 2012. Vol. 48. No. 3. P. 343 - 348.
27. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T.F., Tiekolo D. Analysis of stress-strain state of multi-wave shell on parabolic trapezoidal plan // *Advanced Structured Materials*. 2020. Vol. 113. P. 257-262.
28. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical algorithm for investigating the stress-strain state of cylindrical shells of railway tanks // *Vestnik of the St. Petersburg university: Mathematics*. 2019. Vol. 52. No. 2. P. 207-213.

29. Meish V.F., Maiborodina N.V. Stress state of discretely stiffened ellip-soidal shells under a nonstationary normal load // Int. Applied Mechanics. 2018. Vol. 54. No. 6. P. 675 - 686.

30. Marchuk A.V., Gnidash S.V. Analysis of the effect of local loads on thick-walled cylindrical shells with different boundary conditions // Int. Applied Mechanics. 2016. Vol. 52. No. 4. P. 368 - 377.

31. Grigorenko Y.M., Vasilenko A.T, Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement // Mechanics of Composite Materials. 1985. Vol. 20. No. 4. p. 468-474.

32. Евстигнеев, А.И. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям: моногр. / А.И. Евстигнеев, В.И. Одинокоев, В.В. Петров, Э.А. Дмитриев. – Владивосток: Дальнаука. – 2009. – 140 с.

33. Сапченко, И.Г. Структура и свойства пористых оболочковых форм в литье по выплавляемым моделям. – Владивосток: Дальнаука, 2003. – 162 с.

34. Сапченко, И.Г. Напряженно-деформированное состояние оболочковых форм в литье по выплавляемым моделям/ И.Г. Сапченко, С.А. Некрасов, С.Г. Жилин, М.В. Штерн // Комсомольск-на-Амуре: ИМиМ ДВО РАН. – 2005. – 156 с.

35. Нечитайлов, Г.И. Исследование применения кремнезоля в качестве связующего для керамических оболочковых форм / Г.И. Нечитайлов, Н.Ф. Васильева, М.С. Власова, В.С. Кучеренко //Литейное производство. – 1988. – №11. – С.15-17.

36. Чулкова, А.Д. Использование кремнезоля для изготовления форм по выплавляемым моделям / А.Д. Чулкова, Н.А. Шабанова, Ю.И. Растегин, В.И. Иванов // Литейное производство. – 1981. – №11. – С. 16-17.

37. Шипулин, Н.В. Упрочнение литейной формы при литье по выплавляемым моделям / Н.В. Шипулин // Литейное производство. – 1969. – №12. – С. 32-33.

38. Руденко, А.А. Применение пористых огнеупорных материалов в оболочковых формах, полученных по выплавляемым моделям / А.А. Руденко, В.А. Рыбкин // Литейное производство. – 1979. – №2. – С. 18-20.

39. Моисеев, С.Т. Пористые огнеупористые материалы в литье по выплавляемым моделям / С.Т. Моисеев, Г.М. Юй и др. // Технология производства, научная организация труда и управления. 1979. №4 С. 1-2.

40. Сапченко, И.Г. Теория и практика формирования пористых структур в литье по выплавляемым моделям // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. докт. техн. Наук. – Комсомольск-на-Амуре, 2011. – 32 с.

41. Евстигнеев, А.И. Совершенствование технологических процессов формообразования керамических форм / А.И. Евстигнеев, Г.И. Тимофеев, И.Г. Сапченко и др. // Хабаровск. – 1989. – 48 с.

42. Евстигнеев, А.И. Барботажная технология и установки приготовления связующих растворов и суспензий для литья по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, Г.И. Тимофеев, И.Г. Сапченко // Владивосток: Изд-во Дальневосточного университета. –1988. – 112 с.

43. Евстигнеев, А.И. Проектирование и расчет пневмоустановок для приготовления связующих и суспензий / А.И. Евстигнеев, Г.И. Тимофеев, И.Г. Сапченко // Литейное производство. – 1985. – №9. – С. 22-23.

44. Евстигнеев, А.И. Некоторые направления и предпосылки проектирования барботажных перемешивающих аппаратов / А.И. Евстигнеев, Е.А. Чернышов, И.Г. Сапченко // Повышение качества и эффективности литья по выплавляемым моделям. М.; МДНТП. – 1986. – С. 99-106.

45. А.с. 1196100 СССР. В 22 С 5/04. Способ приготовления суспензии и установка для его осуществления / Б.И. Уваров, Е.А. Чернышов и др. №3750756/22-02. Заявл. 05.06.84. Оpubл. 1985. Бюл. № 45.

46. Евстигнеев А.И., Чернышов Е.А. Установки приготовления связующих растворов и суспензий для керамических оболочковых форм // Литейное производство. – 1984. – №5. – С.20.

47. Евстигнеев, А.И. Основные процессы и аппараты приготовления связующих растворов и суспензий в точном литье по постоянным и удаляемым моделям / А.И. Евстигнеев, И.Г. Сапченко // Повышение эффективности литейных процессов и качества отливок. Хабаровск: КНАПИ, 1986. – С. 115-130.

48. Евстигнеев, А.И. Модель технологического процесса и установок приготовления связующих растворов и суспензий / А.И. Евстигнеев, В.В. Васин, В.В. Черномас и др. // Управление строением отливок и слитков. Горький. – 1989. – С. 95-101.

49. Иванкова, Е.П. Моделирование стойкости оболочковой формы по выплавляемым моделям к трещинообразованию при охлаждении в ней отливки / Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре. – 2022. – 24 с.

50. Юсипов, Р.Ф. Стенд для контроля деформаций керамических оболочковых форм / Р. Ф. Юсипов, В.А. Рыбкин, Ю.А. Степанов // Литейное производство. – 1981. - №5. – С. 32-33.

51. Голенков, Ю.В. Силовое взаимодействие опорного материала с оболочковой формой при литье по выплавляемым моделям / Ю.В. Голенков, В.А. Рыбкин, Р. Ф. Юсипов // Литейное производство. – 1988. – №2. – С. 14-15.

52. Юсипов, Р.Ф. Легкоразрушаемые формы для тонкостенных отливок из алюминиевых сплавов по выплавляемым моделям / Р. Ф. Юсипов, В.А. Рыбкин, Ю.А. Степанов // Литейное производство. – 1981. – №8. – С. 32-33.

53. Калоеров, С.А. Термонапряженное состояние анизотропной пластинки с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, Ю.С. Антонов // Прикладная механика. – 2005. – Т.41. – №9. – С. 127-136.

54. Калоеров, С.А. Термонапряженное состояние анизотропной пластинки с отверстиями и трещинами при действии линейного потока тепла и температуры на контурах / С.А. Калоеров, Ю.С. Антонов // Теоретическая и прикладная механика. – 2005. – Вып. 40. – С. 102-116.

55. Карташов, Э.М. Динамическая термоупругость и проблемы термического удара / Э.М. Карташов, В.З. Партон // Итоги науки и техники, серия

«Механика деформируемого твердого тела». – М.: ВИНТИ, 1991. – Т. 22. – 127 с.

56. Карташов, Э.М. Проблема теплового удара для области с движущимися границами в моделях динамической термоупругости / Э.М. Карташов, А.Г. Рубин // Математическое моделирование. – 1995. – Т. 7. - №10. – С. 3-11.

57. Кушнир, Р.М. Задача термоупругости для ортотропной цилиндрической оболочки с поперечной сквозной трещиной/ Р.М. Кушнир, А.М. Николишин, В.А. Осадчук // Теоретическая и прикладная механика. – 2003. – Вып. 37. – С. 109-113.

58. Мелешко, В.В. Метод суперпозиции в задачах о тепловых напряжениях в прямоугольных пластинах / В.В. Мелешко // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41. – №9. – С. 101-117.

59. Фильштинский, Л.А. Двумерные фундаментальные решения в связанной задаче термоупругости / Л.А. Фильштинский, Ю.В. Сиренко // Теоретическая и прикладная механика. – 2003. – Вып. 37. – С. 157-161.

60. Червинко, О.П. Расчет параметров тепловой неустойчивости слоистой призмы / О.П. Червинко, И.К. Сенченков, Е.В. Доля // Теоретическая и прикладная механика. – 2005. – Вып. 40. – С. 63-67.

61. Тихомиров М.Д. Современный уровень теории литейных процессов / М.Д. Тихомиров, А.А. Абрамов, В.П. Кузнецов // Литейное производство. – 1993. – №9. – С. 3-5.

62. Sahm P.R., Hansen P.N. Numerical Simulation and Modelling of Casting and Solidification Process for Foundry and Cast-House. International Commitee of Foundry Technical Assotiations,. – 1984. – P. 253.

63. Кузнецов, В.П. Компьютеризация и автоматизация процесса проектирования отливок и изготовление оснастки // В.П. Кузнецов, А.А. Абрамов, М.Д. Тихомиров, Д.Х. Сабиров / Литейное производство. – 1997. – №4. – С. 45-47.

64. Estrin L. Adeeper look at casting solidification software. Modern Casting, GIFA 94. – June, 1994.

65. Тихомиров, М. Д. Модели литейных процессов САМ ЛП «Полигон»: Сборник научных трудов ЦНИИМ. Литейные материалы, технология, оборудование. Вып.1. С.-Петербург. – 1995. – С. 21-26.
66. Неуструев, А.А. Теория формирования отливок и САПР ТП литья / А.А. Неуструев, В.С. Моисеев // Литейное производство. – 1997. – №11. – С. 9-11.
67. Сегерлинг, Дж.И. Применение метода конечных элементов. / Дж.И. Сегерлинг, перев. с англ. – М: Мир. – 1979. – 392 с.
68. Одинокоев, В.И. О конечно-разностном представлении дифференциальных соотношений теории пластичности // Прикладная механика. – 1985. – Т.21. - №1. – С. 97-102.
69. Одинокоев, В.И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом. – Владивосток : Дальнаука. 1995. – 185 с.
70. Одинокоев, В.И. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокоев, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.А. Баков. – М. : Наука. – 2008. – 776 с.
71. Аласкаров, Нофал Иса оглы. Исследование структуры и свойств оболочковых форм по выплавляемым моделям при их прокаливании, заливке расплавом и кристаллизации отливок // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре, 1997. – 18 с.
72. Салина, М.В. Комплексное исследование влияния вакуумирования на размерно-геометрическую точность и физико-механические свойства моделей и оболочковых форм с целью получения качественных точных отливок в литье по выплавляемым моделям // Автореф. дисс. На соиск. Уч. степ. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2005. – 24 с.
73. Петров, В.В. Теоретические и технологические основы управления свойствами моделей и форм в литье по удаляемым моделям для получения качественных отливок // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. докт. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре, 2002. – 44 с.
74. Севастьянов, Г.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния при заливке и затвердевании металла в керамической оболочковой

форме // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. физ-мат. наук. – Владивосток, 2011. – 16 с.

75. Дмитриев, Э.А. Исследование, разработка и внедрение в производство литейных формовочных смесей на основе комплексных неорганических связующих с целью повышения их технологических свойств // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. докт. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре, 2009. – 36 с.

76. Одинокоев, В.И. Математическое моделирование процессов получения отливок в керамические оболочковые формы / В.И. Одинокоев, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, А.В. Свиридов. – М. : Инновационное машиностроение. 2020. – 224 с.

77. Евстигнеев, А.И. Математическое моделирование процесса кристаллизации металла в оболочковой осесимметричной форме / А.И. Евстигнеев, В.В. Петров, В.И. Одинокоев, М.В. Салина // Известия Вузов. Черная металлургия. – 2005. – № 9. – С.41-45.

78. Одинокоев, В.И. Эволюция напряженного состояния керамической формы при нестационарном внешнем тепловом воздействии / В.И. Одинокоев, Г.М. Севастьянов, И.Г. Сапченко // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22 - №11. – с. 97-108.

79. Севастьянов, Г.М. Трещинообразование в керамических формах при заливке металла / Г.М. Севастьянов, В.К. Одинокоев, И.Г. Сапченко // Деформация и разрушение материалов. – 2010. – №10. – С. 25-28.

80. Евстигнеев, А.И. Определение механических характеристик слоистых оболочковых форм / А.И. Евстигнеев, И.Г. Сапченко, В.Н. Тышкевич, Г.И. Тимофеев // Литейное производство. – 1992. – №8. – С.25.

81. Евстигнеев, А.И. Разработка и исследование способов повышения прочности и трещиностойкости оболочковых форм в литье по выплавляемым моделям. – Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Горький, 1981. – 20 с.

82. Одинокоев, В.И. Прогнозирование трещиностойкости многослойных оболочковых форм при заливке их сталью / В.И. Одинокоев, А.И. Евстигнеев, Э.А.

Дмитриев, Е.П. Иванкова [и др.] // Литейное производство. – 2020. – № 7. – С. 26-30.

83. Одинок, В.И. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и морфологического строения структуры оболочковых форм по выплавляемым моделям / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев и др. // Известия ВУЗов Черная металлургия. – 2020. – Том 63 – №9. – С. 742-754.

84. Лакеев, А.С. Формообразование в точном литье / А.С. Лакеев. – Киев: Наукова Думка, 1986. – 256 с.

85. Шагеев, З.А. Современные скоростные способы точного литья по выплавляемым моделям. М.: МАК, 1970. – 107 с.

86. Гаранин В.Ф., Озеров В.А., Муркина А.С., Куренкова О.А. Выплавление моделей из оболочковых форм // Литейное производство. – 1997. - №2. – С.16-18.

87. Писарев, И.Е. Исследование процесса формирования свойств оболочковых форм, изготовленных по выплавляемым моделям при безопочном прокаливании и заливке // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – 1972. – 22 с.

88. Чулкова, А.Д. Некоторые свойства оболочковых форм при высокой температуре / А.Д. Чулкова, В. Н. Иванов // Литейное производство. – 1980. - №6. – С. 13-14.

89. V.I. Odinokov , E.A. Dmitriev, A.I. Evstigneev, A.V. Sviridov , E.P. Ivankova Modelling selection of structure and properties of monolayer electrophoretic shell molds during investment casting // Materials Today: Proceedings Volume 38, Part 4, 2021. – P. 1672-1676.

90. Евстигнеев, А.И. Влияние температуры нагрева опорного наполнителя на особенности напряженного состояния оболочковых форм при заливке стали / А.И. Евстигнеев, В.И. Одинок, Э.А. Дмитриев, Е.П. Иванкова, А.В. Свиридов // Литейное производство. – 2021. – № 3. – С. 20-24.

91. Евстигнеев, А.И. Влияние внешнего теплового воздействия на напряженное состояние оболочковых форм по выплавляемым моделям / А.И.

Евстигнеев, В.И. Одинок, Э.А. Дмитриев, Е.П. Иванова, А.В. Свиридов // Математическое моделирование. – 2021. – Том 33 – № 1. – С. 63-76.

92. Одинок, В.И. Исследование процесса заполнения и охлаждения стальной отливки в керамической осесимметричной оболочковой форме / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, А.В. Свиридов, Г.И. Усанов // Литейное производство. – 2019. – № 9. – С. 28-33.

93. Патент № 2722955 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/02. Способ заливки металла в холодную литейную оболочковую форму : № 2019134265 : заявл. 24.10.2019 : опубл. 05.06.2020 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинок [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

94. Патент № 2723282 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/12. Способ прокаливания оболочковых форм : № 2019135455 : заявл. 05.11.2019 : опубл. 09.06.2020 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинок [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

95. Патент № 2722956 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/02. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2019133515 : заявл. 21.10.2019 : опубл. 05.06.2020 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинок [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

96. Патент № 2731279 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/04. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2019135453 : заявл. 05.11.2019 : опубл. 01.09.2020 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинок [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

97. Патент № 2696787 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/04. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2018135797 : заявл. 09.10.2018 : опубл. 06.08.2019 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинокоев, А. В. Свиридов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ"). – EDN ATDJQG.

98. Патент № 2696788 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/04. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2018137610 : заявл. 24.10.2018 : опубл. 06.08.2019 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинокоев, А. В. Свиридов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

99. Патент № 2743385 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/04. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2020132206 : заявл. 28.09.2020 : опубл. 17.02.2021 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинокоев [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

100. Патент № 2743439 С1 Российская Федерация, МПК В22С 9/04. Литейная многослойная оболочковая форма : № 2020131475 : заявл. 23.09.2020 : опубл. 18.02.2021 / А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, В. И. Одинокоев [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КНАГУ").

101. Евстигнеев, А.И. Новые решения в технологии литья по выплавляемым моделям / А. И. Евстигнеев, В. И. Одинокоев, Э. А. Дмитриев [и др.] // Литейное производство. – 2020. – № 11. – С. 35-39.

102. Савинов, А.С. Методические основы оценки и прогнозирования напряженно-деформированного состояния системы «отливка-форма» для

предупреждения образования горячих трещин в фасонных отливках / Автореф. дисс. на соик. уч. степ. докт. техн. наук. – Магнитогорск. – 2016. – 42 с.

103. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012661389. ОДИССЕЙ / В.И. Одинокоев, А.Н. Прокудин, А.М. Сергеева, Г.М. Севастьянов. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 13.12.2012 г.

104. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2010613137. Напряженно-деформируемое состояние оболочковых форм при прокаливании / А.И. Евстигнеев, В.И. Одинокоев, В.В. Петров, Э.А. Дмитриев. – Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.05.2010.

105. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2010613138. Напряженно-деформируемое состояние оболочковых форм при заливке и охлаждении жидкого металла / А.И. Евстигнеев, В.И. Одинокоев, В.В. Петров, Э.А. Дмитриев. – Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.05.2010.

106. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 202616121 «Программа математического моделирования оптимизации выбора температуры опорного наполнителя, физических свойств материала и структуры оболочковой формы по выплавляемым моделям для повышения её трещиностойкости при охлаждении в ней отливки» / В.И. Одинокоев, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, Е.П. Иванкова Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 16.04.2021г.

107. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2010611774 «Математическое моделирование процессов заливки и затвердевания стали в многослойной огнеупорной керамической форме со слоями пористой керамики» / В.И. Одинокоев, И.Г. Сапченко, Г.М. Севастьянов. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 05.03.2010.

108. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024664909, 26.06.2024. Заявка от 10.06.2024. Моделирование процесса силового воздействия опорного наполнителя на стойкость керамической оболочковой формы при

затвердевании в ней стальной отливки / Евстигнеева А.А., Чернышова Д.В., Евстигнеев А.И., Григорьева А.Л., Абдурахмонов Ш.Э.

109. Зиновьев, В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Справочник. – М. : Metallurgiya, 1989. – 384 с.

110. Зубченко, А.С. Марочник сталей и сплавов. – М. : Машиностроение, 2003. – 783 с.

111. Севастьянов Г.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния при заливке и затвердевании металла в керамической оболочковой форме // Дисс. на соиск. уч. степ. канд. физ-мат. наук. – Владивосток, 2011. – 101 с.

112. Одинок, В.И. Влияние внутреннего фактора на трещиностойкость оболочковой формы по выплавляемым моделям / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 2022. – Т. 65, № 2. – С. 137-144.

113. Одинок, В.И. Морфологическое строение оболочковой формы по выплавляемым моделям / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 2022. – Т.65, №10. – С. 740-747.

114. Евстигнеев, А.И. О силовом влиянии опорного наполнителя и межслойного трения на напряженное состояние керамической оболочковой формы при литье по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2023. – №1 (55). – С. 33-45.

115. Евстигнеев, А.И. Моделирование влияния межслойных связей на трещиностойкость оболочковых форм по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Материалы XI Всероссийской научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», Томск: НИТГУ. – 2022г. – С.314-317.

116. Чернышова, Д.В. Постановка задачи по моделированию влияния

внутреннего фактора в виде межслойного трения в оболочковой форме на ее напряженное состояние/ Д.В. Чернышова // Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований: материалы V Всероссийской национальной научной конференции молодых ученых, Комсомольск-на-Амуре, 11-15 апреля 2022 г.: в 4 ч. – 2022. – Ч. 2. – С. 416-418.

117. Дмитриев, Э.А. Математическое моделирование стойкости керамической оболочковой формы к трещинообразованию от ее морфологической структуры при охлаждении в ней затвердевающей отливки / Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Е.П. Иванкова // Материалы XXIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2023) (Дивноморское, 4-13 сентября 2023 г.). – С. 210-212

118. Патент № 2788296, опуб. 17.01.2023г., бюл. 2 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Дмитриев Э.А., Одинок В.И., Евстигнеева А.А., Иванкова Е.П., Петров В.В.

119. Патент № 2827520 опуб. 30.09.2024 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А., Ткачева А.В., Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Намоконов А.Н.

120. Одинок, В.И. Влияние опорного наполнителя и структуры оболочковой формы на ее трещиностойкость / В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 2022. – Т. 65, №4. – С. 285-293.

121. Евстигнеев, А.И. О влиянии трения между опорным наполнителем и керамической оболочковой формой по выплавляемым моделям на её напряженное состояние при заливке и охлаждении стальной отливки / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Заготовительные производства в машиностроении. – 2022. – Т. 20, №7. – С. 296-298.

122. Евстигнеев, А.И. Теоретическое исследование силового воздействия опорного наполнителя на напряженное состояние оболочковых форм / А.И.

Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Сборник научных статей по итогам круглого стола со всероссийским и международным участием №8. – Пенза, 2021. – С. 25-28.

123. Чернышова, Д.В. Влияние внешнего силового воздействия на трещиностойкость монослойной оболочковой формы при литье по выплавляемым моделям / Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Исследования и перспективные разработки в машиностроении: Материалы VII науч.-практ. конференции молодых ученых и специалистов, 22-23 сентября 2022 / отв. ред. Физулаков. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КНАГУ», 2022. – С.137-154

124. Чернышова, Д.В. Новые решения по управлению силовым воздействием опорного наполнителя на керамическую оболочковую форму при прокаливании и заливке металла / Д.В. Чернышова, Е.П. Иванкова, А.А. Евстигнеева, Н.А. Тарануха // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре технического государственного университета. – 2022. – №V(61). – С. 123-127.

125. Дмитриев, Э.А. Математическое моделирование стойкости керамической оболочковой формы к трещинообразованию от силового воздействия опорного наполнителя при охлаждении в ней затвердевающей отливки / Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, В.И. Одинок, А.И. Евстигнеев, Е.П. Иванкова // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. сборник тезисов докладов: в 4 т. Министерство науки и высшего образования РФ; Российская академия наук; Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 88-90.

126. Evstigneev A.I. External And Internal Factors Affecting The Stress-Strain State Of A Ceramic Shell Mold During The Solidification Of A Steel Casting / A.I. Evstigneev, A.A. Evstigneeva, E.A. Dmitriev, E.P. Ivankova, V.I. Odinokov, D.V. Chernyshova // Mechanics of Solids. 2025. Vol. 60. No. 4, P. 2542-2551.

127. Патент № 2769192, опуб. 29.03.2022, бюл. 10 Литейная многослойная оболочковая форма для прокаливания и заливки металла в опорном наполнителе / Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Одинок В.И., Чернышова Д.В., Евстигнеева

А.А.

128. Патент №2830086 опуб. 12.11.2024 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А.

129. Севастьянов, Г.М. Об одной начально-краевой задаче теплопроводности в системе с фазовыми переходами / Г.М. Севастьянов, А.М. Севастьянов, В.И. Одинок // Математическое моделирование. – 2013. – Т.25, №3. – С. 119-133.

130. Евстигнеев, А.И. Моделирование внешнего силового воздействия на стойкость оболочковой формы при заливке в нее стали / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Математическое моделирование. – 2022. – Т. 34, №5. – С. 61-72.

131. Евстигнеев, А.И. О трещиностойкости керамической оболочковой формы по выплавляемым моделям при затвердевании в ней шарообразной стальной отливки / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одинок, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Литейное производство. – 2022. – № 9. – С. 17-21.

132. Одинок, В.И. Моделирование напряженно-деформированного состояния и оптимизация угла охвата сферической оболочковой формы опорным наполнителем / В.И. Одинок, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, А.Н. Намоконов, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Прикладная механика и техническая физика. – 2025. – Т. 66, №1. – С. 189-196.

133. Патент № 2828801 опуб. 21.10.2024 Литейная многослойная оболочковая форма / Одинок В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А., Ткачева А.В., Намоконов А.Н.

134. Патент №2827773 опуб. 01.10.2024 Способ подготовки к прокаливанию и заливке металлом многослойной оболочковой формы для изготовления металлических сферических отливок по выплавляемым моделям / Евстигнеев А.И., Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Ткачева А.В., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

### Акт внедрения в учебный процесс результатов диссертации

И.о. ректора федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Комсомольский-на-  
Амуре государственный университет»

«» Э.А. Дмитриев  
2025 г.

### АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов научно-исследовательской работы  
Чернышовой Дарьи Витальевны «Моделирование деформирования цилиндриче-  
ской и сферической керамических оболочковых форм при затвердевании в них  
стальной отливки» в учебный процесс

Мы, нижеподписавшиеся, к.т.н., доцент Трещев И.А. – декан факультета компьютерных технологий (ФКТ), к.ф.-м.н., доцент Григорьева А.Л. – заведующая кафедрой «Прикладная математика» (ПМ) настоящим подтверждаем, что результаты научной работы «Моделирование деформирования цилиндрической и сферической керамических оболочковых форм при затвердевании в них стальной отливки» внедрены в учебный процесс в дисциплинах "Механика сплошных сред", "Математическое моделирование" при выполнении практических и лабораторных занятий, магистерских и аспирантских исследованиях на кафедре «Прикладная математика».

Заведующий кафедрой ПМ  
к.ф.-м.н., доцент



Григорьева А.Л.

Декан ФКТ  
к.т.н., доцент



Трещев И.А.

# ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(справочное)

Охранные документы на результаты интеллектуальной деятельности

**РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ**



**ПАТЕНТ**  
НА ИЗОБРЕТЕНИЕ  
**№ 2769192**

**Литейная многослойная оболочковая форма для  
прокаливания и заливки металла в опорном  
наполнителе**

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Комсомольский-на-Амуре государственный университет"  
(ФГБОУ ВО "КнАГУ") (RU)*

Авторы: *Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Дмитриев Эдуард  
Анатольевич (RU), Одинокое Валерий Иванович (RU),  
Чернышова Дарья Витальевна (RU), Евстигнеева Анна  
Алексеевна (RU)*

Заявка № 2021136287  
Приоритет изобретения **08 декабря 2021 г.**  
Дата государственной регистрации  
в Государственном реестре изобретений  
Российской Федерации **29 марта 2022 г.**  
Срок действия исключительного права  
на изобретение истекает **08 декабря 2041 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Ю.С. Зубов*

Документ подписан электронной подписью  
Сертификат: 68b800376140105d4eedbd24145d5c7  
Владимир Зубов Юри Сергеевич  
Действителен с 20.05.2022 по 26.05.2023



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2788296

## Литейная многослойная оболочковая форма

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КнАГУ") (RU)*

Авторы: *Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Чернышова Дарья Витальевна (RU), Дмитриев Эдуард Анатольевич (RU), Одинокое Валерий Иванович (RU), Евстигнеева Анна Алексеевна (RU), Иванкова Евгения Павловна (RU), Петров Виктор Викторович (RU)*

Заявка № 2022117253

Приоритет изобретения 24 июня 2022 г.

Дата государственной регистрации  
в Государственном реестре изобретений  
Российской Федерации 17 января 2023 г.

Срок действия исключительного права  
на изобретение истекает 24 июня 2042 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сергей Юрьевич Зубов  
Владимир Юрьевич Сергеев  
Действителен с 26.05.2022 по 26.05.2023

Ю.С. Зубов





**№ 2827520**

Авторы: *Одинокое Валерий Иванович (RU), Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Дмитриев Эдуард Анатольевич (RU), Евстигнеева Анна Алексеевна (RU), Чернышова Дарья Витальевна (RU), Ткачева Юлия Ильинична (RU), Намоконов Александр Николаевич (RU)*

на изобретение истекает **05 марта 2044 г.**

Ю.С. Зубов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2827773

**СПОСОБ ПОДГОТОВКИ К ПРОКАЛИВАНИЮ И ЗАЛИВКЕ  
МЕТАЛЛОМ МНОГОСЛОЙНОЙ КЕРАМИЧЕСКОЙ  
ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ  
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ОТЛИВОК ПО  
ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ**

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КнАГУ") (RU)*

Авторы: *Одинокое Валерий Иванович (RU), Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Дмитриев Эдуард Анатольевич (RU), Евстигнеева Анна Алексеевна (RU), Чернышова Дарья Витальевна (RU), Ткачева Анастасия Валерьевна (RU)*

Заявка № 2024116021

Приоритет изобретения **10 июня 2024 г.**

Дата государственной регистрации  
в Государственном реестре изобретений  
Российской Федерации **01 октября 2024 г.**

Срок действия исключительного права  
на изобретение истекает **10 июня 2044 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

документ подписан электронной подписью  
Сертификат 0692e76c35300b7544260a700cc2026  
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**  
Действителен с 10.10.2024 по 03.10.2025

*Ю.С. Зубов*



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2828801

ЛИТЕЙНАЯ МНОГОСЛОЙНАЯ ОБОЛОЧКОВАЯ  
ФОРМА

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КнАГУ") (RU)*

Авторы: *Одинокое Валерий Иванович (RU), Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Дмитриев Эдуард Анатольевич (RU), Евстигнеева Анна Алексеевна (RU), Чернышова Дарья Витальевна (RU), Ткачева Юлия Ильинична (RU), Намоконов Александр Николаевич (RU)*

Заявка № 2024106208

Приоритет изобретения 05 марта 2024 г.

Дата государственной регистрации  
в Государственном реестре изобретений  
Российской Федерации 21 октября 2024 г.

Срок действия исключительного права  
на изобретение истекает 05 марта 2044 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

документ подписан электронной подписью  
Сертификат: 0692e7c106300b15442401670bca2026  
Владелец: *Зубов Юрий Сергеевич*  
Действителен с 10.07.2024 по 03.10.2025

*Ю.С. Зубов*

## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2830086

ЛИТЕЙНАЯ МНОГОСЛОЙНАЯ ОБОЛОЧКОВАЯ  
ФОРМА

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Комсомольский-на-Амуре государственный университет" (ФГБОУ ВО "КнАГУ") (RU)*

Авторы: *Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Одинокое Валерий Иванович (RU), Дмитриев Эдуард Анатольевич (RU), Чернышова Дарья Витальевна (RU), Евстигнеева Анна Алексеевна (RU)*

Заявка № 2024116034

Приоритет изобретения 10 июня 2024 г.

Дата государственной регистрации  
в Государственном реестре изобретений  
Российской Федерации 12 ноября 2024 г.

Срок действия исключительного права  
на изобретение истекает 10 июня 2044 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

документ подписан электронной подписью  
Сертификат: 0692e761a6300b542401670acc2026  
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**  
Действителен с 10.07.2024 по 03.10.2025

Ю.С. Зубов



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



# СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2024664909

**«Моделирование процесса силового воздействия  
опорного наполнителя на стойкость керамической  
оболочковой формы при затвердевании в ней стальной  
отливки»**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет» (RU)*

Авторы: *Евстигнеева Анна Алексеевна (RU), Чернышова Дарья  
Витальевна (RU), Евстигнеев Алексей Иванович (RU), Григорьева  
Анна Леонидовна (RU), Абдурахмонов Шахзотбек Эркинжонович  
(RU)*



Заявка № 2024663212

Дата поступления 10 июня 2024 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 26 июня 2024 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат: 429b6b0fe3853164ba196f83b73b4aa7  
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**  
Действителен с 13.05.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов