

На правах рукописи

Бормотин Константин Сергеевич

**ИТЕРАЦИОННЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМОВКИ И КЛЕПКИ
ТОНКОСТЕННЫХ ПАНЕЛЕЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2014

Работа выполнена в Комсомольском-на-Амуре государственном техническом университете на кафедре механики и анализа конструкций и процессов.

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор Олейников Александр Иванович

Официальные оппоненты: Намм Роберт Викторович,
доктор физико-математических наук,
профессор, Вычислительный центр
Дальневосточного отделения РАН (г. Хабаровск),
главный научный сотрудник

Радаев Юрий Николаевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН (г. Москва),
ведущий научный сотрудник

Радченко Владимир Павлович,
доктор физико-математических наук,
профессор, Самарский государственный
технический университет (г. Самара),
заведующий кафедрой ПМИ

Ведущая организация: Институт вычислительного моделирования
Сибирского отделения РАН (г. Красноярск)

Защита состоится 26 сентября 2014 года в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.092.03 в Комсомольском-на-Амуре государственном техническом университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, e-mail: cvmi@knastu.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета и на сайте (<http://www.knastu.ru/dissertationannounces.html>).

Автореферат разослан _____ 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент

Г.С. Лейзерович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Актуальность темы диссертационной работы вызвана необходимостью использования численного моделирования в связи с внедрением новых технологических процессов, режимов, материалов при изготовлении деталей сложно-конструктивных форм с высокими требованиями к размерной точности и эксплуатационному ресурсу. Ещё недавно проектные и технологические параметры определялись на основе простых полуэмпирических математических моделей. Однако, установление основных соотношений этих моделей требуют накопления и анализа огромных массивов экспериментальных и натурных производственных данных, что сопряжено со значительными материальными и временными затратами, которые в современных условиях в конечном итоге приводят к нерентабельности производства. В то же время современное машиностроение характеризуется всё более возрастающей частотой сменяемости объектов производства, а также усложнением конструктивных форм и увеличением габаритных размеров деталей конструкций. Поэтому, напротив, современная организация производства основывается на анализе априорных оценок эксплуатационных и технологических характеристик разрабатываемого изделия. Получение этих оценок уже основывается на вычислительном моделировании как можно более полных теоретических моделей данных характеристик. В результате, эффективные решения всё в большей мере становятся обусловленными возможностями автоматизированных систем моделирования и проектирования.

Большое внимание в научных и прикладных исследованиях уделяется анализу и решению обратных задач и задач управления для сложных нелинейных математических моделей в условиях неполной информации о краевых условиях и внешних силах. В этом случае помимо функций, описывающих состояние моделируемой характеристики системы, необходимо найти «дополнительные» неизвестные: функции граничных условий, начальных состояний и источников, например, функции внешних поверхностных и массовых (объемных) сил, граничных закреплений и перемещений.

Достижения последних лет в области обратных задач неупругого деформирования связаны в основном с развитием формулировок различных классов таких задач, установлением достаточных условий их корректности, обоснованием итерационных методов и алгоритмов их решения (И.Ю. Цвелодуб, И.В. Сухоруков). Применение этих алгоритмов позволяет эффективно находить решения обратных задач для пластин и стержней (И.А. Банщикова, Б.В. Горев, И.Ю. Цвелодуб). Обратные задачи механики деформируемого твердого тела и задачи математической физики играют и в настоящее время во всем мире большую роль в естественных науках и их приложениях. Данные задачи исследовались рядом авторов (М.М. Лаврентьев, А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, А.О. Ватулян, Г.В. Алексеев и др.). Такие задачи не всегда являются корректными. Основы теории и методов решения некорректных задач заложены в работах А.Н. Тихонова, М.М. Лаврентьева, Ф.П. Васильева и других авторов.

Экспериментальные исследования особенностей алюминиевых сплавов в ползучести показывают разносопротивляемость растяжению и сжатию, анизотропию (Б.В. Горев, О.В. Соснин, В.В. Рубанов, И.Ж. Масанов), что требует использования новых моделей ползучести (Б.В. Горев, О.В. Соснин, И.Ю. Цвелодуб, А.И. Олейников, В.П. Радченко, К. Naumenko, H. Altenbach, A. Kutschke). В данной диссертации рассматриваются обратные упруговязкопластичные задачи для объемного тела, у которого зависимость скоростей деформаций ползучести от напряжений является степенным законом для трансверсально-изотропного материала с разными характеристиками при растяжении и сжатии, и учетом деформационного старения.

Основой для решения таких задач являются вариационные принципы задач нелинейного деформирования тел, которые после применения процедур дискретизации метода конечных элементов (МКЭ), сводятся к системе линейных уравнений. Вариационная формулировка обратной задачи теории ползучести включает в себя задачу неупругого деформирования и задачу упругой разгрузки. Процесс ползучести сопровождается накоплением в материале поврежденности, что в конечном итоге может привести к его разрушению. В связи с этим актуальной является постановка обратных задачах формообразования в виде оптимального управления поврежденностью и задач определения рациональных путей деформирования. Численное решение обратных задач формообразования сводится к итерационному процессу, который реализуется в программе МКЭ MSC.Marc.

Итерационный метод в задачах приклепывания ребер жесткости преобразуется в численный метод определения упреждений ребер, обеспечивающий заданные геометрические параметры обшивок в процессе клепки. Необходимость построения данного метода вызвано тем, что при клепочной сборке обшивок наблюдается существенное отклонение геометрических параметров от заданных, при том, что до сборки панель и ребра имели геометрические параметры в заданном допуске. Для цилиндрических панелей одинарной кривизны эти отклонения приводили, в основном, к выходу обшивки из теоретической поверхности путем изгиба в нормальной плоскости. Для трапециевидных панелей двойной кривизны наблюдаются также и недопустимые прогибы в касательной плоскости. В данных условиях обеспечение геометрии обшивки может быть достигнуто использованием упреждений ребер, которые не всегда возможно определить опытным путем. В ряде работ проводится моделирование заклепочного соединения, используя МКЭ и аналитические решения для анализа процесса осадки головок заклепочного соединения (Р.И. Непершин, В.В. Книгин, С.С. Шиштин, В.С. Жернаков, А.Н. Ермоленко, Р.М. Сабиров). В связи с этим актуальной является задача моделирования процесса клепки с учетом маршрутов клепки на панелях.

Цель и задачи исследования.

Цель исследования состоит в создании теоретических и методологических основ численного анализа обратных задач формообразования и клепки панелей для цифрового проектирования и отработки технологий изготовления новых изделий.

Для достижения указанной цели в работе решались следующие **задачи**:

- сформулировать вариационный принцип обратной квазистатической задачи формообразования в режиме ползучести;
- построить итерационный метод решения обратных задач формообразования в режиме ползучести;
- обосновать корректность обратных задач формообразования;
- реализовать итерационный метод в системе MSC.Marc;
- определить рациональные пути деформирования в обратных задачах формообразования;
- построить пользовательские программы в MSC.Marc, моделирующие деформационное старение, поведение трансверсально-изотропных материалов с учетом разносопротивляемости в ползучести;
- рассчитать итерационным методом упреждающую кривизну панели обшивки крыла самолета SSJ-100, определяющую заданную остаточную конфигурацию;
- рассмотреть возможность обобщения модели итерационного метода решения обратных задач формообразования на случай пластического деформирования;
- провести моделирование заклепочного соединения панелей и стрингеров;
- построить алгоритм определения упреждающей кривизны стрингера в заклепочном соединении с панелью и реализовать его в программном комплексе MSC.Marc, MSC.Patran.

Методы исследования. В диссертационной работе используются численные методы, методы математического моделирования, теории вариационного исчисления, оптимального управления, функционального анализа, теории решения некорректных задач, теории ползучести и пластичности, теории упругости, механики нелинейного деформирования и вычислительной математики.

Научная новизна результатов диссертации.

Разработаны новые функционалы обобщенных вариационных принципов прямых и обратных экстремальных квазистатических задач формообразования деталей в режиме ползучести и пластичности. Впервые, используя теорию вариационных неравенств, построен итерационный метод, доказывается единственность, устойчивость и сходимость решения обратных задач неупругого деформирования при достаточных условиях единственности решения краевых задач для случаев бесконечно малой деформации и малой деформации, но больших перемещений и поворотов. Достаточные условия единственности решения краевых задач, сформулированные Р.Хиллом, позволяют обобщать вариационные принципы обратных квазистатических задач на различные случаи физической и геометрической нелинейности, обеспечивают устойчивое решение алгоритмом пошагового интегрирования уравнений вариационных принципов задач деформирования и упругой разгрузки в методе конечных элементов. В построенных автором функционалах вариационных принципов и итерационном численном решении обратных задач формообразования деформирование и пружинение вычисляется путем решения прямых пространственных задач методом конечных элементов с учетом особенностей свойств сплавов. Анализируются новые варианты итерационного

метода решения обратных задач формообразования с учетом регуляризации. Проводятся сравнительные расчеты задач формообразования в кинематической и контактной постановке.

Впервые дана математическая формулировка обратных задач оптимального формообразования в режиме ползучести с учетом минимизации повреждаемости и ограничений на напряжения и перемещения, с помощью которой решены задачи на минимизацию повреждаемости для одноосного растяжения и чистого изгиба стержня, изгиба пластинки и гибкой мембранны, построены новые численные алгоритмы определения упреждающей кривизны тонкостенных конструкций с минимальной поврежденностью.

Представлен новый способ моделирования заклепочного соединения панели и ребра жесткости, позволяющий учитывать и анализировать влияние маршрута клепки швов на остаточную конфигурацию панели. Разрабатывается новая математическая постановка задачи определения кривизны стрингера при клепочной сборки обшивки крыла, обеспечивающей заданную остаточную конфигурацию панели. На основе данной модели, используя теорию вариационных неравенств, построен итерационный метод решения задачи и даны условия сходимости метода.

Предложены новые вычислительные алгоритмы и программы, реализующие итерационные схемы решения рассмотренных обратных задач в программном комплексе конечно-элементного анализа MSC.Patran, MSC.Marc посредством автоматического введения параметров расчета и вычисления этапов деформирования конструкции в разных режимах.

Достоверность. Достоверность результатов диссертации определяется применением апробированных методов вычислительной механики, теории некорректных задач, использованием современных комплексов программ инженерного анализа, а так же путем сравнения полученных численных решений с экспериментальными данными и промышленными испытаниями.

Практическая ценность работы. Разработанные общие вариационные принципы прямых задач определения остаточной формы и обратных задач, построенные на их основе алгоритмы решения МКЭ расширяют вычислительную теорию пластичности, ползучести. Результаты решения задач позволяют описать новые явления в теории обработки металлов давлением. Приведенная вариационная постановка задач позволяет учитывать различные модели закономерностей между напряжениями и деформациями, что дает возможность находить решения прямых и обратных задач формообразования для новых материалов со свойствами разносопротивляемости и анизотропии в ползучести, новых сложных технологических процессах. Численные результаты итерационного метода дают возможность определять необходимые параметры клепочной сборки панелей, обеспечивающие заданные допуски детали. Полученные результаты научного исследования имеют большое значение в высокотехнологическом машиностроении и нашли применение при изготовлении верхних крыловых панелей самолета SSJ-100 в филиале ОАО "Компания "Сухой" "Комсомольский-на-Амуре авиационный завод имени Ю.А. Гагарина".

Положения, выносимые на защиту:

1. функционалы обобщенных вариационных принципов прямых и обратных экстремальных квазистатических задач формообразования деталей в режиме ползучести, используя которые решены частные задачи;
2. доказательство единственности и устойчивости решения обратных задач формообразования при выполнении достаточного критерия единственности краевых задач для случаев бесконечно малой деформации и малой деформации, но больших перемещений и поворотов;
3. математическая формулировка обратных задач оптимального формообразования в режиме ползучести с учетом минимизации повреждаемости и ограничений на напряжения и перемещения; решения, используя данную формулировку, обратных задач на минимизацию повреждаемости для одноосного растяжения и чистого изгиба стержня, изгиба пластинки и гибкой мембранны, алгоритмы численного решения рационального формообразования;
4. разработка итерационного метода с помощью постановки обратной задачи формообразования в ползучести в виде вариационного неравенства, доказательства сходимости итерационного метода для случаев бесконечно малой деформации и малой деформации, но больших перемещений и поворотов, и обоснование реализации его методом конечных элементов;
5. программная реализация итерационного метода в системе MSC.Patran, MSC.Marc, позволяющая в автоматическом режиме получать упреждающую кривизну панелей необходимую для получения заданной остаточной кривизны;
6. программная реализация ряда моделей материалов, используя возможности MSC.Marc дополнить библиотеку материалов подпрограммами пользователя, и сравнительный анализ с экспериментами;
7. анализ кинематической и контактной моделей задачи формообразования в системах MSC.Patran, MSC.Marc;
8. вычисления упреждающей кривизны итерационным методом в задаче о кручении пластинки, а так же обшивки крыла самолета;
9. варианты итерационных регуляризованных методов, апробированные на примерах решения частных обратных задач формообразования;
10. обобщение итерационного метода на случай пластического формообразования, подтверждение условий сходимости численной реализации метода;
11. моделирование заклепочного соединения панели и стрингера с учетом маршрута клепки, анализ влияние маршрута клепки швов на остаточную конфигурацию панели;
12. разработка итерационного метода определения упреждающей кривизны стрингера, доказательства условий сходимости, численное решение задачи определения кривизны стрингера при клепочной сборки обшивки крыла в системах MSC.Patran, MSC.Marc.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях: Международная конференция по вычислительной математике МКВМ-2004 (г. Новосибирск, 2004 г.),

XXXII International Summer School-Conference "Advanced Problems in Mechanics (АПМ)" (г. Санкт-Петербург, 2004 г.), Всероссийская научно-техническая конференция «Новые материалы и технологии-НМТ-2004» (г. Москва, 2004 г.), Зимняя школа по механике сплошных сред (четырнадцатая) (г. Екатеринбург, 2005 г.), Всероссийская научно-практическая конференция «Проблемы и пути решения инвестиционной и инновационной политики на предприятиях Хабаровского края. Технопарки. Инновационные центры» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2005 г.), Международная научно-техническая конференция «Вычислительная механика деформируемого твердого тела» (г. Москва, 2006 г.), Всероссийская конференция, посвященной 70-летию академика В.П. Мясникова «Фундаментальные и прикладные вопросы механики» (г. Владивосток, 2006 г.), Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (г. Челябинск, 2007 г.), XV Международная конференция по механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2007 г.), Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (г. Санкт-Петербург, 2008 г.), XXXIII Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова (г. Владивосток, 2008 г.), Всероссийская конференция, приуроченная к 70-летию академика В.А. Левина (г. Владивосток, 2009 г.), Международная научно-техническая конференция «Теория и практика механической и электрофизической обработки материалов» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2009 г.), XXXV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова (г. Владивосток, 2010 г.), the 2nd Russia-Taiwan Symposium «Methods and Tools of Parallel Programming Multicomputers» (г. Владивосток, 2010 г.), Международный симпозиум «Образование, наука и производство: проблемы, достижения и перспективы» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2010 г.), Научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов «Исследования и перспективные разработки в машиностроении» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2010 г.), II Всероссийская конференция «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (г. Новосибирск, 2011 г.), Российская научно-техническая конференция «Фундаментальные исследования в области технологий двойного назначения» и Российской конференция «Школа-семинар по методологическому обеспечению и фундаментальным основам технологий двойного назначения» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2011 г.), XIV Краевой конкурс молодых ученых и аспирантов (г. Хабаровск, 2012 г.), XXXVI Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова (г. Владивосток, 2012 г.), девятая Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2013 г.), XVIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2013 г.), Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 135-летию Томского государственного университета и 65-летию механико-математического факультета (г. Томск, 2013 г.), II Международная научно-практическая конференция «Академическая наука - проблемы и достижения» (г. Москва, 2013 г.).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы, приложений. Объем диссертации составляет 282 страницы, включая 94 рисунка, 11 таблиц, 4 приложения. Список литературы содержит 154 наименования работ отечественных и зарубежных авторов.

Публикации. Материалы диссертационного исследования опубликованы в 55 научных работах, в том числе 14 статей в ведущих рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК. Получено два свидетельства о регистрации программы для ЭВМ (список приведен в заключении). Отдельные разделы диссертации представлены в технических отчетах по хоз/договорам с филиалом ОАО "Компания "Сухой" "Комсомольский-на-Амуре авиационный завод имени Ю.А. Гагарина" № 64172/03, 64103/06, 398, 319, 70, 186 и отчетах по проектам Министерства образования и науки РФ № 2.1.1/1686, 2.1.1/9725, 1.2582.2011, гранту РФФИ № 11-08-00845-а, гранту Президента РФ МК-481.2013.1.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, научная новизна и практическая ценность полученных результатов.

В первой главе приведен краткий обзор литературы, использованной при решении поставленных задач. Рассматриваются прямые и обратные задачи механики деформируемого твердого тела и математической физики, их классификация (Кабанихин С. И., Ватульян А.О., Марчук Г.И., Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Лаврентьев М.М., Алексеев Г.В. и др.). Большой круг обратных задач относится к классу некорректно поставленных задач. Понятие корректной постановки задача введено было Ж. Адамаром. Для решения некорректных задач используются методы регуляризации. Широкий цикл исследований по способам построения итерационных методов, регуляризирующих операторов, алгоритмов решения нелинейных некорректных задач отражен в работах Тихонова А.Н., Арсенина В.Я., Танана В.П., Васильева Ф.П., Кабанихина С. И., Самарского А.А., Вабищевича П.Н., Бакушинского А.Б., Гончарского А.В., Степанова В.В., Ягола А.Г., Wang Y., Yang C., Намм Р.В., Poliquin R.A., Rockafellar R.T. Цвелодубом И.Ю. вводится отдельный класс обратных задач неупругого деформирования, в частности класс обратных задач ползучести и пластичности. Для некоторых классов обратных задач неупругого деформирования доказываются вопросы корректности, строится итерационный метод их решения (Сухоруков И.В., Цвелодуб И.Ю.). Основой в доказательствах был учет постулата устойчивости в теории ползучести. Даётся вариационная постановка обратной задачи ползучести, которая является основой для построения численных методов решения подобных задач.

Вариационная формулировка является удобной для выполнения обычных математических процедур, а именно преобразования данной задачи к эквивалентной, которая решается проще исходной задачи. В вариационной формулировке с дополнительными условиями это преобразование осуществляется с применением метода множителей Лагранжа. Когда точное решение задачи не может быть най-

дено, вариационный метод зачастую обеспечивает формулировку для приближенного решения задачи, которая дает приближенное решение с заданной точностью. Все это справедливо не только для краевых задач механики деформируемого твердого тела, но и для многих других проблем математической физики. В данное время имеется достаточно большое количество работ, в которых уделяется внимание задачам вариационного исчисления, условиям экстремума и прямым методам решения (Ахиезер Н. И., Блисс Г. А., Гельфанд И.М., Фомин С.В., Лаврентьев М.А., Люстерник Л.А.). Вариационное исчисление имеет обширную область приложения, в частности в механике. На основе принципа виртуальной работы формулируются вариационные принципы теории упругости (Амензаде Ю.А., Васидзу К., Тимошенко С.П., Гудьер Дж., Работнов Ю.Н.). Используя основы тензорного анализа, вариационные принципы обобщаются на случай геометрической и физической нелинейности. В этом случае задачи сводятся к принципам стационарности функционалов (Коробейников С.Н., Васидзу К., Лурье А. И., Горлач Б.А.).

С целью обобщения вариационных принципов для широкого круга материалов используются формулировки относительно скоростей неизвестных функций (Коробейников С.Н., Васидзу К.). Такое обобщение позволяет построить достаточный признак единственности, и доказать, при выполнении признака единственности, экстремальность функционалов (Хилл Р.).

Применительно к задачам оптимального проектирования вариационные принципы позволяют исключить из рассмотрения дифференциальные связи и устраниют необходимость введения сопряженных уравнений (Баничук Н. В., Liu G.P., Yang J.B., Whidborne J.F., Васильев Ф.П.). Тем самым понижается порядок общей краевой задачи оптимизации и упрощается вывод условий оптимальности. Кроме того, вариационные принципы и вытекающие из них вариационные неравенства оказываются полезными при аналитических исследованиях оптимизационных задач и обосновании оптимальных решений.

Большой цикл исследований задач с ограничениями, в том числе вариационных неравенств, итерационных методов решений на основе функций Лагранжа проведен Антипиным А.С. Рассматриваются свойства градиентных, проксимальных методов, методов прогнозного типа с учетом аддитивного управления с помощью обратных связей.

В последнее время наиболее широкое развитие и применение в решении задач механики сплошной среды получил метод конечных элементов (МКЭ). Его можно рассматривать как специальный случай метода Ритца-Галеркина. Отличие МКЭ от метода Ритца-Галеркина связано с выбором базисных функций в виде полиномов. Основой МКЭ являются вариационные принципы. Описанию МКЭ и его приложений к широкому классу задач механики сплошных сред посвящено большое количество работ (Зенкевич О., Деклу Ж., Коробейников С.Н., Оден Дж., Сегерлинд Л., Галлагер Р., Hughes, Tomas J.R., Smith I. M., Griffiths D., Бате К., Вилсон Е.).

Широкое распространение программного обеспечения привело к появлению системы автоматизированного проектирования (Ли К.). Такие средства, а

именно программные комплексы, позволяющие провести анализ напряженно-деформированного состояния и, при необходимости оптимизацию, являются неотъемлемой частью жизни детали. В частности, данные комплексы позволяют проводить моделирование заклепочных соединений (Д.В. Криворучко, А.А. Бондаренко, В.С. Жернаков, А.Н. Ермоленко, Р.М. Сабиров).

В промышленности обработка материалов давлением преимущественно осуществляется в режиме пластического деформирования, как при обычных, так и при повышенных температурах. Медленное деформирование в "режиме ползучести" под воздействием напряжений, не превосходящих предела упругости материала, позволяет сохранить остаточный прочностной ресурс, т.е. поврежденность материала будет меньше. Такие процессы, кроме того, позволяют управлять уровнем поврежденности материала согласовывать с технологическими ограничениями, за счет оптимального выбора пути деформирования во времени.

Экспериментальные исследования особенностей алюминиевых сплавов в ползучести показывают разносопротивляемость растяжению и сжатию, анизотропию (Горев Б.В., Рубанов В.В., Соснин О.В., Масанов И.Ж.), что требует использования новых моделей ползучести. Исследованию новых моделей определяющих соотношения посвящены работы Горева Б.В., Банщиковой И.А., Цвелодуба И.Ю., Соснина О.В., Никитенко А.Ф., Радченко В.П., Аннина Б.Д., Олейникова А.И., Золочевского А. А., Naumenko K., Altenbach H., Kutschke A.

Во второй главе формулируется квазистатическая вариационная постановка прямых и обратных задач формообразования в теории ползучести. Рассматриваемая постановка задач формообразования может быть преобразована для режима пластичности или более сложных процессов. Данные постановки позволяют доказать единственность решения общего класса геометрически и физически нелинейных задач при достаточных условиях единственности краевых задач.

Рассмотрим квазистатическую задачу формообразования с учетом бесконечно малых деформаций, включающую деформирование в ползучести и упругую разгрузку тела объема V . Пусть $V \subset R^3$ - ограниченная область с достаточно регулярной границей S . Обозначим через $u = (u_1, u_2, u_3)$, $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$ - вектора текущих и остаточных перемещений, $u, \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3$, $Q = V \times \{0 \leq t \leq T\}$.

Для постановки и решения задач формообразования используются функционалы вариационного принципа Хилла, описывающие задачи квазистатического деформирования. В этом случае предполагается выполнение кинематических граничных условий $\dot{u}_i = \dot{u}_i^*$ на границе S (в случае кинематической постановки задачи), условий на остаточные скорости перемещений $\dot{\tilde{u}}_i = \dot{\tilde{u}}_i^*$ на границе S , соотношений между скоростями деформаций и скоростями перемещений, соотношениями между скоростями напряжений и скоростями деформаций. В диссертационной работе во всех постановках задач исключается жесткое движение тел. Используя теорию многокритериальной оптимизации, обратную задачу теории ползучести можно сформулировать в виде квазистатического вариационного принципа с функционалом

$$J(\dot{u}, \dot{\tilde{u}}) = w_1 \left[\int_V W(\dot{\mathcal{E}}_{ij}) dV - \int_S \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right] + w_2 \left[\int_V W(\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}) dV \right], \quad (1)$$

где $w_1 > 0$, $w_2 > 0$ - весовые коэффициенты, $W(\dot{\mathcal{E}}_{ij}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\mathcal{E}}_{ij} \dot{\mathcal{E}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\mathcal{E}}_{ij} \eta_{kl}$,

$W(\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \eta_{kl}$ - потенциалы деформирования в ползучести, c_{ijkl} - компоненты тензора упругих констант, $\dot{\mathcal{E}}_{ij}$, $\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}$ - скорости текущих и остаточных деформаций, $\eta_{kl} = \eta_{kl}(\sigma_{ij}, q_n)$ - скорости деформаций ползучести, q_n - набор структурных параметров, $i, j, k, l = 1, 2, 3$, $n = 1, 2, \dots, p$,

$$\dot{\mathcal{E}}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}), \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i}), \quad (2)$$

\dot{u}_i , $\dot{\tilde{u}}_i$ - скорости текущих и остаточных перемещений; по повторяющимся индексам проводится суммирование от 1 до 3, а через запятую обозначено дифференцирование: $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$.

В частности, закон установившейся ползучести может иметь вид $\eta_{kl} = \gamma s_{kl}$,

где $\gamma = \frac{3}{2} B \sigma_e^{n-1}$, s_{kl} - компоненты девиатора тензора напряжений, $\sigma_e = \sqrt{3/2 s_{ij} s_{ij}}$ - эффективное напряжение, B , n - константы ползучести.

Потенциальная форма определяющих соотношений имеет вид

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial W(\dot{\mathcal{E}}_{ij})}{\partial \dot{\mathcal{E}}_{ij}} = c_{ijkl} (\dot{\mathcal{E}}_{kl} - \eta_{kl}), \quad \dot{\rho}_{ij} = \frac{\partial W(\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij})}{\partial \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}} = c_{ijkl} (\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - \eta_{kl}). \quad (3)$$

Здесь предполагается, что в начальной стадии процесса квазистатического деформирования внутреннее распределение напряжений, форма тела, текущие значения параметров материала и т.д. уже определены. Обозначим разность соотношений (3) через функции $\dot{\sigma}_{ij}^e$, которые представляют собой компоненты напряжений упругого деформирования:

$$\dot{\rho}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl} (\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - \dot{\mathcal{E}}_{kl}) = c_{ijkl} \dot{\mathcal{E}}_{kl}^e = \dot{\sigma}_{ij}^e.$$

Таким образом, можно определить следующие формулы

$$\dot{\rho}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + \dot{\sigma}_{ij}^e, \quad \dot{\sigma}_{ij}^e = c_{ijkl} (\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - \dot{\mathcal{E}}_{kl}), \quad \dot{\sigma}_{ij}^e = \frac{\partial W^e(\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij})}{\partial \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}} = c_{ijkl} (\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - \dot{\mathcal{E}}_{kl}), \quad (4)$$

где $W^e(\dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \dot{\mathcal{E}}_{kl}$.

Достаточными условиями единственности решения задач деформирования с введенными потенциалами будут

$$\int_V \Delta \dot{\sigma}_{ij} \Delta \dot{\epsilon}_{ij} dV > 0, \int_V \Delta \dot{\rho}_{ij} \Delta \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} dV > 0, \int_V \Delta \dot{\sigma}_{ij}^e \Delta \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} dV > 0,$$

или

$$\int_V \Delta \left(\frac{\partial W(\dot{\epsilon}_{ij})}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} \right) \Delta \dot{\epsilon}_{ij} dV > 0, \int_V \Delta \left(\frac{\partial W(\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij})}{\partial \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}} \right) \Delta \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} dV > 0, \int_V \Delta \left(\frac{\partial W^e(\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij})}{\partial \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}} \right) \Delta \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} dV > 0.$$

для всех пар непрерывно дифференцируемых полей скоростей перемещений (учитываются соотношения (2)), принимающих заданные значения на границе. Здесь Δ означает разность соответствующих величин в любых двух различных формах деформации (Р. Хилл).

Стационарное значение вариации функционала (1) при учете независимости \dot{u}_i , $\dot{\tilde{u}}_i$ приводит к двум вариационным принципам задачи деформирования в ползучести и упругой разгрузки

$$\delta J_1(\dot{u}_i) \equiv \int_V \dot{\sigma}_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV - \int_S \dot{p}_i \delta \dot{u}_i dS = 0, \quad (5)$$

$$\delta J_2(\dot{\tilde{u}}_i) \equiv \int_V \dot{\rho}_{ij} \delta \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} dV = 0. \quad (6)$$

Как видно, для данных задач значения весовых коэффициентов не оказывают влияния на вариационные принципы (5), (6), поэтому их можно принять, например, $w_1 = w_2 = 1$.

Пусть символ $(\cdot, \cdot)_S$ означает скалярное произведение в $L_2(S)$: $(u, v)_S = \int_S \sum_{i=1}^3 u_i v_i dS$. Соответствующая этому скалярному произведению норма

имеет вид $\|u\|_S = \sqrt{(u, u)_S} = \left(\int_S \sum_{i=1}^3 u_i^2 dS \right)^{1/2}$. Кроме того, обозначим

$$a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V \frac{\partial W(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \dot{v}_{i,j} dV \text{ и } a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V \left(\frac{\partial W(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \right) \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV.$$

Учитывая явно условия на остаточные скорости перемещений $\dot{\tilde{u}}_i = \dot{\tilde{u}}_i^*$ на границе S методом штрафа можно построить функционал обратной задачи формообразования

$$J(\dot{u}, \dot{\tilde{u}}) = a(\dot{u}, \dot{u}) - (\dot{p}, \dot{u})_S + a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}) + \frac{1}{2\varepsilon} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|_S^2, \quad \varepsilon > 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Используя достаточные условия единственности краевых задач, доказываются, при условии существования решения, теоремы единственности прямой и обратной задачи формообразования. В этих теоремах достаточно показать, что из одинаковых граничных условий одной задачи (неупругого деформирования, разгрузки) образуются одинаковые граничные условия другой (разгрузки, неупругого деформирования).

Теорема 2.1. Пусть выполнены достаточные условия единственности решения задач деформирования (5) и разгрузки (6). Тогда решение задачи формообразования единственно.

Теорема 2.2. Пусть выполнены достаточные условия единственности решения задач деформирования (5) и разгрузки (6). Тогда решение обратной задачи формообразования единствено.

Геометрически нелинейные задачи будем рассматривать в общей лагранжевой формулировке (TL) (в качестве отсчетной конфигурации выбирается начальная конфигурация тела).

Функционал (1) для геометрически нелинейных задач, в этом случае, примет вид

$$J(\dot{u}_i, \dot{\tilde{u}}_i) = w_1 \left\{ \int_V \left[W(\dot{\varepsilon}_{ij}) + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j} \right] dV - \int_S \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right\} + w_2 \int_V \left[W(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}) + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{k,i} \dot{\tilde{u}}_{k,j} \right] dV.$$

Преобразуя функционал относительно текущих и остаточных скоростей первого тензора напряжений Пиола-Кирхгофа

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} = (\delta_{ik} + u_{i,k}) \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k} \sigma_{kj}, \quad \dot{P}_{ij} = \frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} = (\delta_{ik} + \tilde{u}_{i,k}) \dot{\rho}_{kj} + \dot{\tilde{u}}_{i,k} \rho_{kj} \quad \text{при-}$$

дем к виду

$$J(\dot{u}_i, \dot{\tilde{u}}_i) = w_1 \left[\int_V E(\dot{u}_{i,j}) dV - \int_S \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right] + w_2 \left[\int_V \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) dV \right].$$

Используя достаточные условия единственности

$$\int_V \Delta \dot{\Sigma}_{ij} \Delta \dot{u}_{i,j} dV > 0, \quad \int_V \Delta \dot{P}_{ij} \Delta \dot{\tilde{u}}_{i,j} dV > 0, \quad (7)$$

можно доказать следующие теоремы.

Теорема 2.3. Пусть выполнены достаточные условия единственности решения задач деформирования и разгрузки (7). Тогда решение задачи формообразования единствено.

Теорема 2.4. Пусть выполнены достаточные условия единственности решения задач деформирования и разгрузки (7). Тогда решение обратной задачи формообразования единствено.

Используя построенные вариационные формулировки, рассмотрены решения частных задач определения усилий, обеспечивающих заданную остаточную форму: обратная задача одноосного растяжения стержня и обратная задача чистого изгиба стержня.

В третьей главе обратная задача кинематического формообразования представляется в виде вариационных неравенств. Строится итерационный метод решения геометрически линейных и нелинейных задач, доказывается единственность, устойчивость решения и сходимость итерационного метода. Приводится МКЭ реализация итерационного метода и возможности программной реализации в комплексе программ инженерного анализа. На примере кручения пластинки показано согласование с условиями сходимости. В данной постановке возможно обобщение итерационного метода на пластическое деформирование. В этом слу-

чае также соблюдаются условия сходимости. Предлагаются варианты методов итерационной регуляризации.

Пусть выполнены достаточные условия единственности решения задач деформирования и разгрузки, тогда обратную задачу кинематического формообразования в ползучести можно представить в виде минимизации функционалов:

$$\dot{u}^* = \arg \min \left\{ \int_V W(\dot{\varepsilon}_{ij}) dV, u \in [W_2^1(Q)]^3, \int_S (\dot{u}_i - \dot{u}_i^*)^2 dS = 0 \right\}, \quad (8)$$

$$\dot{\tilde{u}}^* = \arg \min \left\{ \int_V W(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}) dV, \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3, \int_S (\dot{\tilde{u}}_i - \dot{\tilde{u}}_i^*)^2 dS = 0 \right\}, \quad (9)$$

где $\dot{\tilde{u}}^* = (\dot{\tilde{u}}_1^*, \dot{\tilde{u}}_2^*, \dot{\tilde{u}}_3^*)$ - заданная скорость остаточных перемещений на S.

Учитывая ограничения методом штрафа можно построить функционал обратной задачи кинематического формообразования

$$J(\dot{u}, \dot{\tilde{u}}) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \|\dot{u} - \dot{u}^*\|_S^2 + a(u, u) + a(\dot{u}, \dot{u}) + \frac{1}{2\varepsilon_2} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|_S^2,$$

$$\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_1 \rightarrow 0, \varepsilon_2 > 0, \varepsilon_2 \rightarrow 0.$$

В данном функционале первое и последнее слагаемое в зависимости рассмотрения прямой или обратной задачи представляют собой, кроме того, регуляризирующие функционалы. Для случая прямой постановки задачи последнее слагаемое может быть представлено в виде $\|\dot{\tilde{u}}\|_S^2$. Данные выражения использовались в функционалах обратных экстремальных задачах массопереноса, тепломассопереноса и других задач, исследованных Г.В. Алексеевым и позволяют доказывать устойчивость и единственность решения. Для случая постановки обратной задачи формообразования в качестве \dot{u}^* берется произвольное приближенное решение.

Вследствие выпуклости функционалов задачу (8), (9) представим вариационными неравенствами

$$a(\dot{u}, \dot{v} - \dot{u}) \geq 0 \quad \forall \dot{v}, \|\dot{v} - \dot{u}\|_S^2 = 0, \quad (10)$$

$$a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}) \geq 0 \quad \forall \dot{\tilde{v}}, \|\dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}\|_S^2 = 0. \quad (11)$$

Используя представление задач формообразования в виде вариационного неравенства, доказывается единственность решения прямой и обратной задачи кинематического формообразования. Итерационный аналог суммы неравенств (10) и (11) с учетом ограничений методом штрафа и аддитивного управления примет вид

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, v - \dot{u}^{k+1})_S + a(\dot{u}^k, v - \dot{u}^{k+1}) + \\ + a(\dot{u}^k, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}^*) + A_2^k (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}^*)_S \geq 0 \quad \forall v, \forall \dot{\tilde{v}}, \quad (12)$$

где $A_1^k > 0, A_2^k > 0, k = 1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} A_1^k = \infty, \lim_{k \rightarrow \infty} A_2^k = \infty$.

С помощью вариационного неравенства (12) показана непрерывная зависимость остаточных скоростей перемещений от текущих.

Лемма 3.1. Пусть \dot{u}^k , \ddot{u}^k - решения задачи деформирования с заданными на поверхности S граничными условиями и решение задачи разгрузки. Тогда итерационный процесс (12) решения обратной задачи формообразования на S представляется в виде

$$\dot{u}_i^{k+1} = \dot{u}_i^k + \alpha^k (\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^k), \quad \alpha^k = \frac{A_2^k}{A_1^k}. \quad (13)$$

Теорема 3.1. Пусть \dot{u}^k , \ddot{u}^k - решение задачи деформирования с заданными на поверхности S граничными условиями и решение задачи разгрузки. Тогда последовательность $\{\dot{u}^k\}$, полученная по методу (13), сходится в $L_2(S)$ при $\alpha^k = \alpha < 2$, $k = 1, 2, \dots$

Обратную геометрически нелинейную задачу кинематического формообразования в режиме ползучести можно представить также в виде минимизации функционалов и вариационных неравенств. В этом случае строится аналогичный итерационный метод и доказывается теорема сходимости.

При пошаговом интегрировании уравнений полученных после дискретизации вариационных принципов задач деформирования и упругой разгрузки выполнение достаточного критерия единственности обеспечивает устойчивость решения нелинейных квазистатических задач. В программах конечно-элементного анализа, в частности MSC.Marc, используется алгоритм получения устойчивого решения нелинейных квазистатических краевых задач. Вследствие этого можно применить итерационный метод в MSC.Marc для решения обратной задачи в ползучести.

Комплекс программ, реализующий итерационный метод решения обратных задач формообразования можно представить в виде следующей схемы (рис.1).

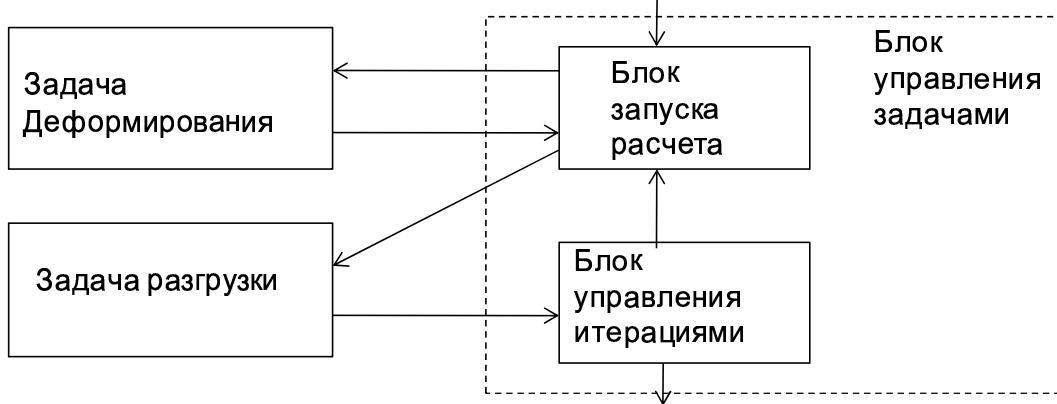


Рис.1. Схема программной реализации итерационного метода

Блок управления задачами представляет собой командный bat-файл, который на каждой итерации передает управление Блоку управления итерациями и Блоку запуска расчета. Блок управления итерациями представляет собой внешнюю программу, написанную на языке Visual C, используя выходные данные (если итерация не первая) вычисляет отклонения перемещений от заданных величин и формирует файл данных с перемещениями следующей итерации по итерационному методу. После вычисления и сохранения заданных перемещений, Блок управления итерациями передает управление Блоку запуска расчета. В случае ес-

ли норма отклонений перемещений от заданных величин находится в допустимой области, то происходит остановка выполнения программы.

Проведены расчеты определения упреждающей формы пластиинки для обеспечения заданной кривизны после упругой разгрузки по итерационному методу (13) с разными постоянными коэффициентами α . В расчетах используются характеристики материала АК4-1Т (алюминиевого сплава) пластиинки. Материал изотропен и его характеристики упругости одинаковы при растяжении и сжатии и равны следующим значениям: модуль Юнга $E = 7000 \text{ кГ/мм}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.4$. Стадия установившейся ползучести в экспериментах как при сжатии, так и при растяжении, описывается законом Нортона с разными значениями коэффициента B для каждого из этих видов деформирования:

- сжатие: $B_1 = 0.25 \cdot 10^{-14} (\text{кГ/мм}^2)^{-n1} (\text{час})^{-1}$, $n_1 = 8$;
- растяжение: $B_2 = 0.5 \cdot 10^{-14} (\text{кГ/мм}^2)^{-n2} (\text{час})^{-1}$, $n_2 = 8$.

На рис.2, 3 представлены графики сходимости по среднеквадратичной норме от прогиба ($e = \left(\sum_S (\tilde{\mathbf{w}}^i - \tilde{\mathbf{w}}^0)^2 \right)^{1/2}$) S - нижняя поверхность панели, i - номер итерации) итерационного метода (13) с разными постоянными коэффициентами в случае геометрической линейности и нелинейности.

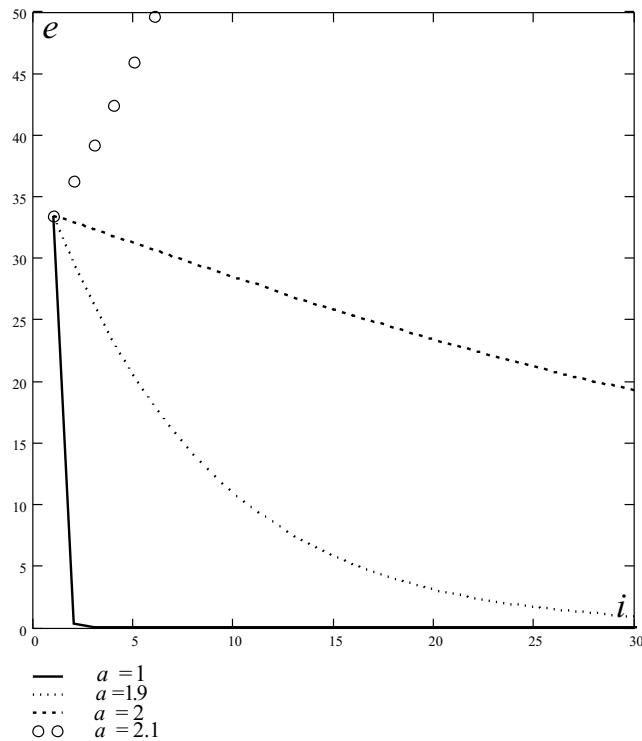


Рис. 2. График сходимости в случае геометрической линейности

Из рис.2, 3 можно обнаружить согласование условия сходимости в доказанных теоремах.

Результаты численных расчетов итерационным методом показывают неустойчивость при достижении отклонения e некоторого малого значения. Данная вычислительная неустойчивость может быть устранена с помощью регуляризирующих алгоритмов. Автором рассмотрены варианты алгоритмов регуляризации к гранично-элементным решениям задач, и даны сравнительные оценки сходимости

численного решения. Данные результаты применяются к расчету эффективности режущего инструмента. С целью устранения вычислительной неустойчивости решения, полученного при решении обратных задач методом конечных элементов, ускорения сходимости и повышения точности предлагаются, на основе исследованных алгоритмов регуляризации, модификации итерационного метода (13), сходимость которых анализируется на решениях конкретных задач.

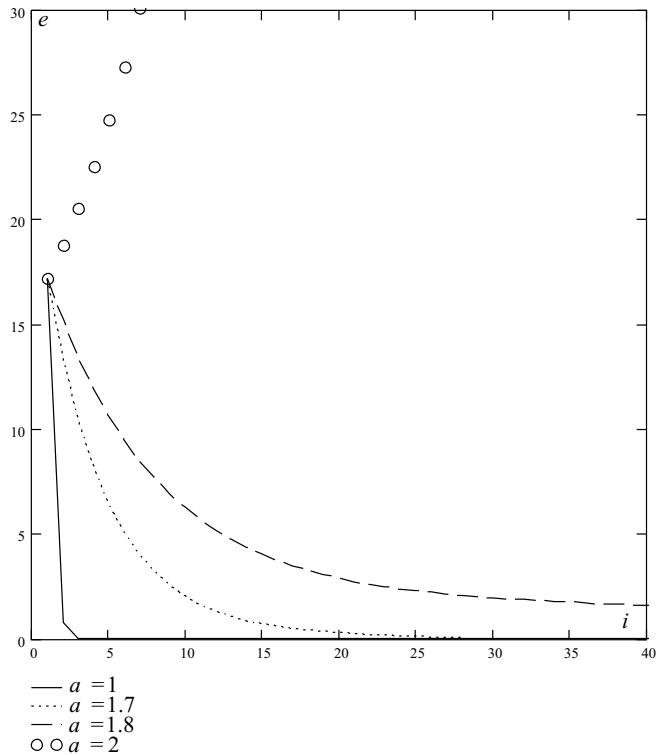


Рис. 3. График сходимости в случае геометрической нелинейности

В качестве первого варианта рассматривается итерационный метод с априорным заданием коэффициента по формуле $\alpha^k = c(1+k)^{-\alpha}$, $c > 0$, $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$ при условии $0 < \alpha^k < 2$.

Второй и третий варианты представляет собой итерационные регуляризованные методы:

$$\begin{aligned}\bar{u}_i^{k+1} &= u_i^k + \alpha^k ((\tilde{u}_i^* - \tilde{u}_i^k) + \varepsilon^k u_i^k), \quad u_i^{k+1} = \bar{u}_i^k + \alpha^k ((\tilde{u}_i^* - \bar{u}_i^k) + \varepsilon^k \bar{u}_i^k) \\ \text{и } u_i^{k+1} &= u_i^k + \alpha^k ((\tilde{u}_i^* - \tilde{u}_i^k) + \varepsilon^k |\tilde{u}_i^k - \tilde{u}_i^{k-1}|),\end{aligned}$$

α^k , ε^k - постоянные зависящие от итераций. Коэффициенты принимаются такими, что бы выполнялось условие $0 < \alpha^k < 2$. Конкретные значения коэффициентов методов, обеспечивающие сходимость к решению, определялись в результате расчетов. Результаты показывают, что для данной задачи решение итерационным методом с постоянным коэффициентом имеет большее отклонение, а наиболее предпочтительным является метод с априорным заданием коэффициента.

В четвёртой главе строится функционал обратной задачи оптимального деформирования в ползучести. Используя данную постановку, находится численное решение обратной задачи одноосного растяжения и чистого изгиба стержня с учетом минимизации повреждения, а также законы изменения прогиба во време-

ни при изгибе пластиинки и мембранны с минимальным накоплением значения диссирируемой работы. Разработаны программные модули для учета в результатах расчета системой MSC.Marc значений диссирируемой работы с целью определения рационального закона деформирования.

Используя теорию многокритериальной оптимизации, с помощью метода весовых коэффициентов, функционал обратной задачи оптимального деформирования представляется в виде:

$$J_o(\dot{u}, \ddot{u}) = \left[\int_V W(\dot{\varepsilon}_{ij}) dV - \int_S \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right] + w_1 \int_V W(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}) dV + w_2 \int_l \sigma_{ij} \eta_{ij} dx, \quad (14)$$

где $w_1 > 0$, $w_2 > 0$ - весовые коэффициенты, $\dot{\Omega} = \frac{\sigma_{ij} \eta_{ij}}{A^*}$ - параметр поврежденности, A^* - критическая величина работы разрушения истинного напряжения на деформации ползучести (рассеянная энергия к моменту разрушения).

Задача минимизации функционала (14) представляет задачу оптимального управления, в которой функциями состояния являются функции остаточных перемещений \tilde{u}_k , а функциями управления – текущие перемещения u_k .

При деформировании детали возможны ограничения на технологический процесс, критерии разрушения и т.д. В связи с этим ниже дается постановка обратных оптимизационных задач с ограничениями на перемещения и напряжения.

Пусть в процессе деформирования имеется n ограничений на функции перемещений вдоль границы S

$$f_k(u_i) \leq f_k^*, \quad k = 1, \dots, n$$

и m ограничений на напряжения в объеме тела V

$$g_p(\sigma_{ij}) \leq g_p^*, \quad p = 1, \dots, m,$$

где f_k , g_p – заданные функции, а f_k^* , g_p^* – заданные константы, $i, j = 1, 2, 3$.

Используя методы преобразования и учета ограничений, введем неизвестные функции на поверхности S $\alpha_k = \alpha_k(t)$ и в объеме V $\beta_p = \beta_p(t)$.

Таким образом, функционал обратной задачи оптимизации с ограничениями примет вид

$$\begin{aligned} J_o(\dot{u}, \ddot{u}) = & \left[\int_V W(\dot{\varepsilon}_{ij}) dV - \int_S \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right] + w_1 \int_V W(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}) dV + w_2 \int_V \sigma_{ij} \eta_{ij} dV + \\ & + \int_S \lambda_k^1 \left[\frac{\partial f_k}{\partial u_i} \dot{u}_i + 2\alpha_k \dot{\alpha}_k \right] dS + \int_V \lambda_p^2 \left[\frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + 2\beta_p \dot{\beta}_p \right] dV, \end{aligned}$$

где λ_k^1 , λ_p^2 – множители Лагранжа, которые определяются для каждого момента времени при квазистатическом деформировании в каждой точке поверхности S и объема V соответственно; по повторяющимся индексам производится суммирование $k = 1, \dots, n$, $p = 1, \dots, m$, $i, j = 1, 2, 3$.

Рассмотрим задачу оптимального управления для учета поврежденности при одноосном растяжении стержня: какие прикладывать растягивающие усилия

$p(t)$ к стержню во время деформирования в ползучести с минимальным накоплением повреждений, чтобы при разгрузке в момент T получить заданные остаточные перемещения \tilde{u}^* . Начальные условия: $\tilde{u}(l,0) = 0$, $p(0) = p^*$. Для описания установившейся стадии ползучести используется закон Нортон: $\eta = B\sigma^n$, где B , n – константы ползучести, определяемые в экспериментах.

Из уравнений дающих стационарное значение функционалу (14) находится решение в виде

$$\begin{aligned}\tilde{u}^* &= Bl \int_0^T \left[\frac{EB(1+w_1)}{w_2} + \left(p^{*(1-n)} - \frac{EB(1+w_1)}{w_2} \right) e^{w_2(1-n)t} \right]^{\frac{n}{1-n}} dt, \\ \min_w \int_0^T \sigma \eta dt &= \min_w Bl \int_0^T \left[\frac{EB(1+w_1)}{w} + \left(p^{*(1-n)} - \frac{EB(1+w_1)}{w} \right) e^{w(1-n)t} \right]^{\frac{n+1}{1-n}} dt = \\ &= Bl \int_0^T \left[\frac{EB(1+w_1)}{w_2} + \left(p^{*(1-n)} - \frac{EB(1+w_1)}{w_2} \right) e^{w_2(1-n)t} \right]^{\frac{n+1}{1-n}} dt.\end{aligned}$$

Определение констант w_1 , w_2 , предлагается проводить методом конечных элементов, совместно с методами локальных вариаций и делением отрезка пополам для данных уравнений. В задачах оптимизации с ограничениями указанного вида, в алгоритме проверяются условия допустимости и, затем только выбираются оптимальные параметры.

На рис. 4, 5 представлены напряжение на границе $\sigma(t)$ и диссилируемая работа $A(t)$ для итераций на интервале времени характерного различия (1,2,3,4,5 - номера итераций).

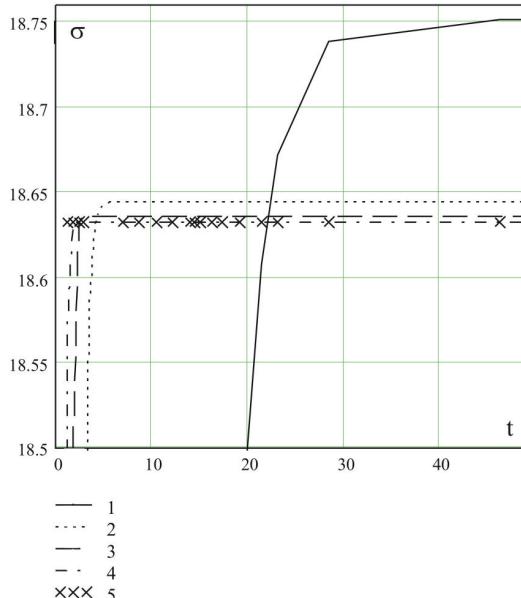


Рис.4. Графики зависимости напряжения от времени для каждой итерации в обратной задаче одноосного растяжения стержня

Аналогично строится решение обратной задачи чистого изгиба балки.

Рассматривая задачи изгиба пластин и мембран, обозначим прогиб в виде

$$w(t, x_1, x_2) = f(t)w^*(x_1, x_2),$$

где w^* - конечная форма прогиба, $f(t)$ - функция нагружения ($f(0)=0$, $f(T)=1$).

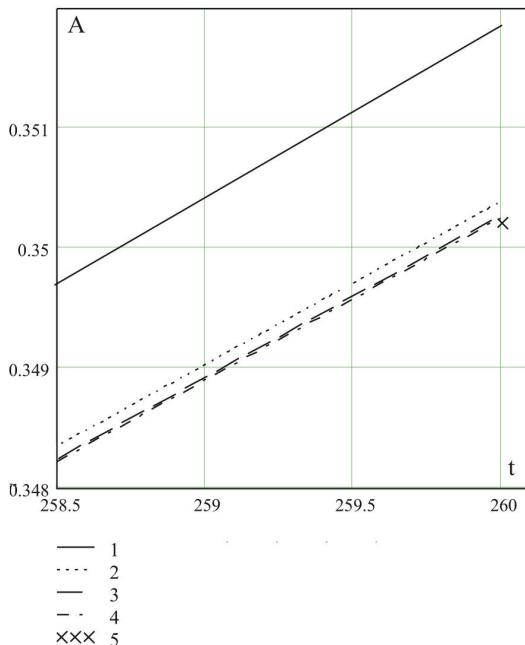


Рис.5. Графики зависимости диссилируемой работы от времени для каждой итерации в обратной задаче одноосного растяжения стержня

Из равенства $\delta J_o = 0$ (14), следует, кроме выполнения уравнений равновесия и граничных условий для текущих и остаточных скоростей напряжений, еще и уравнение относительно напряжений и скоростей деформаций для текущей и остаточной конфигурации

$$w_2 \sigma_{ij} = c_{klji} \dot{\epsilon}_{kl} + w_1 c_{klji} \dot{\tilde{\epsilon}}_{kl}.$$

Решая данное уравнение, найдем в случае малых прогибов закон оптимального деформирования $w = \frac{t}{T} w^*$, в случае больших прогибов - $w = \sqrt{\frac{t}{T}} w^*$.

Расчеты проводятся на примере обратной задачи о кручении пластинки в геометрически нелинейной постановке. Данные по максимальным значениям напряжений и деформаций ползучести, рассчитанным по Мизесу до разгрузки, а также отклонениям от заданной конфигурации после разгрузки представлены в таб.1.

Таб. 1. Сравнение законов деформирования

Закон деформирования	Напряжения перед разгрузкой, $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$	Напряжения после разгрузки, $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$	Деформации ползучести перед разгрузкой	Максимальное отклонение после разгрузки, мм
Линейный	33,7	22,8	0,105	0,667
Нелинейный	31	21,4	0,105	0,659

Из таб. 1. можно увидеть, что при использовании нелинейного закона деформирования можно достичь заданной остаточной формы с меньшими напряжениями, чем при деформировании линейным законом.

Предлагается алгоритм численного решения обратной задачи рационального формообразования панели. Задается функция нагружения $f(t, w_1, w_2)$, зависящая от двух параметров и времени. Совместным применением метода локальных вариаций и итерационного метода решения обратной задачи формообразования находятся оптимальные параметры w_1, w_2 . Используя данный алгоритм можно определить оптимальный путь деформирования пластиинки не только по значениям диссирируемой работы, но и по возникающим напряжениям. Низкие значения напряжений в конечный момент деформирования уменьшают перемещения в упругой разгрузке, что позволяет быстрее и точнее определять упреждающую форму.

В пятой главе рассматриваются модели современных высокопрочных сплавов и учет их свойств при решении задач в системе MSC.Marc. При моделировании одновременных процессов упрочнения материалов при ползучести и пластичности, разносопротивляемости возникают трудности, как в алгоритме расчета, так и в получении устойчивого решения. MSC.Marc позволяет решить данные проблемы на основе подпрограмм пользователя. В случае трансверсально-изотропных материалов с разными свойствами по растяжению и сжатию используется модель Олейникова А.И. Результаты расчета в MSC.Marc на растяжение-сжатие образца, кручения цилиндра хорошо согласуются с экспериментальными данными. Показывается, что не учет данных особенностей материала приводит к отклонению величин прогибов в задаче о кручении пластиинки (рис. 6).

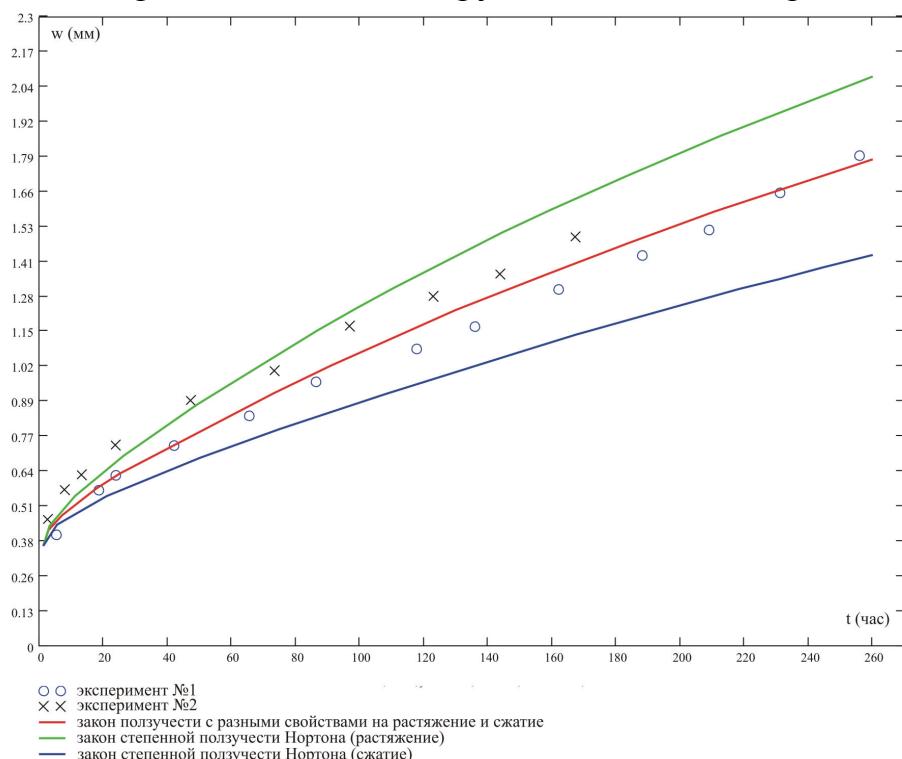


Рис. 6. Зависимости прогиба w от времени t , полученные в решении задачи о ползучести пластиинки при кручении в компьютерном моделировании (кривые) и в эксперименте (маркеры)

С целью обеспечения и точности обвода панели крыла, и требуемого комплекса свойств и структуры материала панели, в режим формообразования необходимо учитывать закон изменения свойств в ползучести. Предлагается линейный закон изменения свойств сплава В95 в процессе деформирования в режиме ползучести при переходе из стадии термообработки ТФ в Т2. Представлены сравнительные расчеты с учетом изменения со временем свойств в ползучести.

Приводятся сравнительные расчеты задачи формообразования пластинки в режиме ползучести в кинематической и контактной постановке. В завершение главы даны результаты расчета в системе MSC.Marc обратной задачи формообразования крыльевой панели в соответствии технологического процесса (рис.7).

Для установления точности полученной расчетной рабочей поверхности штамповой оснастки определяется положение заготовки после разгрузки – освобождения из оснастки, и сравнивается с теорией. Отклонение составляет 1.05 мм.

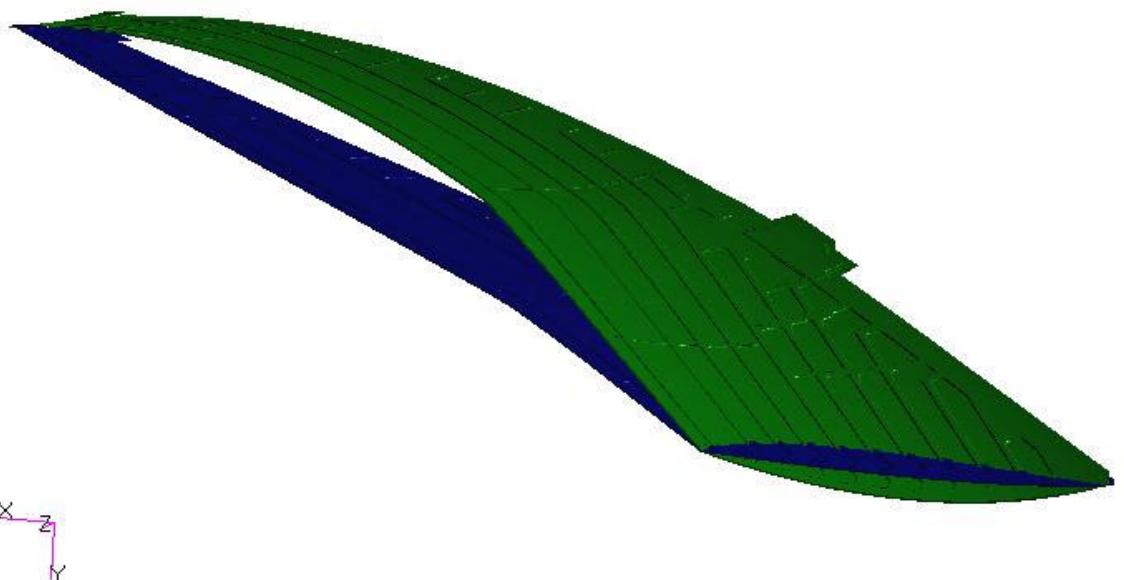


Рис.7. Заготовка панели на рабочей поверхности штамповой оснастки и теория панели
График сходимости по среднеквадратичному отклонению представлен на
рис.8.

Полученное решение апробировано специально проведеными опытно-промышленными испытаниями.

Внедрение итерационного метода в систему MSC.Marc, позволяет эффективно использовать схем распараллеливания алгоритмов при реализации многопоточных вычислений на компьютерах с SMP-архитектурой, что обеспечивает сокращение времени расчета задач формообразования.

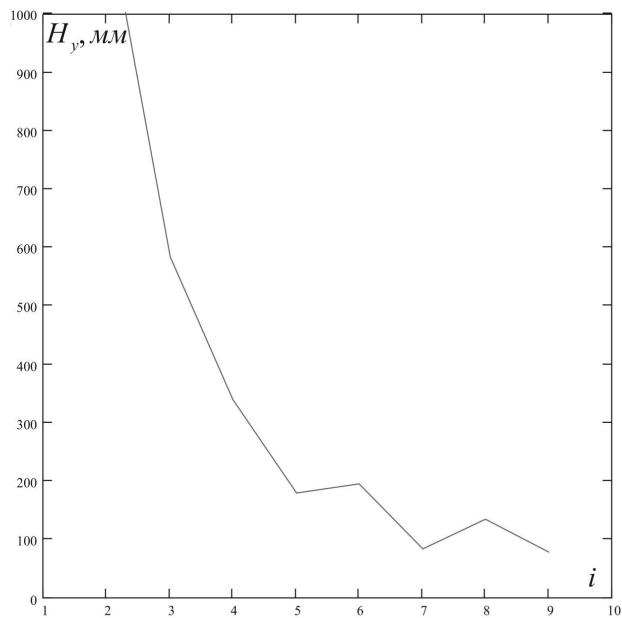


Рис. 8. Изменение отклонения H_y на аэродинамической поверхности панели в итерационном процессе в среднеквадратичной норме

В шестой главе рассматривается клепочная сборка обшивок. В производстве при сборке обшивок может наблюдаться существенное отклонение геометрических параметров от заданных, при том, что до сборки панель и ребра имели геометрические параметры в заданном допуске. Отклонения при клепочной сборке обшивок можно минимизировать, используя определенный маршрут клепки. Проводится анализ напряженно-деформированного состояния в зависимости от маршрута клепки. В случае заданного маршрута обеспечение геометрии обшивки достигается использованием упреждений ребер. Предлагается численный метод моделирования процесса клепки и определения упреждений ребер, обеспечивающий заданные геометрические параметры обшивок. Вследствие огромного количества клепочных соединений на крупногабаритных панелях, существенной физической, геометрической и контактной нелинейности задачи, усилия, действующие на контакте между заклепкой и панелью, заменяются эквивалентными усилиями, вызывающие одинаковые перемещения вблизи заклепки.

Искомую упреждающую кривизну стрингера (ребра жесткости) задаем перемещениями от заданной теоретической формы $\hat{\mathbf{U}}$. Вычисление перемещений $\hat{\mathbf{U}}$ осуществляем по алгоритму последовательных приближений:

1. В качестве первого приближения назначается кривизна равная обратной величине кривизны с перемещениями $\hat{\mathbf{U}}_1$, полученными в результате первого расчета.
2. Решение задачи получения кривизны текущего приближения. В результате в качестве решения этой задачи получаем модель стрингера с текущим упреждением.
3. Решение задачи изгиба стрингера с упреждением до теории панели.
4. Расчет конфигурации панели с приклепанным стрингером с данной упреждающей кривизной и определение отклонений от теории обшивки.

5. Проверка в MSC.Patran выполнения допуска r отклонений панели от теоретической конфигурации: $\|\mathbf{U}_{i+1}\| \leq r$. Если данное неравенство не выполняется, то переход к шагу 2; иначе конец алгоритма.

Данный алгоритм определения упреждающей кривизны стрингера представляет собой итерационный метод, рассмотренный в главе 3, где, вместо скоростей деформаций ползучести, рассматриваются скорости деформаций пластичности. Учитывая достаточный критерий единственности, будет справедлив введенный итерационный метод решения обратных задач. В данном случае задача нагрузки представляет собой задачу определения напряженно-деформированного состояния стрингера под действием перемещений стрингера вдоль поверхности S_1 до исходного положения на панели и действия усилий на поверхности S_2 , возникающих в местах соединения с панелью после клепки. Данные усилия (на поверхности S_2) не меняются и принимаются заданными. Варьирование возможно только перемещений на S_1 .

Учитывая достаточный критерий единственности задачу определения упреждающей кривизны стрингера можно представить в виде

$$\dot{\bar{u}}^* = \arg \min \left\{ \int_V E(\dot{u}_{i,j}) dV - \int_{S_2} \dot{p}_i^* \dot{u}_i dS, u \in [W_2^1(Q)]^3, \int_{S_1} (\dot{u}_i - \dot{u}_i^*)^2 dS = 0 \right\}, \quad (15)$$

$$\dot{\tilde{u}}^* = \arg \min \left\{ \int_V \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) dV | \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3, \int_{S_1} (\dot{\tilde{u}}_i - \dot{\tilde{u}}_i^*)^2 dS = 0 \right\}, \quad (16)$$

где $E(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\mathcal{E}}_{ij} \dot{\mathcal{E}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\mathcal{E}}_{ij} \dot{\mathcal{E}}_{kl}^p + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j}$,

$\tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{ij} \dot{\tilde{\mathcal{E}}}_{kl}^p + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{k,i} \dot{\tilde{u}}_{k,j}$, $\dot{\mathcal{E}}_{kl}^p$ - скорости пластических деформаций.

$\dot{\tilde{u}}^* = (\dot{\tilde{u}}_1^*, \dot{\tilde{u}}_2^*, \dot{\tilde{u}}_3^*)$ - заданная скорость остаточных перемещений на S_1 ; \dot{u}_i^* - скорость перемещений стрингера вдоль поверхности S_1 до исходного положения на панели.

Аналогично, обозначениям второй главы, вводим: $a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \dot{v}_{i,j} dV$,

$$a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V \left(\frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \right) \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV.$$

Задачи минимизации функционалов (15) и (16) можно представить вариационными неравенствами

$$a(\dot{u}, \dot{v} - \dot{u}) - (\dot{p}^*, \dot{v} - \dot{u})_{S_2} \geq 0 \quad \forall \dot{v}, \|\dot{v} - \dot{u}\|_{S_1}^2 = 0, \quad (17)$$

$$a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}) \geq 0 \quad \forall \dot{\tilde{v}}, \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|_{S_1}^2 = 0. \quad (18)$$

Методом штрафа можно построить итерационный аналог вариационных неравенств задачи (17)-(18)

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, v - \dot{u}^{k+1})_{S_1} + a(\dot{u}^k, v - \dot{u}^{k+1}) - (\dot{p}^*, v - \dot{u}^{k+1})_{S_2} + \\ + a(\dot{\tilde{u}}^k, v - \dot{\tilde{u}}^*) + A_2^k (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k, v - \dot{\tilde{u}}^*)_{S_1} \geq 0 \quad \forall v, \forall \dot{v}, \forall \dot{\tilde{u}}, \quad (19)$$

где $A_1^k > 0$, $A_2^k > 0$, $k = 1, 2, \dots$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_1^k = \infty$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_2^k = \infty$.

Теорема 6.1. Пусть \dot{u}^k , $\dot{\tilde{u}}^k$ - решения геометрически нелинейной задачи деформирования с заданными на поверхности S_1 граничными условиями и задачи разгрузки. Тогда итерационный процесс (19) решения обратной геометрически нелинейной задачи формообразования на S_1 представляется в виде

$$\dot{u}_i^{k+1} = \dot{u}_i^k + \alpha^k (\dot{\tilde{u}}_i^* - \dot{\tilde{u}}_i^k), \quad \alpha^k = \frac{A_2^k}{A_1^k}.$$

Используя итерационный метод, находится упреждающая кривизна стрингера. На рис.9 распределение перемещений после разгрузки для 4-й итерации составляет 1.52 мм, а на 1-й итерации составляло 2.42 мм. Данный алгоритм обобщается для вычисления упреждающей кривизны нескольких стрингеров на обшивках (рис.10).

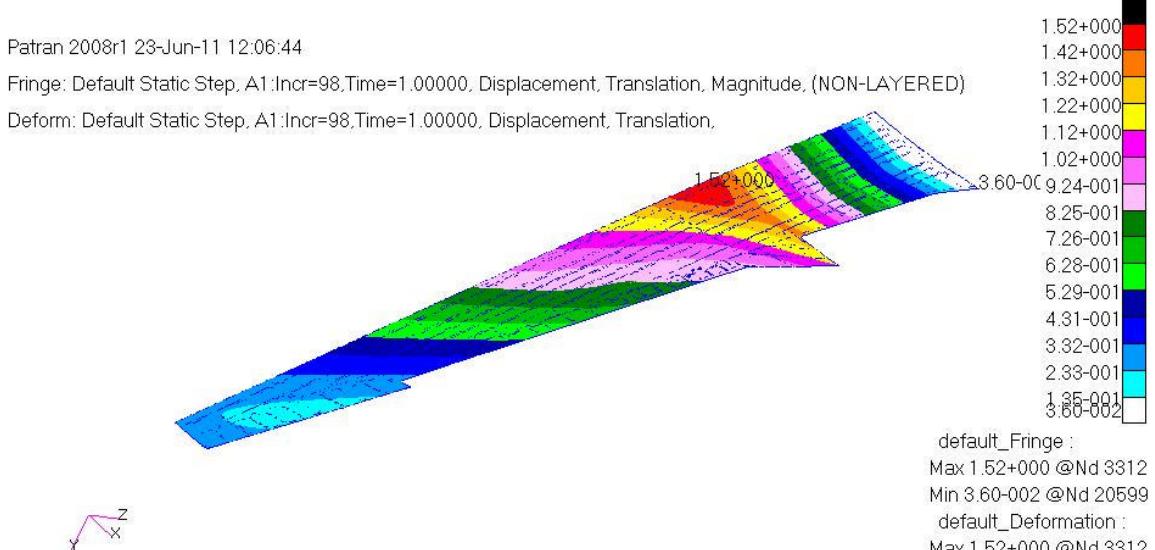


Рис.9. Распределение перемещений – отклонений от теории 4-й итерации алгоритма

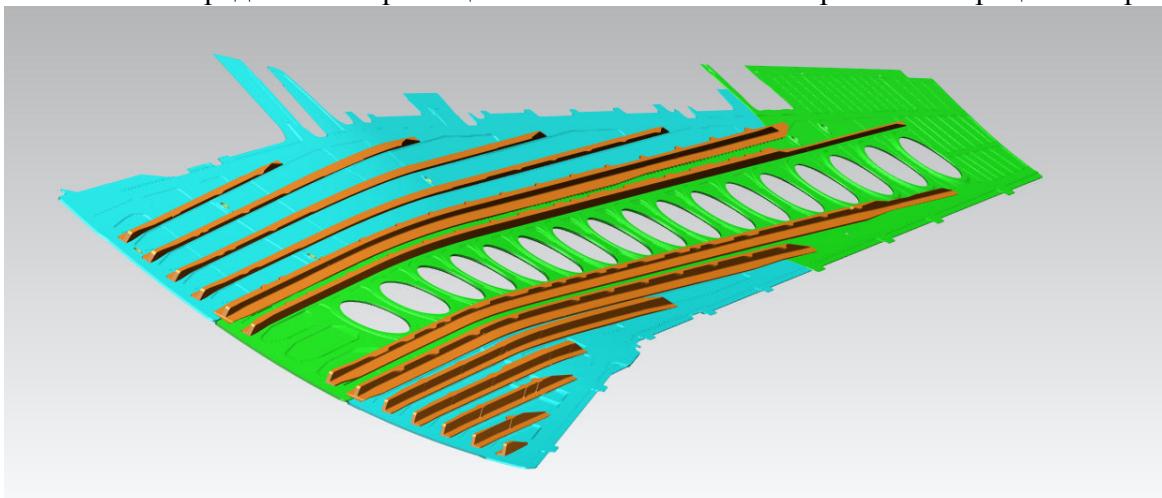


Рис.10. Электронная модель панелей и стрингеров в сборке

В заключении сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ДИССЕРТАЦИИ

В области математического моделирования:

1. Даны функционалы обобщенных вариационных принципов прямых и обратных экстремальных квазистатических задач формообразования деталей в режиме ползучести. Рассмотрены решения обратной задачи одноосного растяжения и чистого изгиба стержня.
2. Доказана единственность, устойчивость решения задач формообразования при выполнении достаточного критерия единственности краевых задач для случаев бесконечно малой деформации и малой деформации, но больших перемещений и поворотов.
3. Данна математическая формулировка обратных задач оптимального формообразования в режиме ползучести с учетом минимизации повреждаемости и ограничений на напряжения и перемещения. Найдены оптимальные пути деформирования при изгибе пластинки и гибкой мембранны, которые соглашаются с известными результатами.
4. Проведено моделирование задачи клепки панели со стрингером. Проведен анализ влияния маршрута клепки швов на геометрические параметры панели.
5. Разработана новая математическая модель задачи определения кривизны стрингера при клепочной сборки обшивки крыла, обеспечивающей заданную остаточную конфигурацию панели.

В области численных методов:

6. Используя вариационные неравенства, построен итерационный метод решения обратных задач формообразования. Доказана сходимость итерационного метода. Метод обобщен на случай пластического формообразования. Рассмотрены регуляризирующие варианты метода. Обоснована возможность реализации итерационных схем в решении обратных задач формообразования методом конечных элементов. Приведены численные результаты решения тестовых и некоторых задач современного авиастроения. Результаты подтверждаются экспериментальными данными.
7. Предложен новый алгоритм решения обратной задачи рационального формообразования. Найдены рациональные пути деформирования стержней и пластинок.
8. Построен итерационный метод определения упреждающей кривизны ребра жесткости при клепке, обеспечивающей заданные геометрические параметры панели, даны условия сходимости метода. Приведены результаты расчета кривизны стрингера при клепке к крыльевой панели.

В области комплексов программ:

9. Разработаны комплексы программ, реализующие итерационные методы в системе MSC.Patran, MSC.Marc при решении задач формообразования и клепки панелей.
10. Разработаны ряд подпрограмм пользователя системы MSC.Marc, реализующие новые модели алюминиевых сплавов и формирующие вывод необходимых результатов для оценки критерия рациональности при решении задач формообразования в режиме ползучести.

Таким образом, разработаны теоретические положения, касающиеся математических формулировок и численных методов решения обратных задач формообразования, изложены научно обоснованные программные решения, обеспечивающие определение проектных и технологических параметров при изготовлении деталей сложно-конструктивных форм с высокими требованиями к размерной точности и эксплуатационному ресурсу, и внедрение которых вносит значительный вклад в развитие машиностроения страны.

Публикации по теме диссертации

Статьи в журналах из перечня ВАК:

1. Бормотин К.С., Олейников А.И. Расчет эффективной толщины и рельефа износостойкого покрытия в САЕ-системах // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2005. №3. С. 60-64.
2. Аннин Б.Д., Олейников А.И., Бормотин К.С. Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // Прикладная механика и техническая физика, 2010. Т.51. №4. С. 155-165.
3. Бормотин К.С. Вариационные методы решения обратной задачи оптимального деформирования в ползучести // Информатика и системы управления, 2011. №2(28). с.106-116.
4. Бормотин К.С. Обратные задачи оптимального управления в теории ползучести // Сибирский журнал индустриальной математики, 2012, том 15, №2(50), С.33-42.
5. Бормотин К.С., Олейников А.И. Вариационные принципы и оптимальные решения обратных задач изгиба пластин при ползучести // Прикладная механика и техническая физика, 2012, Том 53, № 5, с. 136–146.
6. Бормотин К.С. Итеративный метод решения обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2013. Т.14. Раздел 1. С. 141-148.
7. Бормотин К.С. Единственность квазистатических задач формообразования в ползучести // Дальневосточный математический журнал, 2013. Т.13. №1. С. 3 -14.
8. Олейников А.И., Бормотин К.С. Моделирование процесса клепки панели // Дальневосточный математический журнал, 2013. Т.13. №1. С. 102-106.
9. Олейников А.И., Бормотин К.С., Ноговицын А.М. Моделирование и расчет процесса клепки панелей // Ученые записки КнАГТУ, № II - 1(14) 2013 «Науки о природе и технике», С. 41-48.

- 10.Мокрицкий Б.Я., Алтухова В.В., Бормотин К.С., Артеменко А.В. Управление деформационными процессами металла при колесотокарной обработке // Технология металлов. Обработка давлением металлов и материалов, 2013, №6, С.29-33.
11. Бормотин К.С. Итеративный метод решения геометрически нелинейных обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2013, Том 53, №12, с. 145-153.
- 12.Бормотин К.С., Логвина В.С. Метод решения итеративной регуляризацией обратных задач формообразования деталей // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т.15. Раздел 1. С. 77-84.
- 13.Бормотин К.С. Численное моделирование задачи формообразования с контактными условиями в режиме пластичности и ползучести // Интернет-журнал «Науковедение», выпуск 1(20), 2014.
- 14.Бормотин К.С. Численный метод решения обратной задачи рационального формообразования в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т.15. Раздел 1. С. 222-227.

Прочие публикации:

- 15.Бормотин К.С., Олейников А.И. Регуляризованные параллельные алгоритмы расчета упругих тел с тонкими элементами структуры // Труды Международной конференции по вычислительной математике МКВМ-2004. Ч.1/Под ред. Г.А. Михайлова, В.П. Ильина, Ю.М. Лаевского. – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН, 2004. С. 192-196.
- 16.Bormotin K.S., Oleinikov A.I. Regularizing parallel algorithms boundary - element calculation of elastic bodies with thin elements of structure // Book of Abstracts of XXXII International Summer School-Conference "Advanced Problems in Mechanics (APM)" 2004. P. 81-82.
- 17.Бормотин К.С., Олейников А.И. Моделирование состояния режущего инструмента с тонкослоистыми и дискретными покрытиями // “Информатика и системы управления” №2(8), 2004. С. 14-19.
- 18.Бормотин К.С., Олейников А.И. Эффективная регуляризация метода граничного элемента при моделировании изделий с покрытиями // Информатика и системы управления, 2004. №2(8). С. 19-26.
- 19.Бормотин К.С., Олейников А.И. Расчет режущих инструментов и покрытий максимальной работоспособности и долговечности // Новые материалы и технологии-НМТ-2004. Тезисы докладов Всероссийской научно-технической конференции. В 3-х томах. Т.2.- М.: ИЦ "МАТИ"-РГТУ им. К.Э.Циолковского, 2004. С. 8-9.
- 20.Бормотин К.С., Олейников А.И. Вычислительное моделирование НДС режущего инструмента с тонкослоистыми и дискретными покрытиями // Зимняя школа по механике сплошных сред (четырнадцатая) Тезисы докладов. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. С. 38.

21. Олейников А.И., Бормотин К.С., Григорьев Я.Ю., Клешнина А.Л. 2 и 3d инженерный анализ и программные решения для оценки технологичности проектов // Проблемы и пути решения инвестиционной и инновационной политики на предприятиях Хабаровского края. Технопарки. Инновационные центры: Материалы всероссийской научно-практической конференции: В 3 ч. Ч. 2. / Редкол.: Ю.Г. Кабалдин (отв.ред.) и др. – Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО “КнАГТУ”, 2005. С.10-12.
22. Олейников А.И., Коробейников С.Н., Серый С.В., Бормотин К.С. Моделирование процесса формообразования металлических изделий в процессе ползучести с учетом разных свойств материала при растяжении и сжатии в MSC.Marc и кластерные решения для высокопроизводительных вычислений // Вычислительная механика деформируемого твердого тела// Труды международной научно-технической конференции. В двух томах. – М.: МИ-ИТ,2006, Т. 2, С. 311-315.
23. Олейников А.И., Минеева Н.В., Бормотин К.С. Методы и алгоритмы параллельных расчетов тел с покрытиями и процессов формообразования панелей RRJ // Фундаментальные и прикладные вопросы механики. Материалы Всероссийской конференции, посвященной 70-летию академика В.П. Мясникова. Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2006. С.26-27.
24. Олейников А.И., Гузев М.А., Серый С.В., Бормотин К.С., Пекарш А.И. Виртуальная обработка на кластерных комплексах технологий формовки крупногабаритных изделий двойной кривизны и переменной толщины // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2007): труды Международной научной конференции (Челябинск, 29 января – 2 февраля 2007 г.). – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – Т.1. – С.15-23.
25. Гузев М.А., Олейников А.И., Серый С.В., Пекарш А.И., Бормотин К.С. Виртуальная отработка на кластерных комплексах технологий формовки крупногабаритных изделий двойной кривизны и переменной толщины // "Вычислительные методы и программирование", 2007, том 8. С. 123-129.
26. Олейников А.И., Пекарш А.И., Бормотин К.С. Моделирование формовки крупногабаритных изделий на кластерных комплексах // Материалы XV Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2007), 25-31 мая 2007г., Алушта. – М.: Вузовская книга, 2007. - С. 399-400.
27. Олейников А.И., Долгополик О.Д., Бормотин К.С. Интегрированная многопоточная система проектирования процессов изготовления панелей планера самолета // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Труды международной научной конференции (Санкт-Петербург, 28 января – 1 февраля 2008 г.). – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2008. – С. 199-206
28. Олейников А.И., Бормотин К.С. Анализ величины и распределения необратимых деформаций крыльевой панели при формообразовании // XXXIII Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: тезисы докладов. Владивосток: Изд-во Дальнаука, 2008. – С.223.

29. Олейников А.И., Коробейников С.Н., Бормотин К.С. О влиянии типа конечно-элементного представления при моделировании формообразования панелей из анизотропных разносопротивляющихся сплавов // XXXIII Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: тезисы докладов. Владивосток: Изд-во Дальнаука, 2008. - С. 223.
30. Олейников А.И., Бормотин К.С., Пекарш А.И. Напряженно-деформированное состояние крыльевых панелей в процессе их формообразования // XXXIII Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: тезисы докладов. Владивосток: Изд-во Дальнаука, 2008.- С.225-226.
31. Коробейников С.Н., Олейников А.И., Горев Б.В., Бормотин К.С. Математическое моделирование процессов ползучести металлических изделий из материалов, имеющих разные свойства при растяжении и сжатии // Вычислительные методы и программирование, 2008, том 9. С. 346-365.
32. Олейников А.И., Коробейников С.Н., Бормотин К.С. Влияние типа конечно-элементного представления при моделировании формообразования панелей из упругопластического материала // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2008. – Т. 1, № 2. – С. 63-73.
33. Олейников А.И., Коробейников С.Н. Бормотин К.С. Использование модели анизотропной ползучести в решениях трехмерных задач МКЭ // Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела и прогрессивные технологии в машиностроении: сб.ст. – Вып.3.-Ч.1. – Комсомольск-на-Амуре: ИМиМ ДВО РАН, 2009. – С.131-143.
34. Олейников А.И., Коробейников С.Н., Долгополик О.Д., Пекарш А.И., Бормотин К.С. Интегрированное проектирование и моделирование процессов формообразования крыльевых панелей // Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела и прогрессивные технологии в машиностроении: сб.ст. – Вып.3.-Ч.1. – Комсомольск-на-Амуре: ИМиМ ДВО РАН, 2009. – С.190-252.
35. Олейников А.И., Бормотин К.С. Модели установившейся ползучести в проектировании процессов изготовления элементов конструкций // Успехи механики сплошных сред: к 70-летию академика В.А. Левина: сб. науч. тр. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – С. 571-582.
36. Олейников А.И., Бормотин К.С. Новые модели ползучести для изотропных и трансверсально-изотропных тел в авиастроении // Успехи механики сплошных сред. Тезисы Всероссийской конференции, приуроченной к 70-летию академика В.А. Левина – Владивосток: Дальнаука, 2009. – С. 14.
37. Олейников А.И., Пекарш А.И., Бормотин К.С. Проектирование процессов ОМД в режимах старения // Теория и практика механической и электрофизической обработки материалов. Материалы международной научно-технической конференции (г. Комсомольск-на-Амуре, 2009): ГОУВПО «КнАГТУ», Ч.2. 2009. С. 120-130.
38. Бормотин К.С. Вариационная формулировка обратных задач теории ползучести // Теория и практика механической и электрофизической обработки

- материалов. Материалы международной научно-технической конференции (г. Комсомольск-на-Амуре, 2009): ГОУВПО «КнАГТУ», Ч.2. 2009. С. 131-136.
- 39.Бормотин К.С. Вариационная формулировка обратных задач теории ползучести для МКЭ-решения // XXXV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова. – Владивосток : ИАПУ ДВО РАН, 2010. С. 463-468.
- 40.Annin B. D., Oleinikov A. I., Bormotin K.S. Modeling of forming of wing panels of the SSJ-100 aircraft // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2010, V.51, Issue 4, pp 579-589.
- 41.Guzev M.A., Oleinikov A.I., Dolgopolik O.D., Bormotin K.S. Multithreaded Integrated Design of Airframe Panel Manufacture Processes // Methods and Tools of Parallel Programming Multicomputers, Revised selected papers of the 2nd Russia-Taiwan Symposium, MTPP-2010, Vladivostok, Russia, May 2010, LNCS 6083, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. С 283-292.
- 42.Бормотин К.С. МКЭ - решение обратных задач теории ползучести с минимальной поврежденностью // Международный симпозиум «Образование, наука и производство: проблемы, достижения и перспективы»: материалы Всероссийской конференции «Школа по фундаментальным основам моделирования обработки материалов» и научно-технической конференции «Математическое, вычислительное и информационное обеспечение технологических процессов и систем»: В 5т. Т.4 / Редкол.: А.М. Шпилев (отв.ред.) и др. - Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2010. С.34-37.
- 43.Олейников А.И., Бормотин К.С. Итерационный метод МКЭ-решения обратных задач теории ползучести с минимальной поврежденностью // Исследования и перспективные разработки в машиностроении: материалы научно-практической конференции молодых ученых и специалистов / под.об.ред. Р.А. Физулакова. - Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2010. – с.8-13.
- 44.Бормотин К.С. Многокритериальная постановка и некоторые решения обратных задач деформирования в условиях ползучести // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций: тез. докл. II Всерос.конф. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. С. 19.
- 45.Бормотин К.С. Технология решения обратных задач оптимального формообразования деталей в ползучести // Материалы Российской научно-технической конференции «Фундаментальные исследования в области технологий двойного назначения» и Российской конференции «Школа-семинар по методологическому обеспечению и фундаментальным основам технологий двойного назначения» – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2011. С.125-128.
- 46.Bormotin K.S. Inverse problems of optimal control in creep theory // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2012, Volume 6, Issue 4, pp 421-430.
- 47.Бормотин К.С. Решения обратных задач формообразования деталей в ползучести // Молодые ученые - Хабаровскому краю: материалы XIV Краевого

конкурса молодых ученых и аспирантов, Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2012. - Т.2. - С.92-96.

48. Bormotin K.S., Oleinikov A. I. Variational principles and optimal solutions of the inverse problems of creep bending of plates // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics 2012, Volume 53, Issue 5, pp 751-760.
49. Бормотин К.С. Моделирование задач формообразования в ползучести // XXXVI Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова – Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2012. С.80-85.
50. Бормотин К.С., Олейников А.И. Моделирование процесса клепки панелей // XXXVI Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова, – Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2012. С.169-174.
51. Бормотин К.С., Олейников А.И. Математическая модель обратной задачи формообразования деталей в режиме ползучести // Математическое моделирование и краевые задачи: Труды девятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч.1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. – Самара: СамГТУ, 2013. с. 56-57.
52. Бормотин К.С., Олейников А.И. Модель и метод решения обратной задачи формообразования деталей в режиме ползучести // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С. 55-57.
53. Бормотин К.С., Олейников А.И. Численные методы решения обратной задачи формообразования панелей в режиме ползучести с деформационным старением // Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 135-летию Томского государственного университета и 65-летию механико-математического факультета: Сборник тезисов (Томск, 02-04 октября 2013г.) – Томск: Изд-во «Иван Федоров», 2013. – с. 215.
54. Бормотин К.С., Нагаева Л.В. Метод решения обратной задачи формообразования деталей в условиях пластичности и ползучести // Материалы II международной научно-практической конференции «Академическая наука - проблемы и достижения» (Москва, 5-6 сентября 2013 г.) – CreateSpace 4900 LaCross Road, North Charleston, SC, USA 29406: 2013. - с. 205-208.
55. Bormotin K.S. Iterative method for solving geometrically nonlinear inverse problems of structural element shaping // Computational mathematics and mathematical physics, 2013, Vol.53, №12, pp.1908-1915.

Свидетельства:

56. Свид. о регистр. программы для ЭВМ. Программа для ЭВМ «UnformTheory» / Олейников А.И., Бормотин К.С. (Россия) - №2012612440; Заявл. 01.11.2011; Зарегистр. 06.03.2012.
57. Свид. о регистр. программы для ЭВМ. Программа для ЭВМ «AutoUnformTheory» / Олейников А.И., Бормотин К.С. (Россия) - №2013613916; Заявл. 01.03.2013; Зарегистр. 18.04.2013.