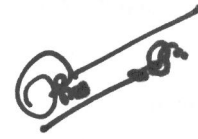


На правах рукописи



Вин Аунг

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС МОДЕЛИРОВАНИЯ И  
ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ  
ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2019

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика» в ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Механика и анализ конструкций и процессов» ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет», г. Комсомольск-на-Амуре  
**Бормотин Константин Сергеевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой механики и компьютерного моделирования ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», г. Воронеж  
**Ковалев Алексей Викторович**

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории проблем создания и обработки материалов и изделий обособленного подразделения Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН ФГБУН Хабаровского федерального исследовательского центра ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре  
**Севастьянов Георгий Мамиевич**


Ведущая организация: ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва

Защита состоится «28» ноября 2019 года в 13<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 999.055.04 в Комсомольском-на-Амуре государственном университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, д.27.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО КнАГУ и на сайте [www.knastu.ru](http://www.knastu.ru).

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью организации, просим направлять в адрес диссертационного совета, e-mail: [diss@knastu.ru](mailto:diss@knastu.ru).

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ октября 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук, доцент  Ю.Г. Егорова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Актуальность темы диссертационной работы обусловлена потребностью использования численного моделирования в связи с введением новейших технологических процессов, режимов, материалов при изготовлении деталей сложно-конструктивных конфигураций с высокими требованиями к размерной точности и эксплуатационному ресурсу. В отечественном и зарубежном авиастроении в качестве деталей применяются крупногабаритные монолитные панели, которые позволяют повысить прочность и жесткость конструкций с одновременным снижением массы и улучшением аэродинамических характеристик. Задание аэродинамической формы таких монолитных панелей проводится процессами формообразования, осуществляющихся в режимах пластического деформирования, как при обычных, так и при повышенных температурах. Современное оборудование, которым оснащены предприятия, имеет числовое программное управление. В качестве устройств для формования изделий из листов и панелей рассматриваются реконфигурируемый стержневой пуансон и обтяжное оборудование. Автоматизированное формообразование деталей требует разработки управляющей программы и электронной модели пуансона. Таким образом, точность полученной формы детали зависит от точности вычисленной и изготовленной формы оснастки, задающей упреждающую форму панели, и траектории деформирования листовой заготовки. Для обеспечения высокого качества изделия необходима оценка параметров формообразования с учетом анализа полноразмерных теоретических моделей, что возможно используя численные методы в моделировании и оптимизации технологических процессов формообразования панелей.

**Цель исследования** состоит в моделировании технологий формообразования тонкостенных конструкций, разработке и программной реализации метода численного анализа оптимального деформирования.

Для достижения указанной цели в работе решались следующие **задачи**:

- моделирование процесса формообразования панели в режиме ползучести в реконфигурируемой стержневой установке;
- моделирование процесса формообразования панели в режиме пластичности с помощью обтяжного оборудования;
- формулировка задачи оптимального управления в формообразовании при условиях пластичности и ползучести;
- разработка и программная реализация алгоритма расчета оптимального движения стержней при формообразовании;
- разработка и программная реализация метода расчета оптимальной траектории движения зажимов обтяжного оборудования при формообразовании панели;

– разработка и реализация параллельного алгоритма численного решения данных задач на кластере рабочих станций.

**Методы исследования.** В диссертации используются уравнения механики деформирования твердого тела, учитывающие малые деформации, большие перемещения и повороты, теорию упругости, пластичности и ползучести. Для построения дискретной модели оптимального управления задач используется теория конечно-элементного анализа, теория оптимизации. Метод решения рассматриваемых задач основывается на методе динамического программирования. Программная реализация, разработанных алгоритмов, сводится к построению пользовательских программ для MSC.Patran, MSC.Marc на языках PCL, Fortran и управляющей программы, написанной на языке C++ с использованием объектно-ориентированного программирования (архитектуры COM и DCOM).

**Научная новизна** результатов диссертации.

В результате моделирования технологических процессов формообразования тонкостенных конструкций, разработана математическая формулировка задач оптимального управления при деформировании панели с помощью реконфигурируемой стрелковой установки и обтяжного оборудования.

Используя дискретную формулировку задач оптимального управления, разработан новый численный метод определения оптимальных траекторий деформирования в технологических процессах формообразования, который реализуется в программном комплексе конечно-элементного анализа MSC.Patran, MSC.Marc.

Предложены алгоритмы ускорения расчета задачи оптимизации процессов формообразования с помощью метода локальной вариации и распределения вычислений на кластере машин.

**Достоверность.** Достоверность результатов диссертации определяется применением апробированных методов вычислительной механики, использованием современных комплексов программ инженерного анализа, обеспечением условий сходимости численных методов, а так же путем сравнения полученных численных решений с аналитическими.

**Практическая значимость** работы состоит в программной реализации в САЕ – системе численного метода определения оптимальных траекторий деформирования, учитывающего полноразмерные теоретические модели конструкций. Разработанные алгоритмы могут использоваться в промышленных приложениях, позволяют моделировать и эффективно оценивать параметры технологических процессов для изготовления деталей. Полученные результаты научного исследования имеют большое значение в авиационном машиностроении, в частности, в филиале ПАО "Компания

"Сухой" "Комсомольский-на-Амуре авиационный завод имени Ю.А. Гагарина".

**Личный вклад.** Автором осуществлено моделирование технологических процессов формообразования тонкостенных конструкций с помощью реконфигурируемой стрелочной установки и обтяжного оборудования, проведен анализ траекторий деформирования, разработан, исследован и программно реализован численный метод определения оптимальных траекторий деформирования. Данные результаты исследований автора отражены в статьях в соавторстве.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях: 46-я научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2016 г.), IX всероссийская конференция «Механика деформируемого твердого тела» (г. Воронеж, 2016 г.), 47-я научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2017 г.), Международная научно-техническая конференция «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении» (г. Севастополь, 2017 г.), II Дальневосточная школа-семинар «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2017 г.), Всероссийская конференция молодых учёных-механиков (г. Сочи, 2018г.), Международная научно-техническая конференция «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении» (г. Севастополь, 2018 г.), III Дальневосточная школа-семинар «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2018 г.), Всероссийская научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2018 г.), Международная мульти-дисциплинарная конференция по промышленному инжинирингу и современным технологиям (FarEastCon, г. Комсомольск-на-Амуре, 2018 г.), Пятая научно-практическая конференция молодых учёных и специалистов, приуроченная ко «Дню машиностроителя» (ПАО «Компания «Сухой» «КНААЗ им. Ю.А. Гагарина», г. Комсомольск-на-Амуре, 2018 г.), XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019 г.).

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, приложения. Объём диссертации составляет 111 страницы, включая 39 рисунков, 3 таблицы, 1 приложения.

Список литературы содержит 114 наименований работ отечественных и зарубежных авторов.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, научная новизна и практическая ценность полученных результатов.

**В первой** главе дан обзор технологий формообразования тонкостенных конструкций в производстве и способов их моделирования. Монолитные панели (обшивки) крыла и фюзеляжа из алюминиевых сплавов толщиной до 10 мм широко применяются в конструкциях широкофюзеляжных современных самолетов (Белянин П.Н.). Длина фрезерованных обшивок крыла достигает 35 м и длина листовых фюзеляжных обшивок самолетов может достигать до 15 м.

Среди возможных технологических процессов для изготовления монолитных панелей двойной кривизны отмечается технология формообразования в режиме ползучести (F.C. Ribeiro, E.P. Marinho, D.J. Inforzato, P.R. Costa, G.F. Batalha, Takafumi Adachi, Shirou Kimura, Takahiro Nagayama, Hiroyuki Takehisa, Masakazu Shimanuki, С.Н. Веричев, Б.В. Горев, И.А. Банщикова). Формообразование деталей в режимах ползучести и близких к сверхпластичности позволяет расширить диапазон температурно-силовых режимов нагружения, включая нестационарные режимы деформирования, и совместить процесс формообразования с процессами термообработки материала. Применение таких процессов позволяет значительно снизить уровень нагрузок за счет температуры и увеличения длительности силового воздействия. При этом существенно возрастает деформационная способность материала, что приводит к сохранению остаточного эксплуатационного ресурса (живучести) деталей. Одним из наиболее перспективных способов деформирования заготовок в режиме ползучести является многоточечная формовка с помощью реконфигурируемого стержневого пуансона (матрицы) (Bahattin Koc, Sridhar Thangaswamy, E. Haas, R.C. Schwarz, J.M. Papazian, V. Păunoiu, E. Găvan, A. Dimache, D. Simon, L. Kern, J. Wagner, G. Reinhart, Клопотов И.Д., Любашевская И.В., Раевская Г.А., Рублевский Л.Л., Соснин О.В.). Формующая поверхность, как пуансона, так и матрицы, образованная двумя системами соосно расположенных стержней, каждый из которых выставляется в индивидуальную позицию посредством числового программного управления, позволяет адаптировать оснастку для изготовления деталей различной конфигурации.

В настоящее время предприятия авиационной промышленности оснащены обтяжным оборудованием с числовым программным управлением. Формообразование деталей на прессе обтяжкой требует

разработки управляющей программы и электронной модели обтяжного пуансона.

Основное свойство металлов, которое обеспечивает остаточную кривизну панели после деформирования и разгрузки, заключается в образовании необратимых (неупругих) деформаций. Неупругие деформации могут состоять, как из пластических деформаций, так и деформаций ползучести. Исследования режимов возникновения неупругих деформаций служили предметом многочисленных исследований (Д.Д. Ивлев, Г.И. Быковцев, А.А. Ильюшин, А.Ю. Ишлинский, Л.М. Качанов, В.Д. Ключников, Н.Н. Малинин, Ю.Н. Работнов, В.П. Радченко и т.д.).

При проектировании машин, технологических процессов широко применяются программные комплексы инженерного анализа (САЕ), основанные на методе конечных элементов (МКЭ) (К.Ж. Bathe, Р. Wriggers, О.С. Zienkiewicz, R. L. Taylor, С.Н. Коробейников, В.Г. Фокин и т.д.). Основой МКЭ являются вариационные принципы, в которых неизвестные функции заменяются полиномами. Алгоритмы решения конечно-элементных уравнений для нелинейных задач встроены во множество комплексов программ инженерного анализа, например: MSC.Nastran, MSC.Marc, Ansys, Abaqus и т.д.

Для оптимизации параметров работы технологического оборудования необходима постановка и решение задач оптимального управления. Аналитические решения в поиске оптимальных путей деформирования пластин зависят от геометрии модели, свойств материала и определяются при некоторых упрощениях модели (И.Ю. Цвелодуб, К.С. Бормотин, А.И. Олейников). Таким образом, требуется разработка общих численных методов решения задач оптимального управления в формообразовании деталей.

В теории управления вариационные формулировки возникают при требовании оптимальности управляемого процесса, а вариационные методы часто оказываются эффективным средством численного решения разнообразных задач (Ф.Л. Черноусько, Н.В. Баннчук). Для численного решения задачи оптимального управления с ограничениями часто используют метод динамического программирования (Ф.П. Васильев, Н.Н. Моисеев, Р. Беллман).

**Во второй** главе предлагается математическая формулировка задачи оптимального управления в технологических процессах. В задаче формообразования в режиме ползучести изделий из листов и панелей с помощью реконфигурируемого стержневого пуансона определяется оптимальный закон движения стержней. Для технологии обтяжки на прессе при изготовлении обшивок двойной кривизны определяется оптимальный закон движения зажимов по критериям наибольших остаточных деформаций и наименьшей поврежденности.

Пусть  $V \subset R^3$  - ограниченная область с достаточно регулярной границей  $S$ . Контактная поверхность жестких тел с деформируемым обозначается через  $S_c$  ( $S_c \subset S$ ). Обозначим через  $u = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$ ,  $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$  - векторы текущих, остаточных перемещений деформируемого тела и векторы перемещений контактных тел.

Рассматривается квазистатическая задача формообразования в условиях ползучести с учетом малых деформаций, но больших перемещений и поворотов (общая Лагранжева формулировка) с упругой разгрузкой. Данные задачи формулируются в виде вариационных принципов с функционалами

$$J_1(\dot{\bar{u}}, \dot{u}) = \dot{W}_c + a(\dot{u}, \dot{u}) \text{ при } \dot{\bar{u}}|_{S_c} = \dot{\bar{u}}^*, \quad (1)$$

$$J_2(\dot{\tilde{u}}) = a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}) \quad (2)$$

где  $\dot{\bar{u}}^*$  - заданные контактные скорости перемещений в момент времени  $t$ ;  $t \in [0, T]$  - время деформирования тела под нагрузкой;  $W_c$  - соотношения, полученные наложением контактных условий на движения тел методом множителей Лагранжа или методом штрафных функций; потенциальные формы определяются в виде  $a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V [\partial E(\dot{u}_{i,j}) / \partial \dot{u}_{i,j}] \dot{v}_{i,j} dV$  и

$$a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V [\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) / \partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}] \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV, \quad \text{где}$$

$$E(\dot{u}_{i,j}) = (1/2) c_{ijpl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{pl}^c + (1/2) \sigma_{ij} \dot{u}_{p,i} \dot{u}_{p,j},$$

$\tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = (1/2) c_{ijpl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{pl}^c + (1/2) \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j}$ ,  $c_{ijpl}$  - компоненты тензора упругих констант,  $\dot{\epsilon}_{ij}$ ,  $\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}$  - компоненты скоростей текущих и остаточных деформаций;  $\dot{\epsilon}_{pl}^c$  - компоненты скоростей деформаций ползучести, определяемые по закону установившейся ползучести:  $\dot{\epsilon}_{ij}^c = \gamma s_{ij}$ ,

$$\gamma = \frac{3}{2} B \bar{\sigma}^{\eta-1}, \quad s_{ij} - \text{компоненты девиатора тензора напряжений, } \bar{\sigma} = \sqrt{3/2 s_{ij} s_{ij}}$$

- эффективное напряжение (интенсивность напряжений), где  $B$ ,  $\eta$  - константы материала;  $\dot{\epsilon}_{ij} = (1/2)(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{p,i} u_{p,j} + u_{p,i} \dot{u}_{p,j})$ ,

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} = (1/2)(\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i} + \dot{\tilde{u}}_{p,i} \tilde{u}_{p,j} + \tilde{u}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j}), \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j},$$

точкой сверху обозначены скорости перемещений  $\dot{u}_i$ ,  $\dot{\tilde{u}}_i$ ,  $\dot{\bar{u}}_i$ ,  $i, j, p, l = 1, 2, 3$ ,

Компоненты скорости текущего и остаточного второго тензора напряжений Пиола–Кирхгофа определяются соотношениями

$$\dot{\sigma}_{ij} = c_{ijpl} (\dot{\epsilon}_{pl} - \dot{\epsilon}_{pl}^c), \quad \dot{\rho}_{ij} = c_{ijpl} (\dot{\tilde{\epsilon}}_{pl} - \dot{\tilde{\epsilon}}_{pl}^c).$$



Для решения обратной задачи, определяющего конечное положение стержней, которые задают необходимое упреждение заготовке по заданной остаточной форме панели, используется итерационный метод

$$\bar{u}_i^{m+1} = \bar{u}_i^m + \alpha^m (\tilde{u}_i^* - \tilde{u}_i^m) + \beta^m (\bar{u}_i^m - \tilde{u}_i^m) \text{ на } S_c, \quad (3)$$

где  $0 < \alpha^m < 2$ ,  $\beta^m \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{u}^*$  - заданные остаточные перемещения.

Задача оптимального деформирования сформулирована следующим образом: необходимо найти закон движения стержней реконфигурируемого пуансона, деформирующие заготовку за заданное время  $T$ , так что в момент времени  $t=T$ , будут получены заданные деформации ползучести  $\dot{\varepsilon}_{pl}^{c*}$  и минимальный параметр повреждения  $\Omega$ .

Экспериментальные результаты позволяют отождествить удельную работу рассеяния  $A = \int_0^T \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^c dt$  с параметром поврежденности.

Таким образом, математическая формулировка задачи оптимального управления включает уравнения механики деформируемого твердого тела, полученные из условий стационарности (1), и функционал оптимизации:

$$J_3 = \int_0^T \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^c dV dt \rightarrow \inf. \quad (4)$$

В качестве функции управления принимаются перемещения  $\bar{u}(t) = f(t)\bar{u}^m$  точек контактных тел на границе  $S_c$ , а функции состояния – перемещения, деформации, напряжения в теле  $V$ . Таким образом, определив некоторое решение  $\bar{u}^m$  обратной задачи по методу (3), решается задача поиска оптимальной функции  $f(t)$ .

Вторая задача связана с моделированием технологии обтяжки на прессе для изготовления обшивок двойной кривизны. Контактная поверхность пуансона с деформируемым телом обозначается через  $S_c$ . Область задания краевых смещений, моделирующих движение зажимов обтяжного оборудования, обозначается через  $S_b$ . Для данной задачи  $t$  – параметр деформирования.

Задача кинематического формообразования обтяжкой на пуансоне формулируется, в виде квазистатического вариационного принципа с функционалом

$$J_4(\dot{u}, u) = W_c + a(\dot{u}, u) \text{ при } \dot{u}|_{S_b} = \dot{u}^*. \quad (5)$$

Задача разгрузки формулируется с помощью функционала (2). Здесь потенциальные формы определяются в виде

$$E(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl}^p + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{p,i} \dot{u}_{p,j},$$

$$\tilde{E}(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl}^p + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{u}_{p,i} \dot{u}_{p,j}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \text{компоненты скоростей}$$

пластических деформаций ( $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_{ij}}$ ,  $\lambda > 0$  - функция требующая

определения,  $\frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_{ij}}$  вектор в пространстве компонент девиатора тензора

напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести, уравнение  $\hat{f} = 0$  определяет поверхность в пространстве компонент девиатора тензора напряжений).

Для расчета формы пуансона, задающего необходимое упреждение панели, используется итерационный метод для решения обратных задач формообразования обтяжкой

$$\begin{aligned} \dot{u}_i^{m+1} &= \dot{u}_i^m + \alpha^m (\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^m) + \beta^m (\dot{u}_i^m - \dot{u}_i^m) \text{ на } S_c, \\ \dot{u}_i^{m+1} &= \dot{u}_i^m + \alpha^m (\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^m) + \beta^m (\dot{u}_i^m - \dot{u}_i^m) \text{ на } S_b, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $0 < \alpha^m < 2$ ,  $\beta^m \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$ . Упреждающая форма должна обеспечивать заданную остаточную кривизну панели после освобождения ее от силовой оснастки.

Пусть исходная панель расположена так, что ось  $z$  направлена по нормали, ось  $x$  - вдоль панели и ось  $y$  - поперек (рис.1). При продольной обтяжке задается траектория движения краев панели  $u|_{S_b} = u^*$ , компонентами по оси  $x, z$ . В задаче обтяжки крупногабаритных панелей в качестве параметров, определяющих прогиб, рассматриваются перемещения по оси  $z$ .

Математическая формулировка задачи оптимального управления включает уравнения механики деформируемого твердого тела и функционал оптимизации

$$J_5 = \int_S \tilde{u}_z(T) dS \rightarrow \inf. \quad (7)$$

Кроме того, рассмотрим вариант задачи оптимального управления с функционалом

$$J_6 = \int_0^T \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p dV dt \rightarrow \inf. \quad (8)$$

В первом случае будет определяться путь, при котором обеспечиваются максимальные остаточные перемещения по абсолютному значению (7), а во втором случае - будет определяться путь с минимальной поврежденностью материала в пластичности (8) (функционал представляет работу рассеяния).

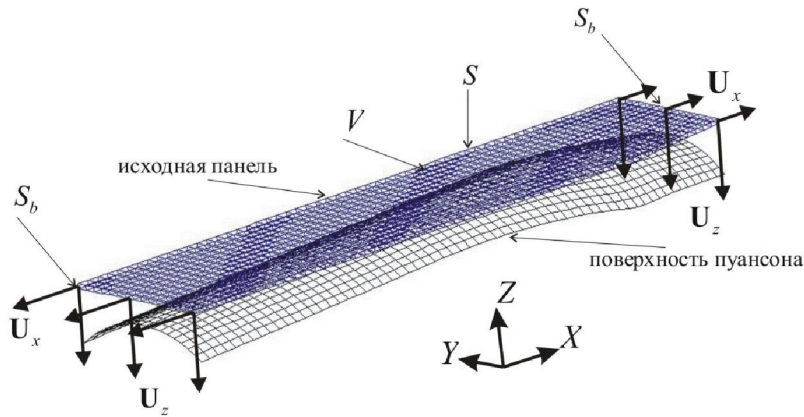


Рисунок 1 - Конечно-элементная модель исходной панели и поверхность пуансона.

**Третья глава** посвящена реализации метода динамического программирования в методе конечных элементов.

Применяя основные процедуры метода конечных элементов к рассмотренным вариационным принципам строятся дискретные уравнения задач деформирования и разгрузки

$${}^{t+\Delta t'} \mathbf{K}^{(r-1)} \Delta \mathbf{U}^{(r)} = {}^{t+\Delta t'} \mathbf{R}^{(r-1)}, \quad {}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{K}}^{(i-1)} \Delta \hat{\mathbf{U}}^{(i)} = {}^{t+\Delta t'} \hat{\mathbf{R}}^{(i-1)}, \quad (9)$$

где  ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{K}^{(r-1)}$ ,  ${}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{K}}^{(r-1)}$  - симметричные матрицы касательной жесткости (в матрицах уже включены дополнительные элементы, образующиеся от контактных ограничений),  ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{R}^{(r-1)}$ ,  ${}^{t+\Delta t'} \hat{\mathbf{R}}^{(r-1)}$  - вектора внутренних и внешних сил. Верхние индексы величины  $t + \Delta t'$  указывают значение параметра нагружения, для которого она вычисляется. Верхние индексы величины  $(r-1)$  указывают на номер итерации при уточнении решения методом Ньютона-Рафсона. Вектор перемещений следующего шага определяется по формуле  ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{U} = {}^t \mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}$ ,  ${}^{t+\Delta t'} \hat{\mathbf{U}} = {}^t \hat{\mathbf{U}} + \Delta \hat{\mathbf{U}}$ . В результате решения первой задачи по заданным перемещениям, обеспечивающих формоизменение заготовки в стержневой установке или прижатие заготовки к пуансону и растяжение, находится деформированная модель с распределением напряжений и деформаций. Вторая задача на основе данных о начальных напряжениях и деформациях определяет перемещения разгрузки. После этого можно найти остаточные узловые перемещения  $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U} + \hat{\mathbf{U}}$ . Для обеспечения устойчивого процесса интегрирования в системе MSC.Marc используется схема адаптивного пошагового выбора - AUTO STEP, AUTO CREEP. Управление шагом нагружения  $\Delta t'$  в данной схеме связано с количеством повторений, необходимых для достижения сходимости.

Пусть вектор-функция перемещения узловых точек контактных тел на границе  $S_c$  задается в виде  $\bar{\mathbf{U}}(t) = f(t) \bar{\mathbf{U}}^m$ , где  $\bar{\mathbf{U}}^m$  - решение обратной

задачи по методу (3) с произвольной функцией  $f(t)$ . Наряду с дискретизацией по параметру  $t$ , вызванной решением нелинейных задач механики методом конечных элементов, для приближенного решения задачи оптимального управления вводится дополнительная сетка:  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N = T$ . Учитывая дискретные по времени уравнения пошаговой процедуры интегрирования (9) при условии  $\Delta t' \leq t_{k+1} - t_k$  минимизируемый функционал (4) заменяется формулой

$$\bar{J}_3 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \int_V \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^c dV \rightarrow \inf \text{ или } \bar{J}_3 = \max_{x \in V} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} {}^t \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^c \right] \rightarrow \inf. \quad (10)$$

В данном случае, дискретная задача оптимального управления будет включать дискретные по времени уравнения пошаговой процедуры интегрирования (9) и минимизируемый функционал (10). В такой постановке строится функция Беллмана и задача решается методом динамического программирования.

На множестве  $G_k \equiv G(t_k)$  возьмем некоторую дискретную сетку точек  $u_{kg} \in G_k$ ; множество всех точек выбранной сетки будем обозначать через  $H_k$  ( $k = 0, 1, \dots, N$ ). На двух соседних шкалах  $H_k$  и  $H_{k+1}$  возьмем точки  $a \in H_k$  и  $b \in H_{k+1}$ . Здесь в качестве  $u_{kg} \in G_k$  приняты возможные положения контактных тел во времени, которые задают перемещения пластинок.

В решении задачи деформирования пластинок при перемещении контактных тел из положения  $a \in H_k$  в  $b \in H_{k+1}$  с некоторой функцией  $f(t)$  с помощью уравнения в (9) определяются на отрезке времени  $[t_k, t_{k+1}]$  перемещения, деформации и напряжения пластинок. Таким образом, задача

$$A(a, b, \bar{U}(t), t_{k+1}) = \max_{x \in V} \left[ \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} {}^t \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^c \right] \rightarrow \inf, \quad (11)$$

$$a = \bar{U}(t_k), \quad b = \bar{U}(t_{k+1}), \quad \Delta t' \leq t_{k+1} - t_k \quad (12)$$

будет определять элементарную операцию, соединяющую точки  $a$  и  $b$ . Через  $\Delta_{k+1}(a, b)$  обозначается множество всех управлений  $\bar{U}(t)$ , для которых выполняется (9), (12).

Если все точки всех соседних шкал попарно соединены элементарными операциями и (11) выполняется для каждого  $k$ , то величина

$$\sum_{k=0}^{N-1} M_{k+1}(u_{kg}, u_{k+1, g_{k+1}}) \quad (13)$$

представляет собой значение функции (10) на управлении  $\bar{U}(t) = \bar{U}_{k+1}(t)$ ,  
 $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $\bar{U}(0) = 0$ , где  
 $M_{k+1}(a, b) = \inf_{\bar{U} \in \Delta_{k+1}(a, b)} A(a, b, \bar{U}(t), t_{k+1})$ .

Таким образом, необходимо отыскать минимум (13) по всевозможным наборам точек  $(u_{0g_0}, u_{1g_1}, \dots, u_{Ng_N})$ ,  $u_{kg_k} \in H_k$ ,  $k = 0, \dots, N$ .

Для уточнения решения, полученного методом динамического программирования, предлагается использовать метод локальных вариаций. В этом случае предполагается, что некоторый путь  $\Gamma_0$ , соединяющий шкалы  $H_0$  и  $H_N$  известен. Для определения более короткого пути на шкале  $H_k$  выбираются несколько точек ближайших к линии  $\Gamma_0$  и сравниваются пути, проходящие через эти точки, а на других участках путь  $\Gamma_0$  остается без изменений. Если находится путь с меньшей длиной, то этот путь принимается за  $\Gamma_0$ . Далее просматриваются точки следующей шкалы  $H_{k+1}$ . Сетку шкалы  $H_k$  перед поиском данным алгоритмом необходимо уменьшить.

Для задач деформирования тел в условиях пластичности с учетом дискретизации параметра нагружения функционалы (7), (8) могут быть представлены в виде

$$J_1 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_S \Delta \tilde{U}_z(t) \rightarrow \inf, \quad J_2 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_V \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p \rightarrow \inf, \quad (14)$$

где  $\Delta \tilde{U}_z(t)$  - компоненты приращения остаточных перемещений узлов.

Уравнения (9) и критерии оптимизации (14) образуют дискретные задачи оптимального управления. Вектор-функция  $U(t)$  перемещений узлов, расположенных на торцах панели (граница  $S_b$ , рис.1) задается компонентами в виде  $U_x(t) = f_1(t)U_x^*$ ,  $U_z(t) = f_3(t)U_z^*$ , где  $U_x^*$ ,  $U_z^*$  - некоторое решение, обеспечивающее необходимую остаточную форму панели. Граница  $S_b$  в конечно-элементном аналоге представляет собой набор узлов, расположенных на торцах панели. Необходимо найти оптимальную функциональную зависимость компонент перемещений  $U_z = f(U_x)$ .

Аналогично предыдущей задаче, определяется элементарная операция, соединяющая соседние точки, и находится минимум по всевозможным наборам точек.

**В четвёртой главе** приводится программная реализация метода динамического программирования в системе MSC.Marc, MSC.Patran для задач оптимизации работы технологического оборудования при формообразовании деталей.

Задача оптимального деформирования в режиме ползучести сводится к определению оптимальной функции  $f(t)$  перемещения контактных стержней по следующему алгоритму: среди всех ломанных, соединяющих  $H_0$  и  $H_N$  и лежащих в допустимой области, найти линию, длина которой наименьшая.

Движение контактных стержней вдоль оси  $z$  задается формулой:  $\bar{U}_{z,h}(t) = f(t)\bar{U}_{z,h}^*$ . Здесь  $h$  – номер контактного тела. Значения перемещений контактных тел  $\bar{U}_{z,h}^*$ , обеспечивающих заданную кривизну пластинки, вычисляются по методу (3).

Для программной реализации метода динамического программирования и построения функции  $f(t)$ , предлагается следующий алгоритм для рассматриваемой сетки с  $N$  шагами по времени и  $M$  - по величине перемещений. Шаги метода динамического программирования вычисляются по формуле:  $\Delta\bar{t} = t_{k+1} - t_k = \frac{T}{N}$ ,  $k = 1, \dots, N$ . На каждом интервале  $[t_k, t_{k+1}]$  при решении задачи уравнениями (9) задается один из вариантов граничных условий на перемещения: 1.  $(0, 0)$  – перемещения отсутствуют, 2.  $(0, \Delta\bar{U}_{z,h})$ , 3.  $(\Delta\bar{t}, 0)$ , 4.  $(\Delta\bar{t}, \Delta\bar{U}_{z,h})$ , где  $\Delta\bar{U}_{z,h} = \frac{\bar{U}_{z,h}^*}{M}$ .

Для определения вариантов задания граничных условий на всех интервалах  $[t_k, t_{k+1}]$  ( $k = 1, \dots, N$ ) вводится вектор-строка следующего вида

$$[\gamma_{t_1}, \gamma_{z_1}; \gamma_{t_2}, \gamma_{z_2}; \dots; \gamma_{t_{N+M}}, \gamma_{z_{N+M}}], \gamma_{t_d} = 0, 1, \gamma_{z_d} = 0, 1, d = 1, \dots, N + M. \quad (15)$$

В решении задачи методом конечных элементов (9) шаг интегрирования задается в системе MSC.Marc с учетом условия  $\Delta t' \leq t_{k+1} - t_k$ ,  $\sum \Delta t' = T$ . Таким образом, на каждом интервале  $[t_k, t_{k+1}]$  граничные условия для перемещений контактных жестких тел в направлении оси координат  $z$  задаются в виде  $(\gamma_{t_d} \Delta\bar{t}, \gamma_{z_d} \Delta\bar{U}_{z,h})$ ,  $d = 1, \dots, N + M$ . Согласно представлению (15) обеспечивается шаговое изменение функции по вертикали, горизонтали и диагонали. В данном случае, произвольная кривая заменяется наборами прямолинейных коротких отрезков.

В конечном итоге, формируется список конечно-элементных задач с различными наборами (15) и выполняется расчет. По результатам расчетов некоторого варианта сравниваются критерии по (10) и сохраняются наилучшие значения списка (15). Затем при переходе на следующую итерацию и формировании (15), учитываются предыдущие наилучшие варианты. Худшие варианты в дальнейшем ходе алгоритма уже не учитываются.

Задача оптимального деформирования в режиме пластичности при обтяжке сводится к определению функций граничных условий  $f_1(t)$ ,  $f_3(t)$ , обеспечивающих оптимальную зависимость  $U_z = f(U_x)$ , при которой выполняется притягивание заготовки к пуансону и растяжение вдоль пуансона.

Шаги метода динамического программирования вычисляются по формуле:  $t_{k+1} - t_k = \frac{T}{N + M}$ ,  $k = 1, \dots, N + M$ . На каждом интервале  $[t_k, t_{k+1}]$

при решении задачи уравнениями (9) задается один из вариантов граничных условий на перемещения: 1. (0,0) – перемещения отсутствуют,

2.  $(\Delta U_x, 0)$ , 3.  $(0, \Delta U_z)$ , 4.  $(\Delta U_x, \Delta U_z)$ , где  $\Delta U_x = \frac{U_x^*}{N}$ ,  $\Delta U_z = \frac{U_z^*}{M}$ .

Для определения вариантов задания граничных условий на всех интервалах  $[t_k, t_{k+1}]$  ( $k = 1, \dots, N + M$ ) вводится вектор-строка следующего вида

$$[\gamma_{x_1}, \gamma_{z_1}; \gamma_{x_2}, \gamma_{z_2}; \dots; \gamma_{x_{M+N}}, \gamma_{z_{M+N}}], \gamma_{x_k} = 0, 1, \gamma_{z_k} = 0, 1, k = 1, \dots, N + M. \quad (16)$$

В данном случае  $\sum \Delta t' = 1$  и на каждом интервале  $[t_k, t_{k+1}]$  задаются граничные условия для перемещений в направлениях осей координат  $x, z$  в виде  $(\gamma_{x_k} \Delta U_x \Delta t(N + M), \gamma_{z_k} \Delta U_z \Delta t(N + M))$ ,  $k = 1, \dots, N + M$ .

При обтяжке растяжение должно проходить по касательной к краю пуансона, в этом случае граничные условия на перемещения задаются с учетом уравнения касательной плоскости к пуансону. Возможные варианты функций перемещений в направлениях осей координат  $x, z$  для обоих краев панели представляют собой ломаные линии. Поиск оптимальной траектории деформирования выполняется путем формирования и расчета конечно-элементных задач с различными наборами (16).

В силу большого объема вычисления однотипных времязатратных задач разработан алгоритм параллельного конечно-элементного анализа на кластере вычислительных машин. В данной работе рассматривается вариант, при котором задача, для каждого набора (15), (16) построенного метода, вычисляется только на одной из машин. Реализация такого распределенного алгоритма проводится с использованием архитектуры COM и DCOM. Управление входными и выходными данными задач проводится с помощью пользовательских процедур MSC.Marc (FORTRAN-модули).

Комплекс программ, реализующий итерационный метод решения задач оптимального формообразования с возможностью распределенных вычислений на кластере машин можно представить в виде следующей схемы (рис.2). Программная реализация метода динамического программирования включает COM-клиента на главной рабочей станции и

СОМ-серверы, загруженные на рабочих станциях. Согласно схеме на рис.2, СОМ-клиент реализует Блок управления задачами, с помощью которого формируются необходимые наборы (15), (16) и раздаются СОМ-серверам для расчета.

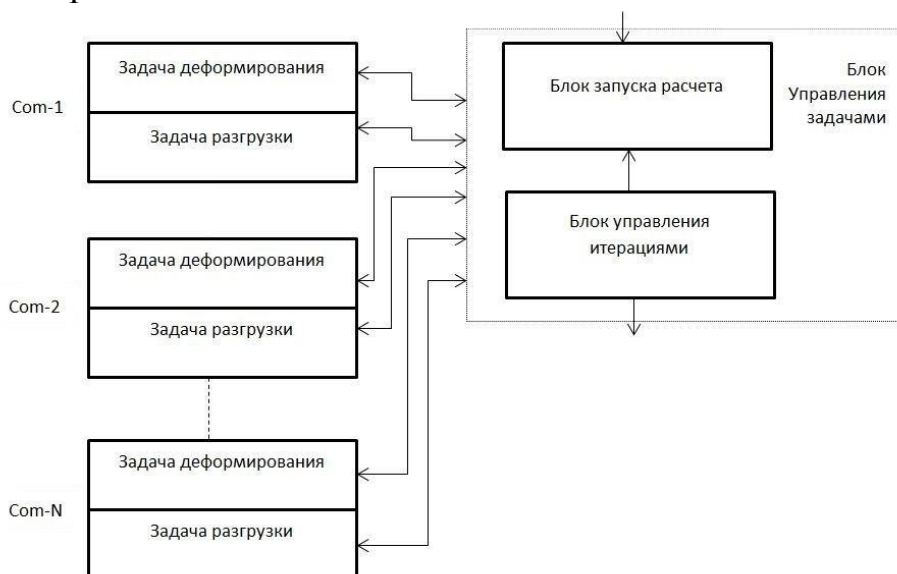


Рисунок 2 - Схема программной реализации итерационного метода.

**В пятой главе** представлены результаты моделирования и оптимизации технологических процессов формообразования.

Для анализа траекторий деформирования рассматривается моделирование процесса многоточечного формообразования квадратной пластинки в установке с верхней и нижней матрицей, включающих по четыре стержня. Для определения конечного положения стержней, обеспечивающих необходимую упреждающую форму панели, представлен пример решения обратной задачи.

Возможные варианты функций  $f(t)$  представляют собой ломанные проходящие от точки  $O$  к точке  $B$  (рис.3). В результате решения задачи по критерию энергии рассеяния при  $N=M=3$  среди данных возможных вариантов оптимальным будет путь деформирования по линейной функции (линия 2 на рис.3). Аналитическое решение задачи оптимального деформирования пластинки представлено кривой 1. В результате применения алгоритма уточнения решения методом локальных вариаций находится траектория 3. По данному пути движения контактных тел деформированная конфигурация и максимальное значение энергии рассеяния в пластинке представлена на рис.4. Для случая  $N=M=6$  численное оптимальное решение, полученное методом динамического программирования (4, рис.3), приближается к аналитической кривой.

В случае обтяжки, анализируются различные варианты траекторий движения зажимов при формообразовании панели. Представлены результаты расчета методом динамического программирования,



определяющие оптимальный закон движения зажимов по разным критериям и сеткам (в частности, при  $N=M=10$  рис.5, а – (7), б – (8)). Для расчета формы пуансона в обтяжном оборудовании приводится пример решения обратной задачи.

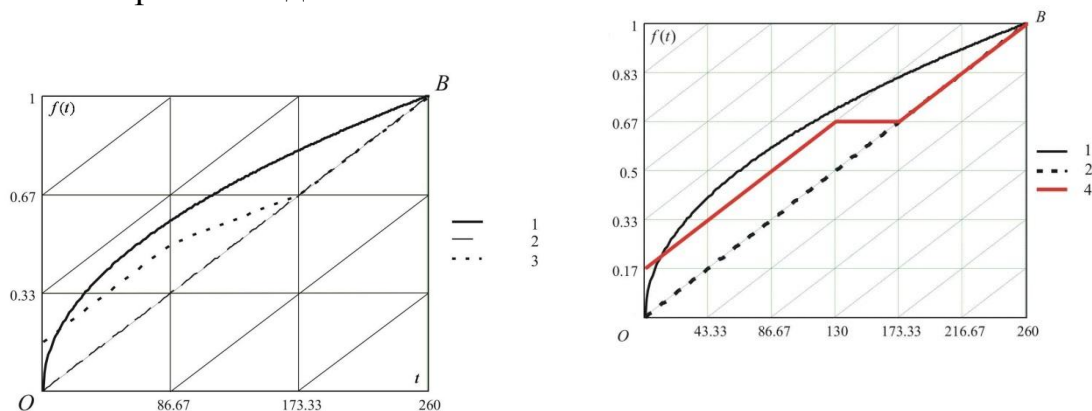


Рисунок 3 - Законы движения контактных тел при  $N=M=3$ ,  $N=M=6$ .

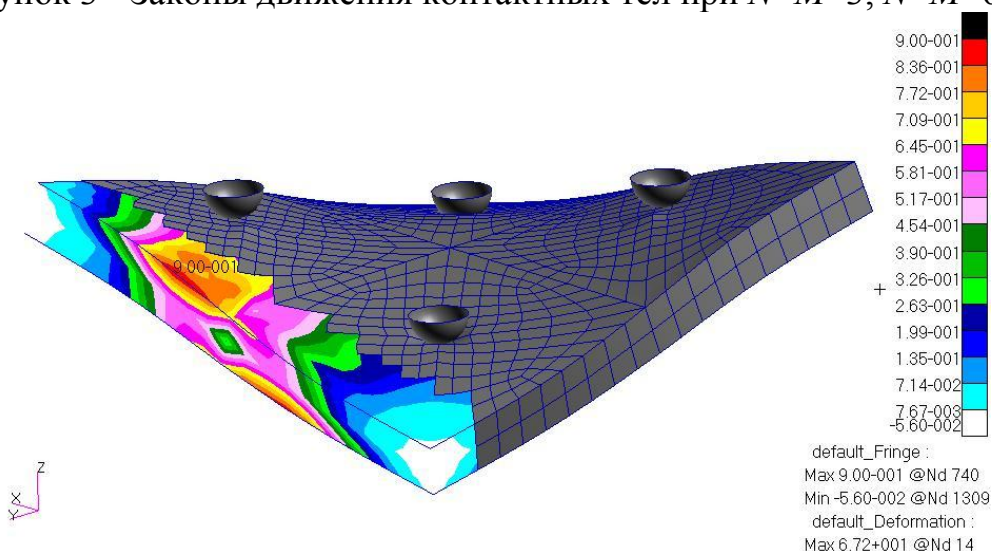


Рисунок 4 - Деформированная конфигурация пластинки и максимальное значение энергии рассеяния.

В рассмотренном методе исходная задача сводится к последовательности вспомогательных более простых задач минимизации. Данный метод уменьшает объем вычислений по сравнению с простым перебором всевозможных путей деформирования, так как в процессе расчета не оптимальные траектории исключаются. Предложенный метод может быть модифицирован за счет выбора другой сетки, включающей не монотонность траектории перемещения, введения новых критериев оптимальности и/или ограничений, учета дополнительных процессов в обтяжке, например, термообработку.

Вычислительный комплекс, включающий возможности моделировать процессы формообразования тонкостенных конструкций, оптимизировать траекторию деформирования и форму оснастки, позволяет проектировать

технологические процессы изготовления деталей на этапе подготовки производства.

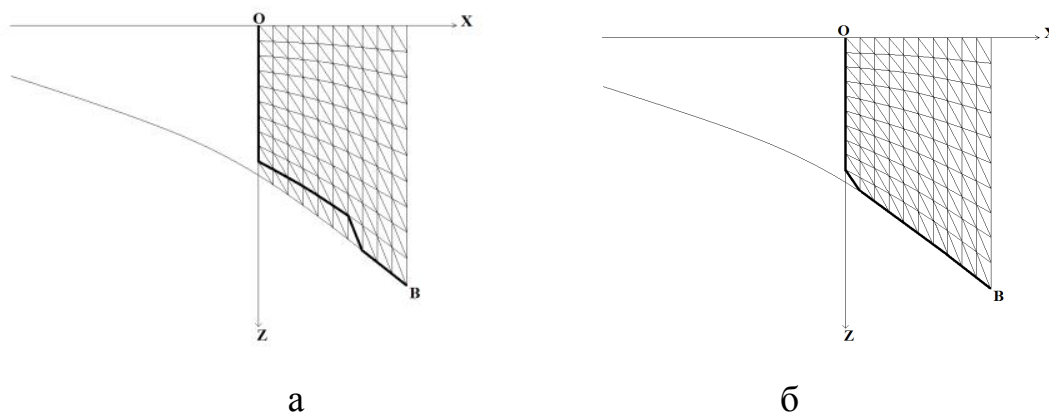


Рисунок 5 - Возможные варианты и оптимальный путь деформирования в пластичности по технологии обтяжки на прессе.

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

### **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ДИССЕРТАЦИИ**

1. Дана математическая формулировка задач оптимального управления при деформировании панели с помощью реконфигурируемой строжневой установки и обтяжного оборудования, обеспечивающих минимальное значение поврежденности материала и максимальное значение остаточных деформаций.
2. На основе дискретизации уравнений задач оптимального управления построен численный метод поиска оптимальных траекторий деформирования в технологических процессах формообразования.
3. Представлен анализ траекторий деформирования панели с помощью реконфигурируемой строжневой установки и обтяжного оборудования по введенным критериям, используя моделирование в САЕ-системах. Определены с помощью итерационного метода решения обратных задач параметры оснастки, задающей необходимое упреждение панели для учета в задачах оптимизации.
4. Определена достоверность полученных численных результатов решения задач оптимизации траекторий деформирования панели в пластичности и ползучести с помощью метода динамического программирования на основе сходимости и сравнения с аналитическими данными.
5. Разработанный метод оптимизации реализован в программном комплексе инженерного анализа MSC.Patran, MSC.Marc в последовательном и параллельном режиме.

## Публикации по теме диссертации

### Статьи, индексируемые в наукометрической базе Web of Science, Scopus:

1. Bormotin K.S., Belykh S.V., Win Aung. Simulation and Estimation of Parameters in Reconfigurable Multipoint Forming Processes of Plates in the Creep Mode // MATEC Web of Conferences , International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment, Volume 129, 05004, 2017.
2. Bormotin K.S., Win Aung. Computation method of geometry die of stretch forming press // MATEC Web of Conferences , International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment, Volume 224, 04014, 2018.
3. Bormotin K.S., Win Aung. The computation method of rational multi-point forming of panel in the creep mode // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, V. 1129, 012007, 2019.
4. Bormotin K.S., Win Aung. Optimization of Panel Forming Processes in Creep Mode Using CAE-Technologies // International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), IEEE Xplore, Article number 8602593, 2018.

### Статьи в журналах из перечня ВАК:

5. Бормотин К.С., Белых С.В., Вин Аунг. Математическое моделирование обратных задач многоточечного формообразования в режиме ползучести с помощью реконфигурируемого устройства // Вычислительные методы и программирование. 2016. Т. 17. с. 258-267.
6. Бормотин К.С., Вин Аунг. Метод решения обратной задачи в процессе обтяжки панели // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. №3(37). с. 48-58.
7. Бормотин К.С., Вин Аунг. Метод динамического программирования в задачах оптимального деформирования панели в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2018. Т. 19. с. 470-478.
8. Бормотин К.С., Вин Аунг. Численный метод оптимизации процесса формообразования панелей обтяжкой // Вычислительные методы и программирование. 2019. (Принята в печать).

### Прочие публикации:

9. Вин Аунг, Бормотин К.С. Моделирование упругого изгиба пластинки // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 46-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, Комсомольск-на-Амуре, 2016, с. 101-104.
10. Бормотин К.С., Вин Аунг. Метод вычисления формы оснастки реконфигурируемого устройства при формообразовании панели // Механика деформируемого твердого тела: сборник трудов IX Всероссийской конференции, Воронеж, 2016, с.9-11.
11. Бормотин К.С., Вин Аунг. Моделирование процесса формообразования

панелей // Материалы отчетной конференции аспирантов Республики Союза Мьянма, прошедших первый год обучения, 2016, с.13-15.

12. Вин Аунг, Бормотин К.С. Расчет остаточной конфигурации пластинки двойной кривизны при формообразовании // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 47-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, Комсомольск-на-Амуре, 2017, с.219-222.

13. Вин Аунг, Бормотин К.С. Анализ в системе САЕ рациональных процессов формообразования в режиме ползучести пластинки двойной кривизны с помощью стержневого пуансона // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций: материалы II Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре, 2017, с. 21-24.

14. Вин Аунг, Сверкунов Ю.А, Сверкунов В.А., Бормотин К.С. Алгоритм расчета в системе САЕ рационального процесса формообразования в режиме ползучести пластинки с помощью стержневого пуансона // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 48-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, 2018, с. 28-31.

15. Бормотин К.С., Вин Аунг, Сверкунов Ю.А, Сверкунов В.А. Математическая формулировка задачи оптимального управления в процессах формообразования панелей // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций: материалы III Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре, 2018, с.114-116.

16. Бормотин К.С., Вин Аунг, Сверкунов Ю.А. Метод расчета рационального многоточечного формообразования панели в режиме ползучести // Всероссийская конференция молодых учёных-механиков YSM-2018. Тезисы докладов. Сочи, 2018, с.40.

17. Бормотин К.С., Вин Аунг. Оптимизация процессов формообразования панелей в условиях пластичности и ползучести // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов. г. Уфа, 2019, с. 198.

#### Объекты интеллектуальной собственности:

18. Свид. о регистр. программы для ЭВМ. Программа для ЭВМ «Optimal multi-point forming» / Бормотин К.С.(Россия), Вин Аунг (Мьянма) - №2019612360; Заявл.04.02.2019; Зарегистр. 18.02.2019.