Of

# ЧЕРНЫШОВА ДАРЬЯ ВИТАЛЬЕВНА

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ КЕРАМИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКОВЫХ ФОРМ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ В НИХ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ

Специальность 1.1.8 –

Механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Комсомольский-на-Амуре государственный университет» (ФГБОУ ВО «КнАГУ»).

Научный руководитель: Дмитриев Эдуард Анатольевич, доктор техниче-

ских наук, профессор, ФГБОУ ВО «Тихоокеанский

государственный университет», г. Хабаровск.

Официальные оппоненты:

**оппо-** Захаров Игорь Николаевич, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Сопротивление материалов» ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», г. Волгоград.

**Козлов Владимир Анатольевич**, доктор физикоматематических наук, доцент, заведующий кафедрой «Строительная механика» ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический универси-

тет», г. Воронеж

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный уни-

верситет», г. Владивосток

Защита диссертации состоится 19 декабря 2025 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.316.03 при Комсомольском-на-Амуре государственном университете (ФГБОУ ВО «КнАГУ») по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, д. 27, корп. 3, ауд. 201/3.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Комсомольского-на-Амуре государственного университета: https://sovet.knastu.ru

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, подписанные и заверенные печатью организации, просим направлять по указанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета Григорьевой Анне Леонидовне и по электронной почте naj198282@mail.ru

Автореферат разослан «\_\_\_\_»\_\_\_\_ 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета к.ф.-м.н., доцент

А.Л. Григорьева

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Технологическая операция литья по выплавляемым моделям (ВМ) остается одной из самых востребованных технологий получения отливок высокой геометрической сложности с сохранением требуемой точности. Основной трудноустранимой и бракопроизводящей особенностью этой операции являются часто сопутствующие ей дефекты растрескивания керамических оболочковых форм (КОФ) и даже разрушение. Эти дефекты в форме макро- и микротрещин могут возникать и на стадии выплавления моделей, и при прокаливании оболочковых форм (ОФ), и, преимущественно, на стадии заливки расплавленного металла в КОФ с последующей его кристаллизацией и охлаждением отливки. Главной причиной дефектообразования, несомненно, оказывается недопустимо высокий уровень в материале ОФ температурных напряжений. Последние являются следствием появления в материалах слоев ОФ в процессе заливки и формировании отливки значительных неодномерных и нестационарных градиентов температуры.

Современная технологическая практика располагает рядом обоснованных предложений и даже технологических решений по снижению уровня температурных напряжений, позволяющих избежать разрушений ОФ. Подобные предложения связаны как с указанием щадящих режимов проведения заливки, так и с конструированием композитных многослойных КОФ. Эти и иные способы избежания повышенного уровня температурных напряжений в материалах ОФ подробно анализируются в первой вводной главе диссертации.

Совершенствованию технологии литья по выплавляемым моделям с целью избежания разрушения ОФ могут послужить знания об особенностях роста температурных напряжений, полученные средствами математического моделирования технологической операции. Первые работы такого направления исследований также обсуждаются в первой главе диссертации.

Однако, несмотря на имеющийся опыт и задел по данной тематике, проблема влияния ряда внутренних и внешних факторов на стойкость оболочковых форм к их трещинообразованию и моделирование при этом процессов снижения уровня напряженно-деформированного состояния (НДС) изучена недостаточно широко и полно, что подчеркивает актуальность и своевременность решаемых в диссертационной работе задач.

Особо требуется установить влияние конфигурации полученных в керамических ОФ отливок на их НДС, что позволит еще на стадии проектирования технологии формообразования оболочек прогнозировать вероятность образования в них микро и макротрещин.

Актуальность математического моделирования эволюции НДС в материалах ОФ в процессах заполнения их жидким металлом с последующем затвердеванием металла и остывании отливки важно тем, что только на такой основе возможно указать критические условия в уровне возникающих температурных напряжений, приводящих к разрушению ОФ. Этому предметно посвящается настоящая диссертационная работа. Считается, что полученные результаты расчетов изменяющихся НДС в процессе технологической операции способны будут указать наиболее безопасные режимы проведения технологической операции, предложить конструкции

многослойных композитных ОФ, установить условия и особенности механического воздействия опорных наполнителей (ОН) с целью возможного снижения в ОФ формирующихся уровней растягивающих температурных напряжений до безопасных их значений.

Математическое моделирование любой промышленной технологической операции не обходится без ряда допущений. В рассматриваемом случае все расчеты НДС в ОФ проводятся в рамках теории неустановившихся температурных напряжений в упругих телах, то есть в рамках несвязанной теории. ОН полагается несжимаемым и нетеплопроводным, деформации материалов ОФ считаются малыми. Иные упрощающие допущения формируются далее по тексту и в полной мере по тексту диссертации. Сформированная таким образом краевая задача решается приближенно с помощью специальной конечно-разностной аппроксимации системы дифференциальных уравнений, учитывающей краевые условия на граничных поверхностях, межслойных границах композита ОФ, контактной границе ОФ с материалом ОН. На каждом временном шаге расчетов разрешается первоначально температурная задача и на основании рассчитанного распределения температуры вычисляются параметры НДС в слоях КОФ.

Результаты расчетов способствовали возникновению некоторых идей по поиску новых макроструктур ОФ и способам ее создания, обеспечивающей заметное снижение уровня температурных напряжений в процессе формирования отливки. Некоторые из таких предложений защищены охранными документами.

**Цель исследования** состоит в создании методов расчета напряженно-деформированных состояний керамических цилиндрических и сферических форм под действием внешних и внутренних температурных и силовых воздействий в условиях затвердевания и охлаждения стальных отливок.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- 1) провести анализ существующих подходов и методов определения НДС многослойных КОФ, обосновать выбор метода исследования;
  - 2) построить математические модели исследуемых процессов и объектов;
- 3) разработать численные схемы, алгоритмы и программы расчётов поставленных математических задач по НДС цилиндрических и сферических многослойных КОФ;
- 4) выполнить расчеты, провести анализ и обобщение по оптимизации параметров внутренних и внешних факторов, обеспечивающих максимальное снижение температурных напряжений в КОФ.

## Степень разработанности темы:

Современная технология литья по ВМ базируется на разработках известных учёных, как отечественных инженеров-технологов, так и зарубежных. Отнесем к ним прежде всего таких исследователей как Александров В.М., Васильев В.А, Васин Ю.П., Гаранин В.Ф., Дмитриев Э.А., Дубровин В.К., Знаменский Л.Г., Евстигнеев А.И., Иванов В.Н., Иванова Л.А., Кулаков Б.А., Лакеев А.С., Леушин И.О., Моисеев В.С., Неуструев А.А., Озеров В.А., Петров В.В., Писарев И.Е., Рыбкин В.А., Рыжков И.В., Сапченко И.Г., Степанов Ю.А., Тимофеев Г.И., Чернышов Е.А.,

Шагеев З.А., Шкленник Я.И.; Габриэль А., Гоушть М., Павелка М. (Венгрия); Косняну К., Видя М. (Румыния); R.S.L. Andrews (США); Репях С.И. (Украина); А.D. Kington (Великобритания); Ballewski Heinrich, Grossman Wolfgang (Германия); Huang Dehai, Zhang Xianjie, Hu Xinming (КНР) и др. Результатами комплексных исследований удалось существенно усовершенствовать все основные этапы проведения технологической операции, предложить ряд изменений и добавлений в технологический процесс производства ВМ и КОФ. Это позволило добиться заметного понижения количества выбракованных изделий из-за хрупкого разрушения ОФ.

Отчасти данному обстоятельству посодействовали результаты первых исследований по математическому моделированию процессов формообразованию КОФ и получения в них отливок. В этой связи необходимо отметить весомый вклад отечественных исследований Дмитриева Э.А., Евстигнеева А.И., Иванковой Е.П., Одинокова В.И., Петрова В.В., Савинова А.С., Сапченко И.Г., Севастьянова Г.М.

Вместе с тем ставящаяся задача по снижению уровня температурных напряжений (основной причины растрескивания) в материалах ОФ при литье по ВМ требует дальнейшего своего развития. Это относится и к уточнениям подходов в постановке краевых задач, и к соответствующим изменениям в математической модели, и к организации процесса численных расчетов в рамках такой уточненной модели.

Наиболее изученными в настоящее время с помощью математического моделирования является НДС ОФ при формировании в ней отливки типа «цилиндр», а отливки типа «шар» практически не изучены, что также является целью настоящей работы.

**Объект исследования** — литейная многослойная керамическая оболочковая форма по ВМ.

**Предмет исследования** — условия и факторы формирования НДС в системе «жидкий металл — твердый металл — оболочковая форма — опорный наполнитель», а также методы и способы снижения критического уровня НДС при образовании трещин в цилиндрических и сферических ОФ вследствие внешнего и внутреннего нестационарного силового и теплового воздействия.

Методология и методы исследования. Методологической и общетеоретической основой диссертационной работы являются подходы и методы механики деформируемых твердых тел, теория конечно-разностных схем для аппроксимации систем уравнений в частных производных и соответствующие приближенные численные методы расчетов. В качестве метода исследования в работе используется вычислительный эксперимент, включающий в себя следующие этапы: математическая формулировка задачи, построение численного алгоритма, его программная реализация, проведение расчетов и анализ полученных результатов.

# Научная новизна работы:

- 1. Установлены режимы и параметры внутреннего и внешнего силового и температурного воздействия на керамические оболочковые формы, приводящие к трещинообразованию в них и возможному разрушению.
- 2. Предложены математические модели, разработаны численные схемы, алгоритмы и программы расчета эволюции температурных напряжений в упругих

оболочковых формах в процессе протекания технологических операций.

3. Определены связи напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических оболочковых форм с их макроструктурой и технологическими вариантами формообразования оболочек.

**Соответствие** диссертации паспорту специальности. Диссертационная работа по своим целям, задачам, содержанию, методам исследования и научной новизне соответствует следующему пункту паспорта специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела:

п.11 Математическое моделирование поведения дискретных и континуальных деформируемых сред при механических, тепловых, электромагнитных, химических, гравитационных, радиационных и прочих воздействиях.

# Практическая значимость работы.

Результаты численных решений поставленных задач по влиянию внутренних и внешних факторов на НДС многослойной КОФ и полученные оценки могут быть использованы при разработке, отработке и внедрении новых технологий изготовления КОФ с целью снижения их брака по трещинообразованию и разрушению. Математические модели, численные алгоритмы и программа расчета могут быть использованы при разработке новых опытных структур КОФ при моделировании протекающих в них тепловых и деформационных процессов.

Предложены с учетом полученных результатов новые приемы в формообразовании КОФ и их макро и микроструктуры, обеспечивающие снижение термомеханических напряжений в оболочках, технологическая новизна которых подтверждена полученными патентами на изобретения.

Разработана и зарегистрирована авторская программа для ЭВМ по моделированию силового воздействия ОН на стойкость КОФ при затвердевании в ней стальной отливки.

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс Комсомольского-на-Амуре государственного университета в лекционных занятиях по курсам «Механика сплошных сред» и «Математическое моделирование», при выполнении практических и лабораторных работ, а также в магистерских и аспирантских исследованиях на кафедре «Прикладная математика».

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались и получили одобрение на следующих конференциях и семинарах:

- на IV Дальневосточной школе-семинаре «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций» Института машиноведения и металлургии ХФИЦ ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре, 18 19 ноября 2021 г.);
- на XI Всероссийской научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики 2021» Томского государственного университета (г. Томск, 1-3 декабря 2021 г.);
- на VII Научно-практической конференции молодых ученых и специалистов «Исследования и перспективные разработки в машиностроении» ФПАО «ОАК» КнААЗ им. Ю.А. Гагарина» (г. Комсомольск-на-Амуре, 22-23 сентября 2022 г.);

- на II Международной научно-практической конференции молодых ученых (г. Комсомольск-на-Амуре, 14-18 ноября 2022г);
- на XXIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 13-17 февраля 2023 г.);
- на VI Всероссийской национальной научной конференции молодых ученых «Молодежь и наука»: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований (г. Комсомольск-на-Амуре, 10-14 апреля 2023г);
- на XIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (г. Санкт-Петербург, 21-25 августа 2023 г.);
- на XXIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2023) (Дивноморское, 4-13 сентября 2023 г.);
- на XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 17–19 сентября 2024 года);
- на III научной конференции с международным участием «Вычислительные технологии и прикладная математика» (г. Комсомольск-на-Амуре, 7-11 октября 2024г.);
- на VII международной научно-практической конференции «Машины, агрегаты и процессы. Проектирование, создание и модернизация» (г. Санкт-Петербург, 26 января 2024 г.);
- на 52-й школе-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Н.Ф. Морозова (г. Санкт-Петербург, 23-27 июня 2025 г.);
- на научных семинарах Комсомольского-на-Амуре государственного университета и Института машиноведения и металлургии ХФИЦ ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, 2021 2024 гг.

# Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Решения задач по расчету температурных напряжений в цилиндрических и сферических керамических оболочковых формах при внешнем и внутреннем силовом и тепловом воздействий на оболочковую форму.
- 2. Математические модели, численные схемы, алгоритмы и программу расчета напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических оболочковых форм при охлаждении в них стальной отливки с учетом разработанных опытных структур оболочковых форм.
- 3. Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния цилиндрических и сферических керамических оболочковых форм при затвердевании и охлаждения в них стальной отливки и их анализ.

Достоверность полученных результатов основана на использовании фундаментальных уравнений линейной несвязанной теории термоупругости, апробированных разностных схем и численных методов.

# Связь работы с научными программами и темами:

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда №24-29-00214, https://rscf.ru/project/24-29-00214/.

**Личный вклад** соискателя выражается в планировании, организации и проведении теоретических исследований, в разработке численных схем, обработке, анализе и интерпретации полученных результатов, в написании научных статей и заявок на изобретения.

Включенные в диссертацию и выносимые на защиту результаты были выполнены автором с соавторами совместной работы и были получены непосредственно автором или при его ведущем участии.

Текст диссертации и автореферата проверен на отсутствие плагиата с помощью программы «Антиплагиат.РГБ».

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 20 печатных изданиях, из которых 3 изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 8 индексированы в базах WOS и Scopus, 9 в материалах конференций. Получено 6 патентов на изобретение, 1 свидетельство для ЭВМ.

#### Структура и объем диссертационной работы.

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы из 134 наименований, двух приложений. Общий объем работы 145 страниц (в том числе 2 приложения на 8 страницах), 37 рисунков.

Автор выражает искреннюю благодарность и признательность д.т.н., профессорам Евстигнееву А.И. и Одинокову В.И., а также член-корреспонденту РАН, д.ф.-м.н., профессору Буренину А.А., к.ф.-м.н. Ткачевой А.В. за содействие и консультации при выполнении и представлении к защите данной диссертационной работы.

# ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** проводится краткий анализ научной и патентной литературы, посвященный технологической операции литья по ВМ. Особое внимание при этом уделяется закономерностям формирования в КОФ температурных напряжений. На такой основе формируется цель исследования и ставятся его задачи.

В первой главе обосновывается актуальность предпринимаемых исследований в рамках данной диссертационной работы. Устанавливаются определяющие причины и анализируются особенности формирования НДС в материалах системной конструкции «отливка-оболочковая форма-опорный наполнитель». Главное внимание уделяется методам обустройства КОФ, направленным на снижение уровней температурных напряжений; обсуждаются достоинства и недостатки различных методов.

Отдельное внимание уделяется созданию и использованию в технологии литья по ВМ многослойных ОФ, включая композитные. Анализируются структурные особенности таких ОФ, степень влияния выбираемой структуры на уровень и распределение по слоям ОФ изменяющихся температурных напряжений, в процессе формирования и остывания отливки.

Отмечаются подходы для целей математического моделирования процессов, протекающих в рамках технологической операции литья по ВМ. Обсуждаются вносимые допущения при создании подобных моделей, угадываются возможные вы-

числительные приближенные методы для расчетов в краевых задачах теории, развитию которой способны содействовать эти математическое модели.

Вторая глава посвящена построению математической модели по расчету НДС многослойной керамической ОФ с учетом особенностей влияния ряда внешних и внутренних факторов на трещиностойкость ОФ при охлаждении в ней затвердевающей цилиндрической стальной отливки.

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 1а): тогда  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ ,  $U_3 = 0$ ,  $U_3 = 0$ ,  $U_3 = 0$ . Деформируемый материал — форма и затвердевший металл считаются изотропными. Оболочковая форма представляет собой многослойный композит толщиной Т. В этом случае имеем четырехкомпонентную системы (рис. 1б): область I — жидкий металл (ЖМ) (деформируемая среда); область II — затвердевающий металл; область III — литейная многослойная оболочковая форма, IV — опорный наполнитель.

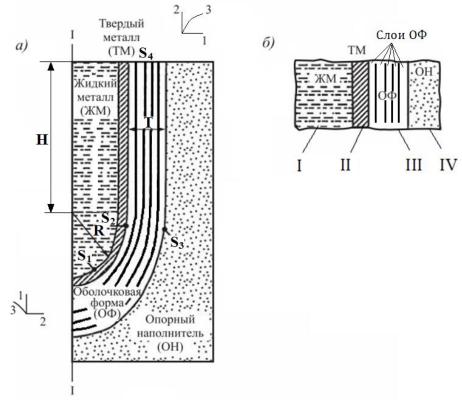


Рис. 1 Расчетная схема системы жидкий металл (ЖМ) - твердый металл (ТМ) - оболочковая форма (ОФ) - опорный наполнитель (ОН) с указанием поверхностей к граничным условиям задачи: а — меридианное сечение; б — схема моделирования областей системы ЖМ—ТМ—ОФ—ОН; S<sub>1</sub> — поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла; S<sub>2</sub> — внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы; S<sub>3</sub> — внешняя поверхность оболочковой формы; S<sub>4</sub> — свободная поверхность торца литниковой чаши оболочковой формы; I—I — ось симметрии; 1, 2, 3 — оси координат; Т — толщина оболочковой формы; Н — высота цилиндрической части стояка оболочковой формы; R — радиус сферической части стояка (зумпфа)

Используя линейную теорию упругости, эйлерову систему координат и уравнение теплопроводности, можно записать для каждой из областей систему уравнений с учетом осевой симметрии:

– для области I:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P; P = -\gamma h;$$

$$\dot{\theta} = \bar{\alpha}_1 \Delta \theta ;$$
(1)

– для областей II, III:

$$\sigma_{ij,j} = 0; \ \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p^t \varepsilon_{ij}^*; \ \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \ \varepsilon = \varepsilon_{ii};$$

$$\varepsilon_{ii} = 3k_p^t \sigma + 3\alpha_p^t \left(\theta_n - \theta_p^*\right); \ \varepsilon_{ij} = 0.5 \left(U_{i,j} + U_{j,i}\right);$$

$$\dot{\theta} = \alpha_2 \Delta \theta; \ \dot{\theta} = \alpha_3^t \Delta \theta, \ \dot{\theta} = \alpha_p \Delta \theta$$

$$(2)$$

где  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $U_i$  — перемещения;  $\epsilon_{ij}$  — компоненты тензора упругих деформаций;  $\sigma$  — гидростатическое напряжение;  $G_p^t$  — модуль сдвига закристаллизовавшегося металла (p=2) и оболочковой формы в слое t (p=3);  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;  $k_p^t$  — коэффициент объемного сжатия (p=2,3);  $\alpha_2^t$  — коэффициент линейного расширения в области III в слое t;  $\gamma$  — плотность разливаемого металла;  $\overline{\alpha}_p$  — коэффициент температуропроводности в области p=1,2;  $\alpha_3^t$  — коэффициент температуропроводности в области III в слое t;  $\theta_n$  — текущая температура;  $\theta_p^*$  — начальная температура в области p, p0 — оператор Лапласа.

В системе (2) используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии, что температура металла  $\theta_{\scriptscriptstyle M} \leq \theta_{\scriptscriptstyle K} \ (\theta_{\scriptscriptstyle K} -$  температура кристаллизации) определяется толщина затвердевшего слоя из решения уравнения межфазового перехода:

$$\frac{d\theta_1}{dn_*}\lambda_1 - \frac{d\theta_2}{dn_*}\lambda_2 = \frac{d\overline{\Delta}}{d\tau}L\rho,\tag{3}$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  — температура в твердой и жидкой фазах;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — коэффициент теплопроводности твердой и жидкой фаз;  $\overline{\Delta}$  — толщина корочки; L — скрытая теплота плавления;  $\rho$  — плотность твердой фазы;  $n^*$  — нормаль к границе двух фаз.

Время процесса кристаллизации  $\tau^*$  разбивается на малые шаги  $\Delta \tau_n$  (n – номер временного шага).

Если предположить, что температура в твердой фазе (корочке) изменяется по линейному закону, а градиент температуры в жидкой фазе равен нулю, то интегрируя уравнение (3) межфазового перехода получаем:

$$\overline{\Delta}_n = C\sqrt{\tau}; C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}},$$
 (4)

Здесь  $\Delta \theta_1$  — перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации.

Начальные условия задачи:

 $\Delta|_{\tau=0} = 0 - \text{отсутствие твердой фазы металла.}$ 

 $\theta_I|_{\tau=0} = 0$  — температура разливаемого жидкого металла.

 $heta_{III}^*|_{\tau=0} = 0^*$  — начальная температура формы.

 $\theta_{\Pi}$  – температура ОН;

 $heta_{II}^*$  – температура кристаллизации металла.

Граничные условия задачи (рис.1):

– на оси симметрии  $U_2=0$ ;  $\sigma_{21}=0$ ;  $q_{\pi}=0$ ;

– на поверхностях  $S_1$ ,  $S_3'$ ,  $S_3 = S_3' + S_3''$ 

$$\sigma_{11}|_{S_{1}} = -P; \ \sigma_{12}|_{S_{i}} = 0, (i = 1); \sigma_{11}|_{S_{3}'} = 0;$$

$$\sigma_{12}|_{S_{3}'} = 0, \sigma_{22}|_{S_{4}'} = P;$$

$$U_{1}|_{S_{3}''} = 0, U_{2}|_{S_{4}''} = 0,$$

$$(5)$$

$$\sigma_{12}|_{S_{3}^{"}} = -\Psi \frac{\tau_{s} U_{CK}}{U^{*}} \cos(n_{1} x_{1});$$

$$q_{n}|_{S_{3}} = \alpha^{*} (\theta_{n} - \theta_{\Pi})$$
(6)

где  $U_{\rm CK}$  – скольжение материала формы относительно OH;  $U^*$  – нормирующее перемещение,  $\Psi$  – параметр, характеризующий условия трения между формой и OH,  $S_3'$  - свободная поверхность,  $S_3''$  - поверхность контакта ОФ с OH,  $\tau_s$  — условный предел текучести при сдвиге,  $q_{\rm n} \mid_{S_3}$  – плотность теплового потока по нормали к поверхности  $S_3$ ,  $\alpha^*$  - коэффициент теплообмена между керамической формой и OH,  $S_3 = S_3' + S_3''$ .

При осевой симметрии имеем

$$\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0, 
\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, 
U_3 = 0.$$
(7)

В соответствии с используемым численным методом вся рассматриваемая область разбивается на элементы ортогональной формы. Тогда уравнения равновесия для осесимметричной задачи запишутся:

$$S_{13}\Delta S_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + S_{12}\Delta S_{13}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) + 0.5\Delta\sigma_{11}S_{12}S_{13} + 0.5\Delta\sigma_{12}S_{21}S_{23} + (S_{21}\Delta S_{23} + 2S_{23}\Delta S_{21})\sigma_{12} = 0,$$

$$S_{21}\Delta S_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33}) + S_{23}\Delta S_{21}(\sigma_{22} - \sigma_{11}) + 0.5\Delta\sigma_{22}S_{23}S_{21} + 0.5\Delta\sigma_{21}S_{12}S_{13} + (S_{12}\Delta S_{13} + 2S_{13}\Delta S_{12})\sigma_{21} = 0;$$
(8)

Уравнения состояния:

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = 2G_p(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}),$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 2G_p(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}),$$
(9)

Уравнения сплошности:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta_n - \theta_p^*), \tag{10}$$

Здесь  $\sigma_{ij}=0.5(\sigma_{ij}^1+\sigma_{ij}^2),$   $\Delta\sigma_{ij}=\sigma_{ij}^2-\sigma_{ij}^1,$  (i,j=1,2,3).

$$\varepsilon_{11} = \frac{2\Delta U_1}{S_{21}} + \frac{2U_2}{S_{21}} \cdot \frac{\Delta S_{21}}{S_{12}}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{2\Delta U_2}{S_{32}} + \frac{2U_1}{S_{12}} \cdot \frac{\Delta S_{12}}{S_{21}}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{2U_1}{S_{13}} \cdot \frac{\Delta S_{13}}{S_{31}} + \frac{2U_2}{S_{23}} \cdot \frac{\Delta S_{23}}{S_{32}}.$$
(11)

Здесь  $U_i = U_i^1 + U_i^2$ ;  $\Delta U_i = U_i^2 - U_i^1$ , (i = 1,2).

При этом  $S_{ik}^{j}$  (i, k=1,2,3; j=1,2) – величина дуги средней линии, располо-

женной на грани ј вдоль координаты  $\alpha_{\rm K}$  и перпендикулярная координате  $\alpha_{\rm i}$ . Значения  $S_{ik}^{j}$  вычисляются как средние от значений дуг границы граней. Вводятся обозначения  $S_{ij}=S_{ij}^1+S_{ij}^2$ ,  $\Delta S_{ij}=S_{ij}^2-S_{ij}^1$ . Расположение  $\sigma_{ij}$  и  $U_i$  по граням элемента показано на рисунке 2.

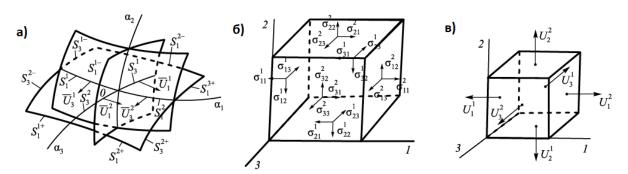


Рис. 2 Распределение напряжений (а) и перемещений (б, в) по граням элемента

Уравнения (8, 11) записаны с учетом осевой симметрии

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_3} = 0$$
,  $\frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0$ ;  $i = 1, 2, 3$ ;  $\Delta S_{31} = 0$ ;  $\Delta S_{32} = 0$ ;

Сдвиговые значения  $\varepsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) для узла (0) запишутся в виде (рис. 3, в):

$$\varepsilon_{12}^{0} = \frac{2\Delta \overline{U_2}}{S_1} - 0.5\overline{U_2} \frac{S_2^+ - S_2^-}{S_1 S_2} + \frac{2\Delta \overline{U_1}}{S_2} - 0.5\overline{U_1} \frac{S_1^+ - S_1^-}{S_1 S_2},\tag{12}$$

где  $S_i = S_i^1 + S_i^2$ ;  $\Delta \overline{U}_l = \overline{U_l^2} - \overline{U_l^1}$ ;  $S_i^+ = S_i^{1+} + S_i^{2+}$ ;  $S_i^- = S_i^{1-} + S_i^{2-}$ ; значения  $\overline{U_l}$  вычисляются как средние от значения  $U_l$  по граням элемента. Ранее было доказано, что разностный аналог системы (8, 9, 10) с учетом (11) при наличии начальных и граничных условий, является определимой. Размерность системы (8, 9, 10) значительно сокращается, если разбить все неизвестные на две группы: зависимые переменные и независимые. Пусть ко второй группе относятся все значения  $U_2$ , не вошедшие в граничные условия, гидростатическое напряжение  $\sigma$ , а так же  $U_1|_{S_3'}$ .

Далее описывается разработка численной схемы решения уравнений 8, 9, 10.

# Общий алгоритм решения задачи

- 1. Время охлаждения  $\tau^*$  разбивается на конечное число шагов:  $\tau^* = \sum \Delta \tau_n$  , n- номер временного шага.
- 2. Исследуемая область разбивается на конечное число ортогональных элементов.
- 3. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующим рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов.
  - 4. Вычисляются длины дуг элементов  $S_{ik}^{j}(i,k=1,2;i\neq k;j=1,2).$
- 5. Определяется поле температур на временном шаге  $\Delta \tau_n$  численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.
  - 6. Если температура в области (I) у поверхности  $S_2\theta|_{S_2} \leq \theta_I^*$ , то вычисляется

толщина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  по формуле (4). Если  $\theta|_{S_2} > \theta_{II}^*$ , то выполняется операция п. 7.

- 7. Решается система уравнений (2) с учетом разностных аналогов (8, 11) и разработанной методики, описанной выше. Определяются поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и перемещений  $U_i$ .
- 8. Производится шаг по времени. Если  $\sum \Delta \tau_n < \tau^*$ , то выполняется операция п. 4. Если  $\sum \Delta \tau_n = \tau^*$  процесс вычисления закончен.
  - 9. Решается контактная задача.

На основе выше построенной математической модели, разработанных численной схемы и алгоритма решения поставленной задачи с учетом граничных условий в последующих главах будут проведены численные вычислительные эксперименты по влиянию силового воздействия ОН, а также решению задачи математического программирования (функция min-max) на НДС ОФ.

**Третья глава** посвящена решению задачи по моделированию процесса эволюции НДС ОФ при изменении межслойных свойств при охлаждении в ней стальной отливки при наличии или отсутствии трения между внутренними слоями в ОФ.

Рассмотрена четырехкомпонентная система (рис. 1). Твердый металл и ОФ считаются изотропными. Эволюция НДС в ОФ прослеживается по временным шагам. Толщина затвердевшего металла определяется из уравнения межфазного перехода. Рассмотрен процесс нагрева осесимметричной ОФ при охлаждении в ней залитого жидкого металла (стали). Напряженное состояние оценивалось по возникающим в ОФ напряжениям и перемещениям.

Исследовали 10-ти слойную ОФ со следующими геометрическими параметрами: T = 5 мм; H = 50 мм;  $R_1 = 20$  мм. с известными традиционными свойствами.

На рис. 3 приведены поля напряжений  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{11}$  и поля перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (рис. 3, в) в области ОФ при времени охлаждения t=18,6 с.

На рис. 4, а показана зависимость распределения температуры на оси симметрии ( $x_2 = 0$ ). В других сечениях оболочковой формы график распределения температуры практически такой же (в количественной величине отклонение  $10-15\,^{\circ}\mathrm{C}$ ). То есть рассматривается случай деформации ОФ только под воздействием температурного поля.

Слои оболочковой формы, находящиеся ближе к расплавленному металлу, увеличиваются в объеме значительно больше, чем периферийные слои ОФ. Видим по перемещениям  $U_1$ , что ОФ как бы «раскрывается». Поля напряжений  $\sigma_{22}$  в многослойной ОФ прямо противоположны по знаку напряжениям  $\sigma_{22}$  в ОФ, когда слои были как бы одним монолитом (электрофоретическая оболочка). Слои около жидкого металла имеют положительное значение растягивающего напряжения  $\sigma_{22}$ , а периферийные слои, имеющие температуру ниже, — имеют сжимающие напряжения.

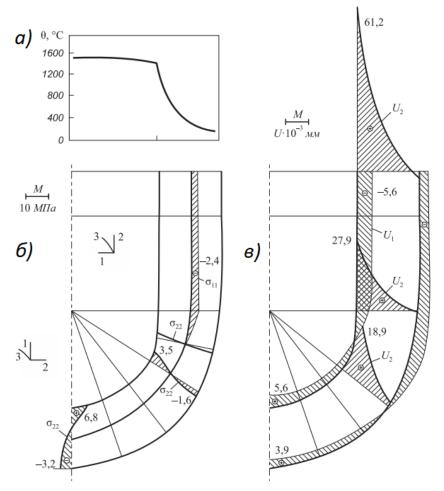


Рис. 3 Распределение температуры (a), поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (б) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (в) по толщине оболочки при времени охлаждения  $\tau=18,6$  с и  $\psi^*=0$ 

Напряжения  $\sigma_{22}$  (рис. 3, б) имеют место только в сферической части ОФ, в цилиндрической части их нет. В рассматриваемом случае имеют место напряжения  $\sigma_{11}$  (рис. 3, б), которые в других работах на два порядка меньше  $\sigma_{22}$  по абсолютной величине. Наибольших значений напряжения  $\sigma_{11}$  достигают в центре поперечного сечения ОФ (сжимающие напряжения) и уменьшаются до нуля к поверхностям оболочковой формы. Таким образом, можно сделать вывод, что выполнять ОФ со слоями, скользящими друг относительно друга без трения, нельзя. Оболочковая форма разрушится, так как растягивающие напряжения в слое, примыкающем к жидкому металлу, достигают 6,8 МПа, что является недопустимым. В этом слое температура составляет 1400 °C, он будет разрушен.

При нагрузке ОФ гидростатическим давлением  $P_1 = -\gamma h$  примем  $U_{1|S_3} = 0$ . Результаты решения приведены на рис. 3 (сплошная линия). Так же, как и в предыдущем случае, напряжения  $\sigma_{22}$  имеют место только в сферической зоне ОФ, но более ярко выражены (в цилиндрической части ОФ напряжения  $\sigma_{22}$  отсутствуют). Напряжения  $\sigma_{11}$  на поверхности контакта ОФ с опорным наполнителем (S<sub>3</sub>) имеют знакопеременный характер (в нижней сферической части ОФ значения  $\sigma_{11}$  положи-

тельные, а затем переходят в сжимающие). Положительные значения  $\sigma_{11}$  на контактной поверхности указывают на возможность отставания в этой части ОФ от опорного наполнителя (ОН). Перемещения  $U_1$  на рис. 3, в не значительны. Чтобы получить более точные результаты, решим контактную задачу: на поверхности  $S_3$  (рис. 1, а) примем условие

если 
$$\sigma_{11} \mid_{S_3^k} > 0 => \sigma_{11} \mid_{S_3^k} = 0,$$
  
если  $u_1 \mid_{S_3^k} < 0 => u_1 \mid_{S_3^k} = 0,$  (13)

где k – номер грани элемента на контактной поверхности. При этом будут определяться  $S_3'$  и  $S_3''$ :

Условия (13) в итерационной схеме вычислений отслеживаются 4-5 раз (следует переназначение граничных условий (5)), после чего изменений уже не происходит. Результаты решения задачи с учетом условий (13) приведены на рис. 5 (штриховые линии).

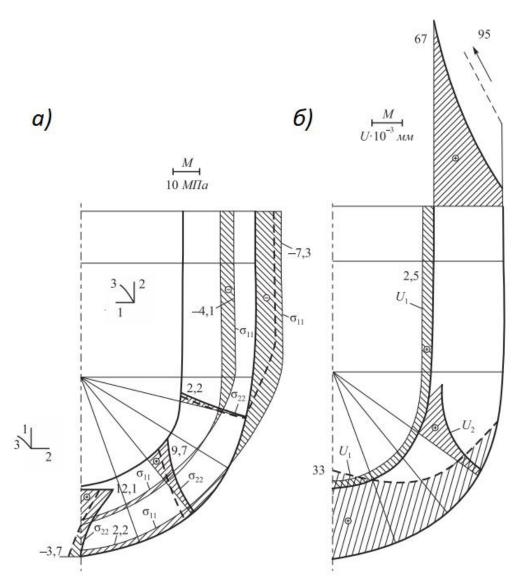


Рис. 4 Поля напряжений  $\sigma_{11},\,\sigma_{22}$  (a) и перемещений  $U_1,\,U_2$  (б) по толщине

# оболочки при времени охлаждения $\tau = 18,6$ с и $\psi^* = 0$

Наблюдаем общее уменьшение (по абсолютной величине) напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (рис. 4). При этом, на большей области сферической части ОФ имеет место отставание наружной части оболочковой формы от опорного наполнителя с наибольшей (0,033 мм) величиной оси симметрии (рис. 4, б). Перемещения  $U_2$  на поверхности  $S_4$  резко возросли (рис. 4, б).

На основе анализа полученных результатов в главе 3 предложено новое технологическое решение по  $O\Phi$  с особой микроструктурой, новизна которой подтверждена патентом на изобретение.

В **четветой главе** решается задача по моделированию влияния трения между ОФ и ОН на НДС ОФ при охлаждении затвердевающей в ней стальной отливки. Расчетная схема системы «жидкий металл — твердый металл — оболочковая форма — опорный наполнитель» приведена на рис. 1. Решали осесимметричную задачу.

В задаче требуется установить влияние параметра трения  $\psi$  между ОФ и ОН (поверхность  $S_3$ ) на ее напряженное состояние. Зададим  $\psi=1,\,\psi^*=0,002.$  Результаты расчета при времени охлаждения  $\tau=20$  с приведены на рис. 5.

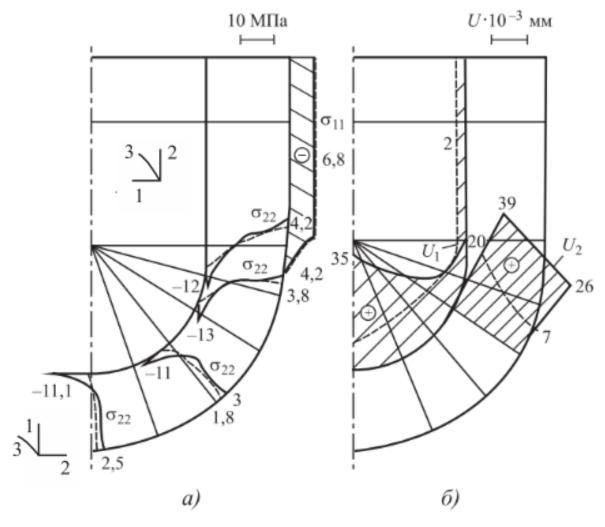


Рис. 5 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (a) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при  $\psi^*=0{,}002$  и  $\tau=20$  с:  $\psi=0{,}001$  (сплошные линии),  $\psi=1$  (штрихи)

Внутри напряжения  $\sigma_{12}$  достигают 0,34 МПа, на поверхности  $S_3$  напряжения трения достигают 0,08 МПа. С увеличение  $\psi$  напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  уменьшаются и ОФ становится более устойчивой к трещинообразованию, чем при  $\psi = 0,001$ . При дальнейшем охлаждении ОФ напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  снижаются.

На рис. 6 приведены результаты расчета при параметрах трения  $\psi = 10$  и 20 и  $\tau = 20$  с.

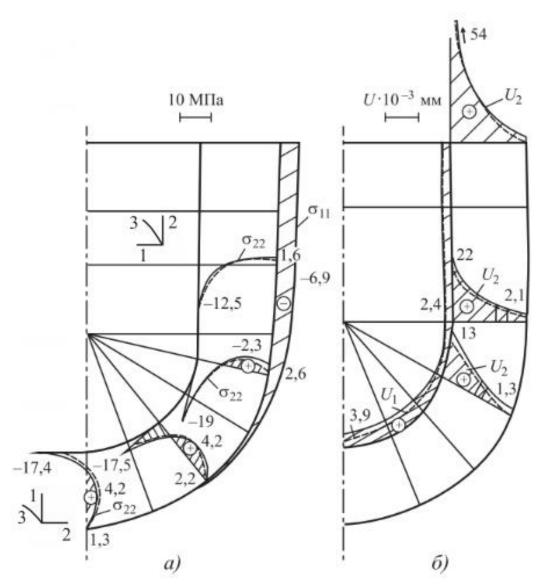


Рис. 6 Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (a) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при  $\tau = 20$  с:  $\psi = 10$  (сплошная линия);  $\psi = 20$  (штрихи)

Как следует из рис. 5 и 6, с увеличением трения между ОФ и ОН растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  уменьшаются на наружной поверхности ОФ и несколько возрастают в срединной ее части.

Сжимающие напряжения несколько увеличиваются по абсолютной величине на внутренней поверхности ОФ. Перемещения  $U_1,\,U_2$  снижаются в сечениях ОФ и на ее поверхностях.

Касательные напряжения  $\sigma_{12}$  на контактной поверхности  $S_3$  достигают 0,44

МПа, а внутри — 0,76 МПа, причем возрастают к верхней поверхности  $S_4$ . Напряжения  $\sigma_{22}$  при  $\psi = 20$ , как и следовало ожидать, несколько ниже, чем при  $\psi = 10$ .

Дальнейшее увеличение параметра трения  $\psi$  на поверхности  $S_3$  опорного наполнителя несущественно отражается на результатах.

На основе анализов полученных результатов главы 4 разработана литейная многослойная ОФ для прокаливания и заливки жидким металлом в опорном наполнителе, новизна которой подтверждена патентом на изобретение.

**Пятая глава** посвящена решению двух задач математического программирования. Целью первой задачи является определение величины параметра трения между ОФ и ОН, при котором будет обеспечиваться максимальная стойкость ОФ к трещинообразованию при охлаждении затвердевающей стальной отливки. За критерий стойкости ОФ приняты появляющиеся в сечении ОФ нормальные растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ .

Целевая функция, определяющая оптимальные значения параметра трения  $\psi$ , имеет вид:

$$F = \min \sigma_{22} (\psi) \max \sigma_{22} (\tau, Q), \tag{14}$$

при наличии ограничений:

$$0 < \tau \le \tau^*, \sigma_{22} > -50 \text{ M}\Pi a$$
 (15)

Здесь Q — область меридианного сечения ОФ. Предел времени  $\tau^*$  выбирается исходя из результатов работы, в которой показано, что при дальнейшем охлаждении металла величины напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  в ОФ стабилизируются, а затем уменьшаются по абсолютной величине. Предел разрушения при сжатии рядовой керамики значительно выше (по абсолютной величине), чем при растяжении и составляет  $\sigma_{\text{сж}} = 50 \div 60 \text{ M}\Pi a$ .

Для решения задачи по влиянию параметра трения между ОФ и ОН на НДС ОФ разработан итерационный алгоритм численного расчета деформирования ОФ.

В результате расчета по разработанному алгоритму получено следующее: F = 20,4 МПа,  $\psi = 10, \tau = 18,1$  с.

Ниже приведены некоторые результаты решения данной задачи согласно разработанного алгоритма.

На рис.7 приведены результаты решения в виде поля температур, эпюр напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и перемещений  $U_2$ .

Видно, что наибольшие значения по модулю сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  имеют место в сферической части  $O\Phi$ , а растягивающие — в цилиндрической части у поверхности  $S_4$  в области литниковой чаши. Касательные напряжения  $\sigma_{12}$  на поверхности  $O\Phi$  максимальны на цилиндрической поверхности. Отмечается, что при росте значений  $\psi$  растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  уменьшаются.

Во второй задаче пятой главы рассматривается вопрос по установлению влияния эффекта скольжения без трения слоев относительно соседнего контактирую-

щего слоя на НДС многослойной КОФ. Ставится задача найти геометрическое местоположение рассматриваемой поверхности (пустотелого слоя) по толщине КОФ из условия сформированной целевой функции с соответствующей системой ограничений. Трещиностойкость КОФ оценивается по возникающим в ней напряжениям при заливке и затвердевании в ней стальной отливки.

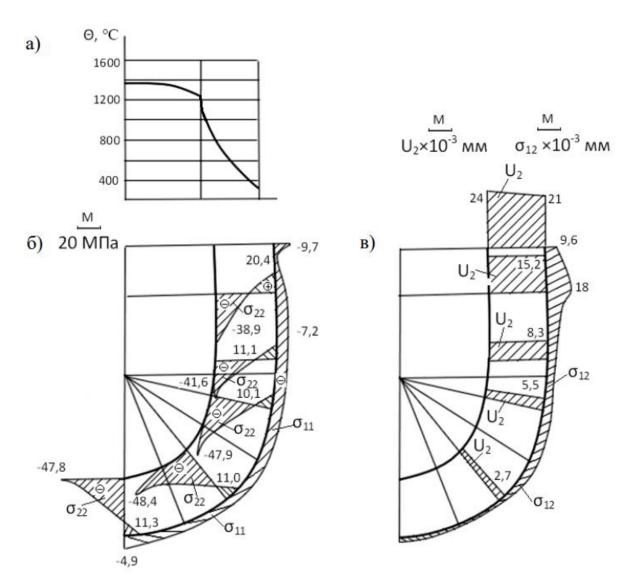


Рис. 7 Распределение температуры (а), поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (б),  $\sigma_{12}$  (в) и перемещений  $U_2$  (в) по толщине оболочки при времени охлаждения  $\tau_{\text{охл.}}$  =18.1 с

Рассматривается многослойная КОФ в виде осесимметричного тела вращения (рис. 1, а), внутри которого имеется поверхность  $x_1 = {x_1}^*$ , где касательные напряжения  $\sigma_{12}|_{S_1^*} = 0$ . Требуется найти местоположение рассматриваемой поверхности, т.е. координату  ${x_1}^*$ , при которой нормальные растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ , возникающие при заливке стали в КОФ, были бы минимальными.

Целевая функция F имеет следующий вид:

 $F = \min \sigma_{22}(x_1^*) \max \sigma_{22}(\tau, Q)$ 

при  $0 < x_1^* < T$ ,  $0 < \tau < 50$  с,

где Q – исследуемая область;  $\tau$  – время охлаждения, T – толщина КОФ Для решения данной задачи разработан алгоритм решения.

Ниже приведены результаты решения данной задачи.

В результате расчета по разработанному алгоритму получено: F=23,2 МПа,  $n_k=1$  (поверхность C),  $\tau=18,3$  с.

На рис. 8 приведены результаты решения в виде эпюр напряжений  $\sigma_{22}$ .

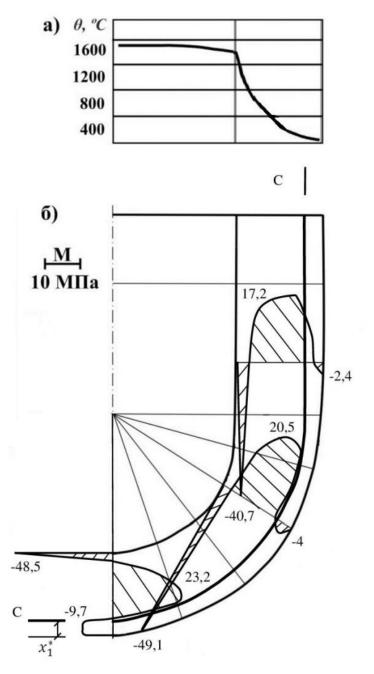


Рис. 8 Изменение температуры (а) и поля напряжений  $\sigma_{22}$  (б) при  $n_k=1$ ,  $\tau=18.3$  с

Из полученного результата и последующих дополнительных уточняющих

расчетов следует, что изготовление многослойной  $KO\Phi$  с наличием в ее микроструктуре пустотелого слоя нецелесообразно, поскольку ведет к образованию в ней сквозных трещин и гарантированному ее разрушению в процессе охлаждения отливки.

**В шестой главе** рассматриваются задачи моделирования НДС керамической ОФ при формировании в ней стальной шарообразной отливки.

Рассматривается осесимметричное тело вращения. Деформируемый материал считается изотропным. Движение принимали медленным.

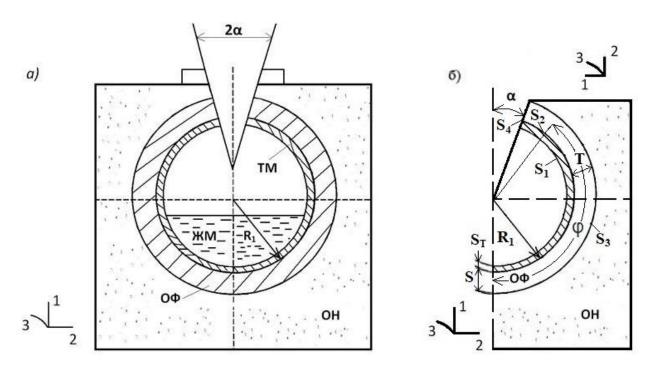


Рис.9 Общая (a) и расчетная (b) схемы шарообразной ОФ, заформованной в опорный наполнитель и залитой жидким металлом с учетом осевой симметрии:

1 — жидкий металл (ЖМ); 2 — твердый металл (ТМ); 3 — оболочковая форма (ОФ); 4 — опорный наполнитель (ОН); 5 — опока (кожух);  $S_1$  — внутренняя поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла;  $S_2$  — внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы;  $S_3$  — внешняя поверхность оболочковой формы;  $S_4$  — свободная поверхность торца литниковой чаши ОФ; R — радиус шарообразной отливки; S — толщина оболочковой формы;  $S_{\rm T}$  — толщина корочки затвердевшего металла;  $\alpha$  — угол наклона литниковой воронки;  $\varphi$  — угол охвата поверхности оболочковой формы опорным наполнителем

Имеем четырехкомпонентную систему (рис. 9,  $\delta$ ). Деформируемой средой является затвердевший металл (область II) и форма (область III) — изотропные материалы. Процесс нестационарный. Используя теорию упругости и Эйлерову систему координат, запишем для каждой из областей систему уравнений:

– для области *I*:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P; P = -\gamma h;$$

$$\theta = \alpha_1 \Delta \theta;$$
(16)

– для областей *II*, *III*:

$$\begin{cases}
\sigma_{ij} = 0, i; j = 1, 2, 3; \\
\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_{p} \varepsilon_{ij}^{*}; \varepsilon_{ij}^{*} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \varepsilon = \varepsilon_{ii}; \\
\varepsilon_{ii} = 3k_{p} \sigma + 3\alpha_{p} (\theta - \theta_{p}^{*}); \varepsilon_{ij} = 0, 5(U_{ij} + U_{ji}); \\
C_{p} \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = div(\lambda grad \theta);
\end{cases}$$
(17)

здесь  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $\sigma$  — гидростатическое напряжение,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора упругих деформаций; h — высота столба жидкого металла;  $k_p = \frac{1-2\mu}{E}$  — коэффициент объемного сжатия;  $\mu$  — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга;  $G_p$  — модуль сдвига в среде области p (II, III);  $\alpha_p$  — коэффициент линейного расширения;  $a_1$  — коэффициент температуропроводности в области I;  $\tau$  — время;  $\theta$  — температура;  $C_p$  — удельная теплоемкость в области p;  $\gamma$  — плотность;  $\theta_p^*$  — начальная температура в области p;  $\lambda = \lambda(\theta)$  — теплопроводность;  $\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}$ ;  $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ ; используется суммирование по повторяющимся индексам.

Ставится задача теоретического исследования установления влияния технологического фактора в виде величины охвата поверхности ОФ ОН на уровень НДС в ОФ, при которой сферическая ОФ не будет разрушаться от возникающих в ней температурных напряжений.

Для решения данной задачи разработан алгоритм численного расчета процесса деформирования ОФ в зависимости от величины охвата ОН поверхности ОФ.

Расчет по разработанному алгоритму с использованием авторской программы показал следующие значения:

$$F = -32.1$$
 MΠa;  $\varphi = 10^\circ$ ;  $\tau = 0.1$  c.

Ниже приведены результаты решения данной задачи.

На рис. 10 приведены эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{22}(a)$  и  $\sigma_{33}(b)$  по сечению рассматриваемой оболочки. Корочка затвердевшего металла ещё не успела сформироваться. Растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  значимы. При дальнейшем охлаждении ( $\tau=3,65$  с) результаты приведены на рис. 11. Видим, что сжимающие напряжения резко падают, растягивающие — растут, но, затем также падают.

Проводится сравнение показателей трещиностойкости керамической ОФ при затвердевании в ней цилиндрических и шарообразных стальных отливок.

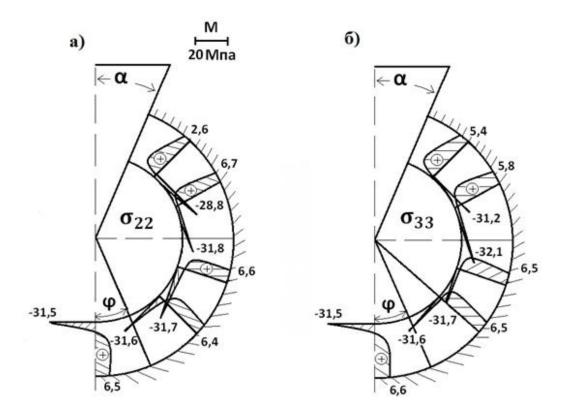


Рис. 10 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}(a)$  и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi=10^{\circ},$   $\alpha=30^{\circ},$   $\tau=0,1$  с

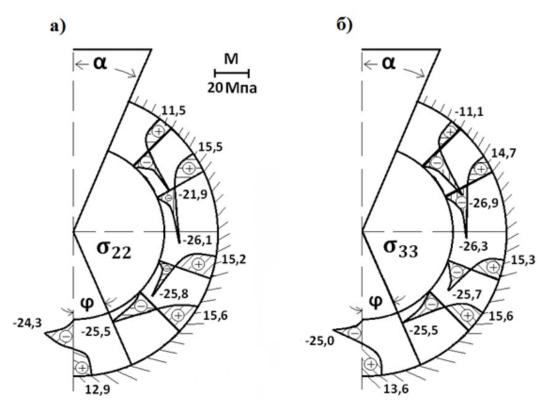


Рис. 11 Поле нормальных напряжений  $\sigma_{22}(a)$  и  $\sigma_{33}$  (б) при  $\varphi=10^{\circ},$   $\alpha=30^{\circ},$   $\tau=3,65$  с

Проведенные ранее расчеты НДС цилиндрических КОФ показали, что наибольшими нормальными напряжениями в оболочке формы является  $\sigma_{22}$ , немного меньше по значению величины напряжения  $\sigma_{33}$ . Напряжения  $\sigma_{11}$  на порядок меньше напряжений  $\sigma_{22}$ , как и величины касательных напряжений. Поэтому оценку трещиностойкости КОФ проводил и по величинам растягивающих и сжимающих напряжений  $\sigma_{22}$ .

В цилиндрической КОФ сжимающие нормальные напряжения  $\sigma_{22}$  имеют наибольшее значение в начальный момент времени в слое, соприкасающимся с жидким металлом. Растягивающие нормальные напряжения  $\sigma_{22}$  достигают наибольшей величины при времени охлаждения отливки в 30 с в сечении стыка цилиндрической и сферической части (зумпфа) КОФ.

Для сферической КОФ установлено, что вся её область находится в зоне сжимающих нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$ , наибольшие значения которых также отмечены по поверхности контакта с жидким металлом. Наибольшие по абсолютной величине — напряжения  $\sigma_{33}$  увеличиваются снизу-вверх по направлению к литниковой воронке. Отмечается, что уменьшению угла охвата КОФ опорным наполнителем не играет существенной роли.

Таким образом, можно утверждать, что для трещинообразования в КОФ при формировании в ней цилиндрической отливки на этапе её затвердевания и охлаждения являются нормальные растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$ , а для сферической отливки нормальные растягивающие напряжения  $\sigma_{33}$ .

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- 1. Поставлены и решены краевые задачи теории температурных напряжений в цилиндрических и сферических оболочковых формах при температурных и силовых воздействиях, моделирующие процессы затвердевания и остывания в них стальных отливок, учитывающие особенности механических свойств материалов деформируемых оболочек, их макро и микроструктуры, геометрию отливок.
- 2. Разработаны алгоритмы и программы расчетов изменяющихся температурных напряжений в цилиндрических и сферических оболочковых формах в процессе консолидации металла и остывания отливок, в том числе зарегистрированный программный комплекс.
- 3. Установлены взаимосвязи напряженных состояний оболочковых форм с внешним воздействием на них опорных наполнителей.
- 4. Выявлены виды напряжений в оболочковых формах, оказывающих решающие влияние на их трещиностойкость при формировании в них цилиндрических и сферических стальных отливок.
- 5. Предложены новые технологические решения по формообразованию цилиндрических и сферических оболочковых форм, позволяющие понизить уровень возникающих в них температурных напряжений, новизна которых подтверждена полученными патентами на изобретения.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

В продолжении данной работы возможно расширение полученных результатов и рекомендаций по структурному состоянию оболочек, внешнему силовому влиянию и их напряженного состояния на другие функциональные оболочки и оболочковые конструкции в машиностроении, авиастроении и других областях.

В дальнейшем предложенные методы возможно развивать с целью учета дополнительных эффектов, возникающих при деформировании исследуемых оболочек и моделирования механизмов их разрушения.

#### ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

#### Статьи в журналах

- 1. Евстигнеев, А.И. Моделирование внешнего силового воздействия на стойкость оболочковой формы при заливке в нее стали / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одиноков, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Математическое моделирование. 2022. Т. 34, №5. С. 61-72.
- 2. Евстигнеев, А.И. О трещиностойкости керамической оболочковой формы по выплавляемым моделям при затвердевании в ней шарообразной стальной отливки / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, В.И. Одиноков, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Литейное производство. − 2022. − № 9. − С. 17-21.
- 3. Одиноков, В.И. Влияние опорного наполнителя и структуры оболочковой формы на ее трещиностойкость / В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Известия ВУЗов. Черная металлургия. 2022. Т. 65, №4. С. 285-293.
- 4. Одиноков, В.И. Морфологическое строение оболочковой формы по выплавляемым моделям / В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Известия ВУЗов. Черная металлургия. 2022. Т.65, N010. С. 740-747.
- 5. Евстигнеев, А.И. О сравнении трещиностойкости керамических оболочковых форм при затвердевании и охлаждении в них цилиндрических и сферических стальных отливок / А.И. Евстигнеев, В.И. Одиноков, А.Н. Намоконов, Д.В. Чернышова // Заготовительные производства в машиностроении. 2023. Т. 21, № 8. С. 339-342.
- 6. Евстигнеев, А.И. Об одном способе повышения трещиностойкости оболочковых форм по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, В.И. Одиноков, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Г.И. Усанов // Литейное производство. − 2024. − № 10. C. 27-31.
- 7. Одиноков, В.И. Напряженно-деформированное состояние керамической оболочковой формы при формировании в ней стальной шарообразной отливки. Часть 1 / В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, А.Н. Намоконов, А.А. Евстигнеева, Д.В. Чернышова // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2024. Т. 67, № 2. С. 211-218.
- 8. Одиноков, В.И. Напряженно-деформированное состояние керамической оболочковой формы при формировании в ней стальной шарообразной отливки. Часть 2 / В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, А.Н. Намоконов, А.А.

- Евстигнеева, Д.В. Чернышова // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2024. Т. 67, N 4. С. 463-470.
- 9. Одиноков, В.И. Моделирование напряженно-деформированного состояния и оптимизация угла охвата сферической оболочковой формы опорным наполнителем / В.И. Одиноков, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, А.Н. Намоконов, Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева // Прикладная механика и техническая физика. 2025. Т. 66, №1. С. 189-196.
- 10. Оценка напряженно-деформированного состояния керамических и металлических литейных форм с кольцевыми швами / Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Колошенко Ю.Б., Одиноков В.И., Дмитриев Э.А, Потянихин Д.А. // Металлург. − 2025. №8. С. 93-97.
- 11. Evstigneev, A.I. External And Internal Factors Affecting The Stress-Strain State Of A Ceramic Shell Mold During The Solidification Of A Steel Casting / A.I. Evstigneev, A.A. Evstigneeva, E.A. Dmitriev, E.P. Ivankova, V.I. Odinokov, D.V. Chernyshova // Mechanics of Solids. 2025. Vol. 60, No. 4. P. 2542-2551.

## Другие публикации

- 12. Чернышова, Д.В. Влияние внешнего силового воздействия на трещиностойкость монослойной оболочковой формы при литье по выплавляемым моделям / Д.В. Чернышова, А.А. Евстигнеева, Е.П. Иванкова // Исследования и перспективные разработки в машиностроении: Материалы VII научно-практической конференции молодых ученых и специалистов, Комсомольск-на-Амуре, 22-23 сентября 2022. Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2022. С.137-154.
- 13. Чернышова, Д.В. Новые решения по управлению силовым воздействием опорного наполнителя на керамическую оболочковую форму при прокаливании и заливке металла / Д.В. Чернышова, Е.П. Иванкова, А.А. Евстигнеева, Н.А. Тарануха // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета.  $-2022. N \le 5(61). C. 123-127.$
- 14. Намоконов, А.Н. Особенности трещиностойкости керамических оболочковых форм при затвердевании в них цилиндрической и шарообразной стальных отливок / А.Н. Намоконов, Д.В. Чернышова, Е.П. Иванкова // В сборнике: Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований. Материалы VI Всероссийской национальной научной конференции молодых учёных. В 3-х частях. Комсомольск-на-Амуре, 2023. Часть 1. С. 80-83.
- 15. Чернышова Д.В. Напряженное состояние литейной керамической оболочковой формы при затвердевании в ней стальной цилиндрической отливки / Д.В. Чернышова, Е.П. Иванкова, А.Н. Намоконов, А.А. Евстигнеева // Материалы XXIII Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, 13-17 февраля 2023 г. С. 361.
- 16. Дмитриев, Э.А. Математическое моделирование стойкости керамической оболочковой формы к трещинообразованию от силового воздействия опорного наполнителя при охлаждении в ней затвердевающей отливки / Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Е.П. Иванкова // В книге: XIII Все-

российский съезд по теоретической и прикладной механике, сборник тезисов докладов: в 4 т. Министерство науки и высшего образования РФ; Российская академия наук; Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Санкт-Петербург, 2023. – С. 88-90.

- 17. Дмитриев, Э.А. Математическое моделирование стойкости керамической оболочковой формы к трещинообразованию от ее морфологической структуры при охлаждении в ней затвердевающей отливки / Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова, В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Е.П. Иванкова // В сборнике: Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023). Материалы конференции. Москва, 2023. С. 210-212.
- 18. Чернышова, Д.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния в керамической оболочковой форме при затвердевании в ней шарообразной стальной отливки / Д.В. Чернышова, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев // Материалы III научной конференции с международным участием «Вычислительные технологии и прикладная математика», Комсомольск-на-Амуре, 7-11 октября 2024г. Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2024. С. 375-379.
- 19. Дмитриев, Э.А. Зависимость стойкости сферической керамической оболочковой формы от параметров её охвата наполнителем при затвердевании в ней отливки / Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, А.А. Евстигнеева, Д.В. Чернышова // Математическое моделирование и краевые задачи : материалы XII Всероссийской научной конференции с международным участием : в 2 томах, Самара, 17–19 сентября 2024 года. Самара: Самарский государственный технический университет, 2024. Том 1. С. 103-106.
- 20. Чернышова, Д.В. Задача моделирования НДС керамической оболочковой формы при формировании в ней стальной шарообразной отливки / Д.В. Чернышова, А.И. Евстигнеев, А.А Евстигнеева // Материалы 52-й школы-конференции «Актуальные проблемы механики» памяти Н.Ф. Морозова, г. Санкт-Петербург, 23-27 июня 2025. С. 48-49.

#### Объекты интеллектуальной собственности

- 21. Патент № 2769192, опуб. 29.03.2022, бюл. 10 Литейная многослойная оболочковая форма для прокаливания и заливки металла в опорном наполнителе / Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Одиноков В.И., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А.
- 22. Патент № 2788296, опуб. 17.01.2023г., бюл. 2 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Дмитриев Э.А., Одиноков В.И., Евстигнеева А.А., Иванкова Е.П., Петров В.В.
- 23. Патент № 2827520 опуб. 30.09.2024 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А., Ткачева А.В., Одиноков В.И., Дмитриев Э.А., Намоконов А.Н.
  - 24. Патент № 2828801 опуб. 21.10.2024 Литейная многослойная оболочковая

- форма / Одиноков В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А., Ткачева А.В., Намоконов А.Н.
- 25. Патент №2827773 опуб. 01.10.2024 Способ подготовки к прокаливанию и заливке металлом многослойной оболочковой формы для изготовления металлических сферических отливок по выплавляемым моделям / Евстигнеев А.И., Одиноков В.И., Дмитриев Э.А., Ткачева А.В., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А.
- 26. Патент №2830086 опуб. 12.11.2024 Литейная многослойная оболочковая форма / Евстигнеев А.И., Одиноков В.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А.
- 27. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024664909, 26.06.2024. Заявка от 10.06.2024. Моделирование процесса силового воздействия опорного наполнителя на стойкость керамической оболочковой формы при затвердевании в ней стальной отливки / Евстигнеева А.А., Чернышова Д.В., Евстигнеев А.И., Григорьева А.Л., Абдурахмонов Ш.Э.