

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

На правах рукописи



Барботько Максим Андреевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОРЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В УСЛОВИЯХ  
НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ СТЕКЛО-МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
доцент Любимова О.Н.

Комсомольск на Амуре – 2023

## Содержание

Введение	4
Глава 1 Обзор методов моделирования стеклования и механической релаксации в задачах получения стекло-металлических соединений	13
п. 1.1 Типы и виды стекло-металлических соединений, методы получения и практическая значимость, механизмы возникновения остаточных напряжений и деформаций	13
п.1.2. Экспериментальные исследования терморелаксационных процессов в интервале стеклования	23
п.1.3 Методы математического моделирования термомеханического поведения стекло-металлических соединений в интервале стеклования	32
п.1.4. Выводы по Главе 1	37
Глава 2 Моделирование температурных режимов и параметрические исследования влияния температурной обработки на теплофизические и механические свойства стекло-металлических соединений	39
п.2.1. Особенности моделирования теплопроводности в интервале стеклования. Модель Тула-Нарайанасвами-Мазурина-Мойнихана.	39
п.2.2 Краевая задача теплообмена и методы расчета температурных режимов	44
п.2.3 Параметрические исследования теплофизических и механических свойств	50
п.2.4. Выводы по Главе 2	58
Глава 3 Экспериментальные исследования изменения температурных параметров в интервале стеклования для стекло-металлического конструктивного элемента	59
п.3.1 Постановка задачи экспериментальных исследований	59
п.3.2 Оборудование, материалы и методика эксперимента	65
п.3.3. Обсуждение результатов экспериментальных исследований коэффициента линейного температурного расширения	79

п.3.4. Выводы по Главе 3	86
Глава 4 Моделирование термомеханической релаксации в неоднородно стеклующихся слоях для стекло-металлических соединений с учетом упругопластического деформирования металлических слоев	88
п. 4.1 Постановка краевой задачи об эволюции температурных напряжений в цилиндрических стекло-металлических соединениях с учетом процесса стеклования и пластического деформирования	88
п. 4.2 Разработка метода начального упругого аналитического приближения в слоистых материалах содержащие стеклующиеся слои	91
п. 4.3 Моделирование технологических и остаточных напряжений для разных стекло-металлических соединений	102
п. 4.4 Выводы по Главе 4	111
Глава 5 Исследование сходимости метода начального упругого аналитического приближения	112
п.5.1 Оценка глобальной погрешности по правилу Рунге	112
п.5.2 Исследование сходимости решения полученного по методу начального упругого аналитического приближения с аналитическим решением для вязкоупругой задачи с простым ядром Максвелла	116
п.5.3 Исследование сходимости решения полученного по методу начального упругого аналитического приближения с численным решением вязкоупругой задачи с применением квадратурных формул	124
п. 5.4 Выводы по Главе 5	129
Заключение	130
Список литературы	132

## **Введение**

*Актуальность.* Стекло-металлические соединения и материалы на их основе широко применяются в различных областях промышленности. Используются механические, клеевые, сварные и спаянные соединения, выбор способа соединения напрямую зависит от критически важных параметров соединения. Например, при создании микрооптических элементов основными требованиями являются: герметичность, отсутствие загрязняющих компонентов и высокая химическая стойкость соединения, в нефтяной и химической промышленности, перечисленные требования дополняются прочностью и термостойкостью. Технологические подходы к получению стекло-металлических соединений в конструктивных элементах для приборостроения развиваются одновременно с проектированием и получением новых материалов на основе стекло-металлических соединений (оптоволокно, стеклометаллокомпозит, стекло-металлические трубы и панели).

Одним из важных для практической реализации технологий стекло-металлических соединения направлений научных исследований является температурная обработка соединения, при которой стекло в состоянии высоковязкой жидкости смачивает металлическую поверхность обеспечивая механическое сцепление и формируется прочное адгезионное соединение. При этом критически важным являются требования хорошего смачивания и малых остаточных напряжений в стекле после отверждения, кроме того актуальной проблемой остается проблема формирования в зоне соединения специальных свойств, с тем, чтобы приложенная в последствии внешняя нагрузка не вызывала опасных концентраций напряжений, ведущих к преждевременному разрушению. Поскольку основной причиной в формировании напряженно-деформируемого состояния в зоне соединения и в соединяемых материалах является разный характер изменения линейных размеров и объема стекла и металла при температурной обработке,

актуальным остается экспериментальное и теоретическое исследование этих изменений в соединениях. Моделирование и экспериментальные исследования механического поведения стекло-металлических соединений, связанного со структурными изменениями в стеклянной составляющей при переходе через интервал стеклования остаются актуальными фундаментальными проблемами физики и механики материалов и находятся в стадии накопления экспериментальных материалов, выдвижения новых теорий, развития и проверки существующих модельных представлений.

*Степень разработанности.* Развитие технологий получения стекло-металлических соединений и новых материалов на основе соединения стекла и металла происходит преимущественно экспериментальным путем. Сложность моделирования связана с отсутствием единых теоретических подходов к описанию структурных изменений в интервале стеклования, особенностей совместного деформирования и механических свойств зоны соединения. Перечисленные проблемы изучаются как правило отдельно и разными группами исследователей. Развитие теоретических подходов к описанию структуры и структурных переходов в стеклах связано с работами

Бартенева Г.М., Малкина А.Я., Александрова А.П., Лазуркина Ю.С., Немилова С.В., Тула А., Нарайанасвами О., Мойнихана К., Мазурина О.В., Сандитова Д.С. Теоретические основы получения стекло-металлических и керамико-металлических соединений развивались в работах Преснова В.А., Якубени М.П., Бачина В.А. и Новодворского Ю.Б. Отдельные задачи позволяющие теоретически описать технологические напряжения и механические свойства стекло-металлических соединений решались в работах: Мазурина О.В., Гончуковой Н.О. и Жорника А.И. (остаточные напряжения в стекло-металлических плоских спаях); Старцева Ю.К. (технологические напряжения в поверхностных слоях стекла при ионном обмене); Буренина А.А., Любимовой О.Н. и Солоненко Э.П. (термомеханические напряжения в конструктивных элементах

стеклометаллокомпозита); Труфанова Н.А. и Сметанникова О.Ю. (моделирование технологических напряжений и деформаций при протяжке оптоволокна). Кроме исследователей занимающихся конкретными технологическими задачами в теории стеклования и получения стекло-металлических соединений, большое количество работ которые могут быть полезны при моделировании рассматриваемых соединений развивают теоретические подходы к описанию сложно – напряженных состояний, в том числе, при силовых воздействиях на слоистые конструкции с учетом неоднородных свойств, фазовых переходов и изменяющегося объема: Буренин А.А. и Ковтанюк Л.В. (теория больших упругопластических деформаций); Багмутов В.П., Баландин Г.Ф., Ефимов В.А., Захаров И.Н. и Скобло С.Я. (консолидация расплавов); Булгаков В.К., Быковцев Г.И. и Чехонин К.А. (моделирование с учетом полимеризации); Арутюнян Н.Х., Манжиров А.В. и Радаев Ю.Н. (механика растущих сред). Несмотря на большое количество исследователей для стекло-металлических соединений остаются актуальными задачи экспериментального исследования их механического поведения на широком температурном интервале при разных скоростях изменения температуры и уточнения на основе экспериментальных исследований модельных представлений и расчетов технологических параметров процесса их получения и отжига.

*Целью работы* является экспериментальное исследование и моделирование термомеханических свойств стекло-металлических соединений при получении и отжиге.

*Основными задачами исследования* являлись:

1. разработка метода и алгоритма расчета для моделирования термомеханического поведения стекло-металлических соединений в широком диапазоне температур с учетом неоднородной структуры, разной реологии и структурных изменений в интервале стеклования;

2. проектирование и изготовление экспериментальной лабораторной установки для изучения закономерностей изменения линейного размера стекло-металлического соединения на широком интервале температур;
3. экспериментальные исследования и установление закономерностей поведения коэффициента линейного температурного расширения в стекло-металлических соединениях при различных скоростях изменения температуры в интервале стеклования.

*Научная новизна* полученных автором результатов заключается в:

1. экспериментальных исследованиях термомеханических параметров в интервале стеклования, в том числе параметров для аналитического представления приведенного времени релаксации и вязкости в формуле Вильямса-Ландела-Ферри и времени релаксации в уравнении Бартенева для стекло-металлического соединения в виде конструктивного элемента стекломаталлокомпозита; установлено изменение направления выпуклости кривой температурного коэффициента линейного расширения и увеличение значений полосы и интервала стеклования; экспериментальное исследование изменения температурного линейного расширения в стекломаталлокомпозите проведено впервые.
2. на основе релаксационной теории стеклования, с использованием модельных представлений Тула-Нарайанасвами-Мазурина-Мойнихана о структурных изменениях в интервале стеклования разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния в стекло-металлических соединениях с учетом зависимости его физико-механических свойств от температуры и структурных изменений, а также термоупругопластического деформирования металлической составляющей; разработан алгоритм расчета при неоднородных структурных изменениях в стеклюющемся слое в результате температурной обработки.

*Достоверность результатов работы* обеспечивается: корректным применением методик экспериментальных измерений линейного расширения;

моделированием в рамках классических подходов термодинамики и механики сплошных сред; выбором экспериментально апробированных теоретических направлений при математическом моделировании; исследованием сходимости предлагаемого численно-аналитического метода расчета термомеханических процессов.

*Теоретическая значимость исследования.* Экспериментальное исследование закономерностей деформирования в условиях термосилового нагружения стекло-металлических соединений расширяет представление о зависимости структурных изменений в стекло-металлических соединениях от предыстории их термомодеформирования.

*Практическая значимость исследования.* Разработка экспериментальной лабораторной установки - горизонтального дилатометра с индукционным нагревом (Дт-ГИ) имеет практическую значимость в исследовании термомеханических свойств в стеклюющихся композиционных материалах со скоростью изменения температуры до 15 °С. Закономерности термического расширения стекло-металлических соединений экспериментально практически не изучены, поэтому экспериментальные исследования закономерностей деформирования в условиях термосилового воздействия при получении и отжиге стекло-металлических соединений остаются практически значимыми не только при разработке технологий их получения, но при изучение зависимости коэффициента линейного температурного расширения с остаточными напряжениями для всех материалов. Исследования представляют ценность при проектировании конструктивных элементов стекло-металлических соединений с заданными свойствами, при моделировании технологических параметров с целью достижения комплекса деформационных и прочностных показателей стекло-металлических соединений.

*Публикации и апробация работы.* Всего по теме диссертации «Исследование терморелаксационных процессов в условиях неоднородной



структуры стекло-металлических соединений» опубликовано 9 печатных работ, из них 5 статьи в журналах, входящим в Перечень рецензируемых научных изданий из списка ВАК, 2 в журналах из списка Web of Science или Scopus.

Основные результаты научно-исследовательской работы представлены на: XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); V Дальневосточной конференции с международным участием «Фундаментальные и прикладные задачи механики деформируемого твердого тела и прогрессивные технологии в машиностроении» (Комсомольск-на-Амуре, 2018); региональной научно-практической конференции «Молодежь и научно-технический прогресс» (Владивосток, 2021); международной научно-практической конференции молодых учёных «Актуальные проблемы информационно-телекоммуникационных технологий и математического моделирования в современной науке и промышленности» (Комсомольск-на-Амуре, 2021); семинаре Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (Комсомольск на Амуре, 2023).

*Личный вклад* заключается в совместной с научным руководителем постановке задач исследования, формулировке положений и выводов, выносимых на защиту, и написании статей по теме исследования. Автор лично проектировал и изготавливал лабораторную установку Дт-ГИ, планировал эксперимент, выполнял все экспериментальные исследования, анализировал и обобщал полученные результаты. Участвовал в разработке математических моделей для поставленных задач, выполнил, обработал и проанализировал все необходимые расчеты.

*Связь работы с научными программами и темами.* Исследования, представленные в диссертации, проводились при поддержке гранта РФФИ 19-33-90200 и ДВФУ, номер проекта 22-07-01-007.

*Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.*

Во *введении* обоснована актуальность и степень разработанности темы диссертации, определены цель и основные задачи работы, отражена научная новизна и практическая значимость. Кратко представлено содержание диссертации по главам.

В *первой главе* описаны виды стекло-металлических соединений, методы их получения, практическая значимость и причины технологических и остаточных напряжений и деформаций. Обозначены основные проблемы экспериментальных исследований терморелаксационных процессов в интервале стеклования в стеклянной составляющей, определяющие механические характеристики соединения. Приведен краткий обзор методов математического моделирования термомеханического поведения стекло-металлических соединений с учетом структурных изменений в интервале стеклования, выделено теоретическое направление, в рамках модельных представлений которого определяются теплофизические, структурные и механические свойства соединений.

Во *второй главе* моделируются температурные режимы и проводятся параметрические исследования влияния температурной обработки на теплофизические и механические свойства стекло-металлических соединений. Рассмотрены особенности моделирования теплопроводности в интервале стеклования в рамках модельных представлений Тула-Нарайанасвами-Мазурина-Мойнихана. Поставлена и решена численно краевая задача сложного теплообмена в стекло-металлических цилиндрических соединениях при различных режимах получения и отжига.

Разработан алгоритм и программы для численного решения поставленной краевой задачи теплообмена. При численном моделировании исследованы различные температурные режимы, в том числе индукционный

нагрев и теплообмен с учетом излучения с внешней поверхности. Выделены режимы и геометрия при которых наблюдается структурная неоднородность в стеклующемся слое связанная с неравномерным изменением температуры, которая приводит к выделению областей не стеклующихся или проходящих интервал стеклования по-разному.

*Третья глава* посвящена экспериментальному исследованию изменения температурных параметров в интервале стеклования для стекло-металлического конструктивного элемента представляющего собой – стеклометаллокомпозитный стержень. Приведены исследования в изменения линейного расширения стеклянной составляющей в лабораторной установке с косвенным нагревом и вертикальной загрузкой. Спроектирована и изготовлена специальная лабораторная установка для дилатометрических исследований с индукционным нагревом и горизонтальной загрузкой экспериментальных образцов. Приведены результаты по экспериментальным исследованиям термомеханических параметров в интервале стеклования для стекол одного состава: отождённым и в составе стеклометаллокомпозита с разными скоростями изменения температуры. На основе экспериментальных данных получены параметры для аналитического представления приведенного времени релаксации и вязкости в формуле Вильямса-Ландела-Ферри.

В *четвертой главе* поставлена краевая задача об эволюции температурных напряжений в цилиндрических стекло-металлических соединениях с учетом процесса стеклования и пластического деформирования, разработан алгоритм численно-аналитического метода начального упругого аналитического приближения при расчете механической релаксации в стеклующихся слоях. Для определенных стекло-металлических соединений рассчитаны структурные и механические релаксационные процессы при индукционном нагреве и отжиге. Для стеклометаллокомпозитного конструкционного

стержня расчеты проведены с использованием полученных экспериментальных данных в третьей главе.

*В пятой главе* проведено исследование сходимости метода начального упругого аналитического решения на сгущающейся сетке; сравнением с аналитическим решением при простом экспоненциальном ядре и с численным решением при использовании квадратурных формул.

*В заключении* сформулированы основные результаты работы

## **Глава 1 Обзор методов моделирования стеклования и механической релаксации в задачах получения стекло-металлических соединений**

*п. 1.1 Типы и виды стекло-металлических соединений, методы получения и практическая значимость, механизмы возникновения остаточных напряжений и деформаций*

Исследования стекло-металлических соединений с 60-х годов прошлого века связаны с применением их в электронных приборах и устройствах, где они используются как соединители в электрических цепях постоянного, переменного (частотой до 3МГц) и импульсного токов с высокими электротехническими характеристиками: вакуумной плотностью, механической прочностью, стойкостью воздействию внешней среды, радиационной стойкостью и работающие в условиях высокого давления до 180МПа и высоких температур до 250 °С [56, 111, 112].

Кроме задач решаемых применением стеклянных спаев в электротехнике, стекло-металлические соединения известны в технологиях получения остеклованных поверхностей, для транспортировки агрессивных жидкостей в нефтеперерабатывающей и химической отрасли и в животноводстве в при хранении и переработке отходов. Для промышленных труб нефтяного сортамента распространены 2 основных способа остекловывания: баллонный способ однослойной технологии остеклования (осаждение стеклянного слоя при расширении стеклянного цилиндрического баллона внутри стальной трубы) [51, 137] и стеклоэмалирование - метод послойного остеклования труб для нефтепромысловых трубопроводов сырой нефти методом центрифугирования (послойной подачи расплавленного стеклянного порошка на внутреннюю поверхность вращающейся трубы)[140]. Общая толщина стеклянного покрытия в таких трубах достигает 1 мм. В настоящее время в животноводстве резервуары для хранения и последующей переработки отходов часто изготавливаются из стеклоэмалированных листов Glass-Fused-to-Steel (GFtS) которые получают путем соединения стали и стекла. В процессе выдержки при температурах 820 °С – 930 °С расплавленное стекло вступает в реакцию с поверхностью стального листа, образуя инертное и неорганическое соединение, прочное и гибкое как сталь и

коррозионностойкое как стекло [148,150]. Толщина стеклянного покрытия варьируется в пределах 0.25 – 0.45 мм.

Исследования свойств стекло-металлических соединений актуальны и при решении задач иммобилизации радиоактивных отходов (РАО). Известен способ капсулирования РАО в стеклянную матрицу, с последующей упаковкой расплава стекла с РАО в стальные гильзы из нержавеющей стали, т.е. получают стеклометаллокомпозитные стержни. Одной из важных задач здесь являются коррозионные процессы на границе стекла и металла приводящие к разрушению внешней металлической оболочки [109, 146].

В авиастроении с 90-х годов, известен конструкционный слоистый гибридный материал из тонких листов алюминиевых сплавов (Al–Li) толщиной (0,3–0,4 мм) и прослойка стеклопластика [121, 142]. В России материал получил название СИАЛ (алюмопластик), за рубежом известен как (GLARE). Высокая трещиностойкость, пониженная плотность, и коррозионная стойкость позволяют применять СИАЛ в авиационной промышленности, развитие данных материалов связано с проблемами повышения их прочности и ударостойкости.

Еще одним актуальным и практически значимым применением материалов на основе стекло-металлических соединений являются корпуса подводных аппаратов для исследований морских глубин. Прочный корпус исследовательского подводного аппарата должен: успешно противостоять двум эффектам высокого гидростатического давления - деформациям на изгиб и избыточным напряжениям, вызываемым сжатием материала корпуса; иметь плотность обеспечивающую сохранение положительной плавучести. Обычно применяются различные марки высокопрочной и сверхпрочной стали с пределом текучести от 560 МПа и выше, но высокая плотность стали и связанные с этим проблемы отрицательной плавучести (требуется использовать наполнители с меньшим, чем у воды, удельным весом обеспечивающие положительную плавучесть, что приводит к увеличению объема аппарата и его веса вне воды, растет мощность двигателей, значит растет вес аккумуляторных батарей- замкнутый круг) заставляет продолжать поиски новых материалов.

Одним из перспективных материалов считается стекло, его плотность мала, а сопротивление сжатию велико, исследовательские усилия направлены на увеличение ударной вязкости и прочности на изгиб. В научно-исследовательских проектах результаты которых отражены в работах [98, 100, 105, 106, 126, 142, 171] поставлена и решается задача о создании слоистого конструкционного материала на основе стали (алюминия) и массивного слоя стекла (стеклометаллокомпозита) методами центрифугирования (последовательное нанесение стеклянного слоя) и пайкой (соединение посредством размягчения стекла, по этим технологиям были получены экспериментальные образцы двух и трехслойных цилиндров) (Рисунок 1.1). В работах [30, 61, 64, 90, 99, 101, 157] проверена идея об упрочнении стекла в составе стеклометаллокомпозита (далее СМК) для конструктивных элементов более простой геометрии стержнях и цилиндрах со сплошным стеклянным сердечником (Рисунок 1.2).



Рисунок 1.1 Фотографии экспериментальных образцов двухслойного и трехслойного цилиндрического СМК, изготовленные методом центробежного литья (сплав алюминия-стекло-сплав алюминия)[105, 106, 126, 171]

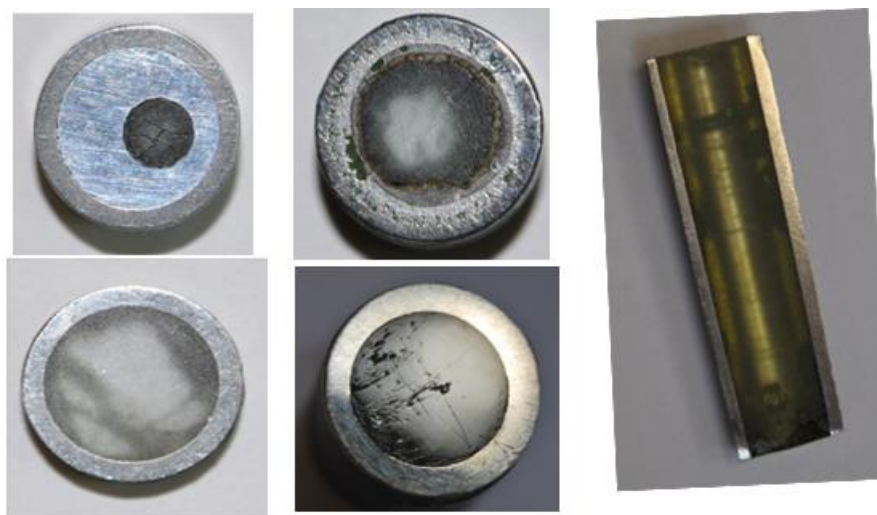


Рисунок 1.2 Фотографии экспериментальных образцов СМК стержней, изготовленных методом запрессовки стеклянного стержня в металлические цилиндры [64, 90, 99]

Исследования свойств конструктивных элементов СМК выявили ряд проблем решение которых позволит рассматривать его как перспективный и конкурентноспособный. В работе [64] основные проблемы перечислены точно «....

- получение прочного соединения, при заявленных температурах в окислительной среде на металлических оболочках образуются оксидные слои, препятствующие адгезионно прочному соединению его со стеклом; не ясно, достаточно ли адгезии стекла к металлу или необходимо добиваться развитой диффузионной зоны на границе соединения, а также какими должны быть свойства этой диффузионной зоны, чтобы обеспечивалось поверхностное упрочнение стекла и в целом композит работал на пределе прочных стекол под нагрузкой;

- разница в температурных коэффициентах линейного расширения приводит к появлению растягивающих напряжений в стекле на определенном технологическом этапе; в металлических слоях формируются значительные напряжения, приводящие к пластическому течению металла;



- построение корректной математической модели, учитывающей сложные термомеханические процессы в стекле и металле, в том числе процессы фазового перехода в металлическом слое, явление стеклования в стеклянном слое и возможность формирования нового материала на границе соединения стекло-металл со свойствами, требующими дополнительных исследований» [23 стр.26].

Если проблема получения прочного соединения решена методом температурной и химической обработки [62, 69, 70, 160, 161], то задача повышения прочности стекла за счет наведения в поверхностных слоях сжимающих напряжений остается актуальной. В технологии получения стекло-металлических соединений обычно стекло доводится до состояния высоковязкой жидкости, которая наносится и припаивается к металлу. В интервале стеклования отношение температурных коэффициентов линейного и объемного расширения стекла и металла приводит к формированию растягивающих напряжений не только в поверхностных слоях, но (например, для тонких покрытий) и по всему объему, в результате формируются деформации и дефекты, снижающие дальнейший эффект от дифференциального сжатия. На Рисунке 1.3 при изучении относительного изменения длины заметно, что в интервале стеклования и выше скорость изменения линейных размеров в стекле может существенно превышать аналогичную в металле, что является причиной появления растягивающих напряжений в стекле в интервале стеклования. Характерные точки на графиках изменения относительных линейных размеров при охлаждении:  $T_f$  – температура размягчения стекла,  $T_g$  – температура стеклования,  $T_{rel}$  – верхняя температура отжига,  $T_{gm}$  – температура при которой скорости изменения линейных размеров совпадают, после этой температуры напряжение в стекле становится сжимающим. Режим отжига регулируется таким образом, чтобы в интервале температур  $[T_{gm}, T_f]$  скорость снижения температуры была наименьшей.

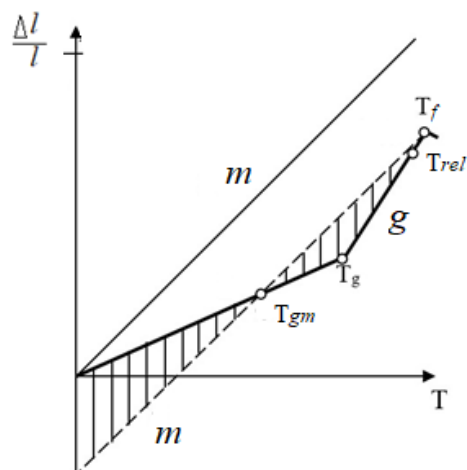


Рисунок 1.3 Характер изменения линейных размеров: g- стекла и m - металла

Из работ [56, 111, 112] известно, что оптимальные спаи стекла со стеклом через припой получаются, когда кривая расширения стекла лежит между верхней температурой отжига и температурой размягчения припоя, при этом коэффициент расширения припоя должен быть несколько ниже, чем коэффициенты расширения спаеваемых стекол (Рисунок 1.4).

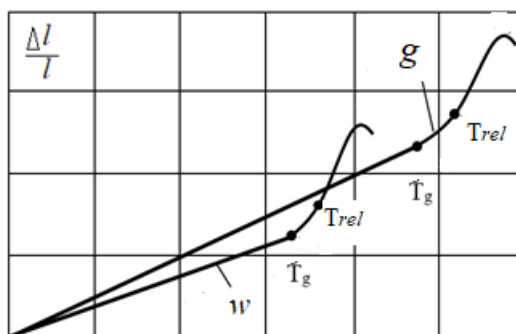


Рисунок 1.4 Характер изменения линейных размеров: g - стекла и w – припоя

Известно также, что температурное расширение стекла в интервале стеклования зависит от скорости изменения температуры (Рисунок 1.5). Поэтому в массивных стеклующихся изделиях в разных областях

терморелаксационные процессы могут иметь разные параметры характеризующие структурные изменения в стекле в интервале стеклования, что сказывается на величине технологических и остаточных напряжений в материале.

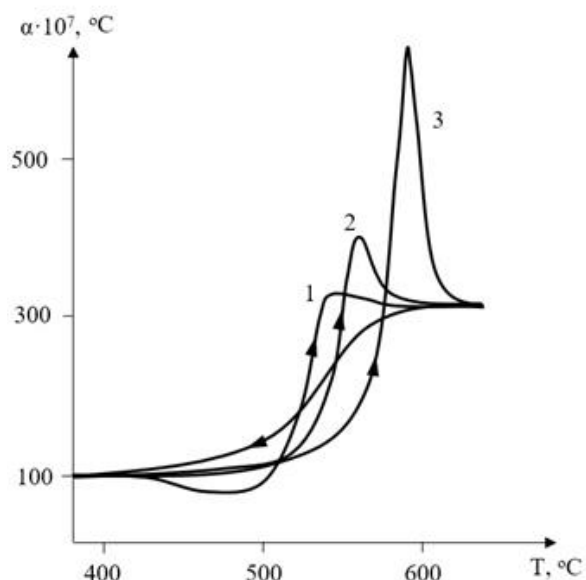


Рисунок 1.5 ТКЛР боросиликатного стекла при разных скоростях охлаждения и повторного нагрева: 1 – 0,15 °C/мин; 2–3 °C/мин ; 3 – 60 °C/мин

Поскольку конечной целью в технологии получения СМК является упрочнение стекла в его составе при дифференциальном сжатии ( получение сжимающих напряжений в поверхностных слоях стекла, препятствующих распространению дефектов по всему объему, за счет разницы в коэффициентах температурного расширения) ответственными технологическими параметрами являются скорость нагрева и вид кривой изменения температуры в интервале стеклования. Распределение сжимающих напряжений в приповерхностном слое стекла должно быть максимальным при том, что интегральная характеристика технологических растягивающих напряжений во внутренних слоях должна стремиться к нулю. Похожая технологическая задача решается при ионнообменном упрочнении стекол,

например, по методу Engineered Stress Profile, достигается характеристическая прочность 275 МПа, при этом в поверхностном слое сжимающие напряжения могут составлять от 45 МПа до 690 МПа, однако к числу недостатком ионнообменных методов относится сильная зависимость от диффузионной подвижности обменивающихся ионов [96]. Сложность моделирования процессов ионнообменного упрочнения определяет актуальность развития математических моделей, пока зачастую на практике при разработке технологического процесса обычно проводят экспериментальную оптимизацию условий процесса.

В технологии получения стеклометаллокомпозитных стержней пока максимальное значение хапрактеристической прочности составляет от 146 МПа до 270 МПа, максимальное значение достигается в экспериментальных образцах охлажденных с высокой скоростью, при этом при разрушении этих образцов наблюдается граница раздела в стекле между разрушенный приповерхностным слоем и внутренним (Рисунок 1.6). Актуальной представляется задача поиска оптимального температурного режима и оптимального расположения максимальных значений сжимающих напряжений в приповерхностном слое стекла, чтобы исключить негативное воздействие напряженно-деформированного состояния на границе соединения и добиться упрочнения остального объема.



а б

Рисунок 1.6 СМК стержни после испытаний на одноосное растяжение изготовленные по разным температурным режимам: а - стандартный с охлаждением со скоростью  $3^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ ; б- стандартный с охлаждением со скоростью  $20\text{-}25^{\circ}\text{C}/\text{мин}$  [64]

Еще одна актуальная задача для которой могут быть применимы методы и алгоритмы развиваемые в данной работе - использование оптических волокон специальных типов для передачи сигналов, например, волокно типа Panda, состоит из легированных кварцевых стекол в полимерном защитно-упрочняющем покрытии со специальными силовыми элементами термомеханические свойства (ТКЛР, вязкость, температура стеклования и прочее) которых отличаются от основного материала (Рисунок 1.6). Уникальные свойства этого типа волокна достигаются за счет легирования кварцевого стекла, такие стекла могут обеспечить большую температурную деформацию для формирования разницы показателей преломления [96, 134, 123, 135, 180].

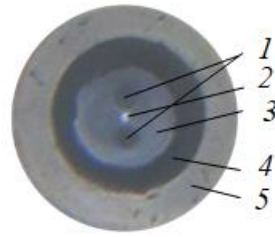


Рисунок 1.6 – анизотропное оптическое одномодовое волокно типа Panda: 1- силовой элемент (легирован  $B_2O_3$  и  $P_2O_5$ ); 2 – светопроводящая жила (легирована  $GeO_2$  ; 3- основной материал (чистое кварцевое стекло); 4 и 5- внешнее и внутреннее защитно-упрочняющее покрытие [180]

В тоже время высокая концентрация легирующих элементов влияет на конечные термомеханические свойства и термонапряженное состояние силовых элементов и может приводить к разрушению их заготовок (Рисунок 1.7) [135].

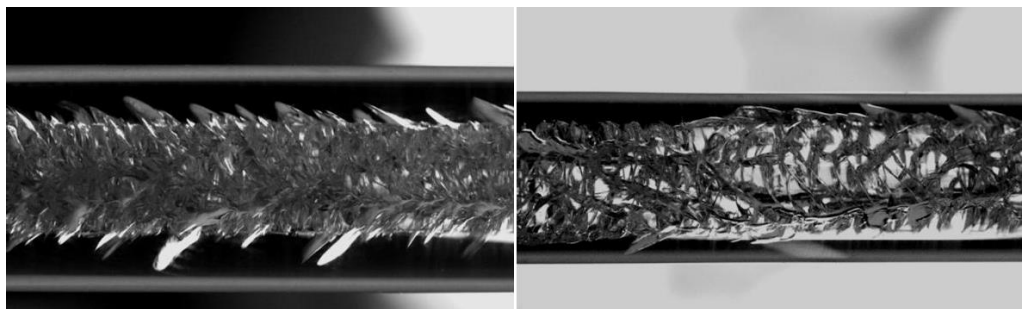


Рисунок 1.7 Разрушения заготовки силового стержня [135]

Кроме задачи управления процессом легирования силовых элементов остается актуальной задача управления технологическими и остаточными напряжениями в светопроводящей жиле кабеля, поскольку ее напряженное состояние влияет на характеристики волокна. Технологические и остаточные

напряжения в светопроводящей жиле являются результатом терморелаксационных процессов в технологии получения оптического волокна от термической обработки заготовки до термической протяжки кабеля. Часто моделирование ограничивают первым приближением в рамках теории термоупругости с осреднением физико-механических свойств, что не позволяет учесть особенности термдеформирования при структурных изменениях в материалах в процессе стеклования и полимеризации.

### *п.1.2. Экспериментальные исследования терморелаксационных процессов в интервале стеклования*

Структура неорганических стекол, кинетика их образования и характер эволюции их макроскопических свойств остается одной из основных задач современной физики. Явление структурной релаксации связывают с непрерывными изменениями структуры и физико-механических свойств. Развитие технологий получения новых материалов относящихся к стеклообразующим системам и экспериментально наблюдаемые сходства их главных макроскопических характеристик позволяют оставлять актуальной задачу разработки общего теоретического подхода к описанию изменения их свойств при стекловании. Пока существует большое количество теорий и феноменологических подходов к явлению стеклования, которые иногда различаются принципиально [55, 132].

Несмотря на рост новых подходов к моделированию кинетики стеклования, в том числе и с применением методов машинного обучения в статистической физике, при описании экспериментальных данных продолжают успешно применяться теоретические модели 70 -х и более ранних годов прошлого века, среди которых модельные представления Волькенштейна М.В., Мазурина О.В., Бартенева Г.М., Немилова С.В.,

Кольрауша Ф., Тула А., Ковакса А. Нарайанасвами О., Мойнихана К., Маседо П. [6, 74, 93, 116, 167, 168, 178, 179].

Продолжают обсуждаться особенности поведения важных термодинамических величин: энтальпии  $H$ , объема  $V$  и модуль сдвига  $G$  при структурной релаксации и стекловании, скорости их изменения являются важными эмпирическими критериями проверки модельных подходов. В моделировании и экспериментальном исследовании свойств металлических стекол продолжается поиск альтернативного механизма релаксации, отличного от релаксации свободного объема, например, релаксации подсистемы дефектов типа межузельных упругих диполей [46, 81, 153]. Структурная релаксация в рамках межузельной теории может управляться путем измерения нерелаксированного модуля сдвига, в работе [139] экспериментально доказана возможность непротиворечивой и интерпретации кинетики релаксации и тепловых эффектов при измерении нерелаксированного модуля сдвига в режиме нагрева-охлаждения. Отмечено, что экспериментальное измерения модуля сдвига на достаточно высоких частотах с хорошей точностью в широком интервале температур остается актуальной экспериментальной задачей.

В работах Александрова А.П. и Лазуркина Ю.С. [2] на экспериментальных данных была замечено, что экспериментальные кривые релаксационного модуля  $G'(w)$  полученные при измерении в определенных частотных диапазонах ( $w_1 - w_2$ ) можно совмещать сдвигая вдоль временного (частотного) фактора на некоторую величину  $a_T$  зависящую от температуры (Рисунок 1.8), что позволяет построить зависимость линейных вязкоупругих свойств стеклообразных систем и полимеров в широком диапазоне. Это представление возможно в предположении, что все времена релаксации зависят от температуры одинаковым образом.



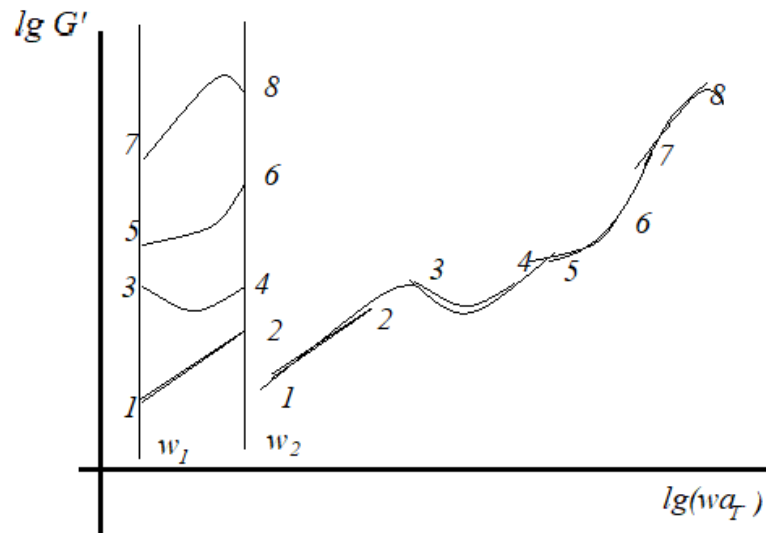


Рисунок 1.8 Качественный характер обобщенной температурно-инвариантной зависимости

Тогда для много компонентных моделей Максвелла частотная зависимость динамического модуля может быть представлена, следующим образом [84]:

$$G'(w) = \sum_{i=1}^n G_i \frac{(w\tau_{max})^2}{i^2 + (w\tau_{max})^2},$$

где  $\tau_{max}$  – время релаксации и  $G_i = const$ .

В работах Бартенева Г.М. и Сандитова Д.С. [6, 7] проанализирована связь между частотой механических воздействий и скоростью нагревания для сопоставления механических и структурных релаксационных процессов и показана независимость времен релаксации от методов измерения (механических или структурных).

Принцип температурно-временной суперпозиции позволяет утверждать, что модуль упругости может быть равно описан как измерением частоты, так и измерением температуры, для параметра приведения

$a_T$  популярными являются два стандартных уравнения Аррениуса (1.1) и Вильямса-Ландела-Ферри (1.2) [116].

$$a_T = \exp\left(\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)\right), \quad (1.1)$$

здесь  $E_a$  – энергия активации релаксационных процессов,  $T_r$  – температура приведения,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

$$\lg a_T = -C_1 \left( \frac{T - T_g}{T - C_2 T_g} \right), \quad (1.2)$$

$$a_T = \frac{\tau(T)}{\tau(T_g)} = \frac{\eta(T)}{\eta(T_g)},$$

здесь  $T_g$  – температура стеклования,  $C_1$  и  $C_2$  – эмпирические параметры. Записанные соотношения определяют направление экспериментальных исследований целью которых является описание механических и структурных релаксационных переходов. Структурные переходы наблюдаются на температурных зависимостях теплофизических свойств - теплоемкости и коэффициента линейного температурного расширения получаемых экспериментально при калориметрических и дилатометрических измерениях. В работах [6, 7, 49, 72, 73] из графического анализа экспериментальных кривых теплоемкости для разных стекол в интервале стеклования определялась температура стеклования и интервал стеклования далее на основе уравнения Бартенева-Ритланда обобщенного Немиловым [7] определялись константы в соотношении (1.2).

Для аппроксимации экспериментальных значений теплоемкости и температурного расширения в интервале стеклования в рамках релаксационной теории часто используют критерий Тула [74, 167, 168, 178, 179]-фиктивную температуру - «величина  $T_f$  образца исследуемого вещества равна величине фактической температуры такого образца этого вещества, который имеет ту же структуру, что и исследуемый образец, но находится в

равновесном состоянии. Таким образом, у вещества в равновесном состоянии всегда  $T_f = T$  и для полной характеристики такого вещества в изобарических условиях достаточно знать лишь его температуру. У вещества в неравновесном состоянии  $T_f \neq T$  и состояние вещества согласно Тулу, должно характеризоваться двумя параметрами  $T$  и  $T_f$ » (Рисунок 1.9) [стр. 29, 179]

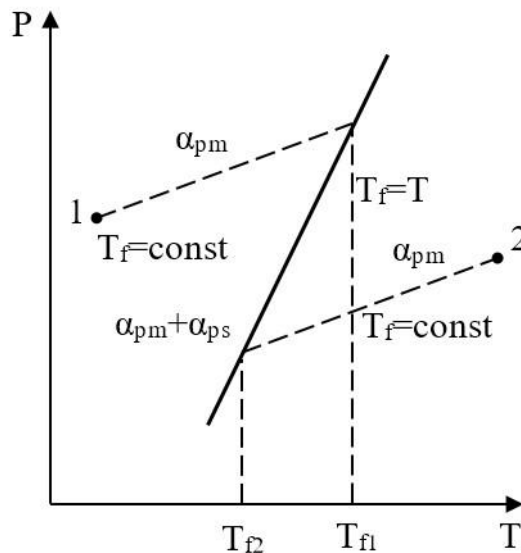


Рисунок 1.9 Метод определения  $T_f$  по текущей температуре и значению объема, линейного размера или энтальпии

Через параметр  $T_f$  довольно эффективно могут быть описаны структурные особенности и любые свойства материала в интервале стеклования: при охлаждении от высоких температур  $T_f$  совпадает с текущей температурой до верхнего предела интервала стеклования, затем начинает отклоняться вплоть до нижней границы интервала стеклования, далее остается постоянной (Рисунок 1.10).

Альтернативными внутренними параметрами описывающими структурные изменения в стекле и определяющими свойства систем являются доля свободного объема [6] и доля частиц находящихся в возбужденном [132] или степень стеклования [123].

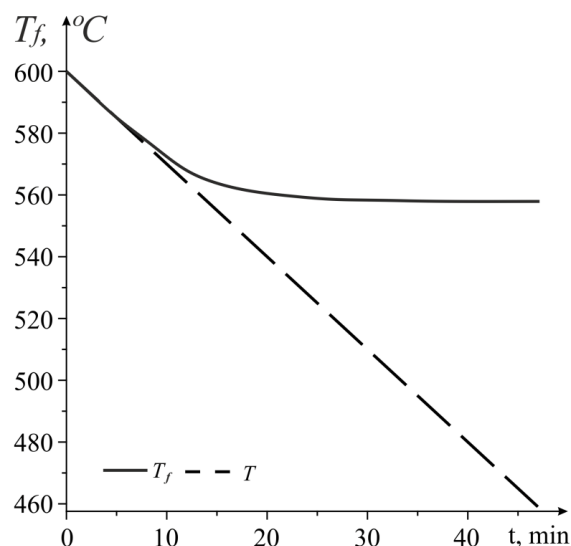


Рисунок 1.10 Изменение фиктивной температуры для стекла С 52-1 (охлаждение от 600°С со скоростью 3°С/мин)

Эффективным оказывается также применение для аппроксимации скорости изменения фиктивной температуры  $\frac{dT_f}{dT}$ , при температуре большей верхней границы интервала стеклования  $\frac{dT_f}{dT} = 1$ , а при температуре меньшей нижнего предела интервала стеклования  $\frac{dT_f}{dT} = 0$  [64, 108, 110, 129], например, в интервале стеклования коэффициент линейного температурного расширения может быть записан в виде

$$\frac{dT_f}{dT} = \frac{\alpha(T) - \alpha_g}{\alpha_l - \alpha_g},$$

здесь  $\alpha_g$  — теплоемкость стекла в «замороженном» состоянии при температуре меньшей нижнего предела интервала стеклования, значение,  $\alpha_l$  — соответствующему равновесному состоянию.

Аналитическая зависимость структурной температуры от изменения температуры по Тулу была записана в виде [6, 129]

$$\frac{dT_f}{dT} = \frac{K}{q} \exp\left(\frac{T}{g}\right) \exp\left(\frac{T_f}{h}\right) (T - T_f),$$

где  $K, g$  и  $h$  – температурно- временные характеристики вязкости стекла.

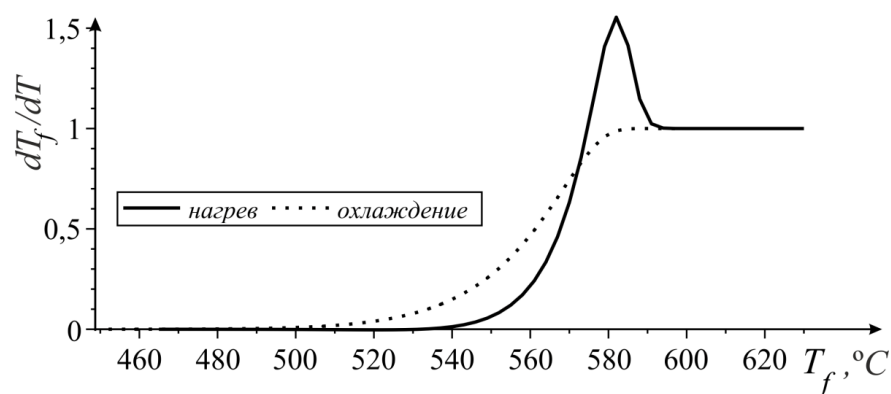


Рисунок 1.11 Скорость изменения фиктивной температуры для стекла C52-1 (охлаждение от 600°C до 400°C и нагрев со скоростью 3°C/мин)

В работах [72, 73, 74, 167, 168] на основе общей концепции времени релаксации и линейной теории вязкоупругости предложены аналитические зависимости свойств стекла в интервале стеклования, с помощью релаксационной функции в виде [84]:

$$M_p = \frac{P(t) - P(\infty)}{P(0) - P(\infty)} = \sum_{i=1}^n G_i(\tau_i) \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right), \quad (1.3)$$

здесь  $P(0), P(t), P(\infty)$  – значения рассматриваемого свойства в разные моменты времени: начальный, текущий и в условиях термодинамического равновесия,  $\tau_i$  – набор дискретных времен релаксации, а  $G_i$  – парциальные модули. Конечная сумма представленная (1.3) является аппроксимацией интеграла

$$M_p(t) = \int_0^\infty G(\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) d\tau, \quad (1.4)$$

$G(\tau)$  – релаксационный спектр,  $\tau$  – время релаксации, переходят от непрерывных спектральных функций (1.4) к дискретным (1.3) через дельта-функции [6].

В работах [76, 167, 168]  $T_f$  после изменения температуры на  $\Delta T = T_1 - T_0$  записывается для определенного свойства  $P$  в виде

$$T_f = T_0 + \Delta T(1 - M_p(\Delta T)), \quad (1.5)$$

где  $M_{pe} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} M_p$  – равновесная функция релаксации, тогда с использованием принципа суперпозиции Больцмана-Вольтерры (1.5) в любой момент времени может быть записано как

$$T_f = T_0 + \int_0^t (1 - M_{pe}(t - \acute{t})) \frac{dT}{d\acute{t}} d\acute{t}. \quad (1.6)$$

Экспериментально доказана эффективность применения для количественного описания релаксационных процессов функции Кольрауша [116, 132]

$$M_p = g_0 \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau_p}\right)^{b_p}\right), \quad (1.7)$$

здесь  $\tau_p$  и  $b_p$  постоянные,  $0 < b_p < 1$ ,  $\tau_p$  – не совпадает с временем релаксации  $\tau$  и называется характерным временем релаксации. В работе [76] физический смысл  $\tau_p$  определен его связью со средним временем релаксации  $\langle \tau \rangle = \frac{\tau_p}{b_p} \Gamma\left(\frac{1}{b_p}\right)$ , где  $b_p$  – интервал, которому принадлежит спектр времен релаксации. В работе [84] на примере релаксации напряжений приведено уравнение отражающее связь характерного времени релаксации (1.7) с релаксационным спектром модуля свига

$$\exp\left(-\left(\frac{t}{\tau_p}\right)^{b_p}\right) = \frac{1}{M_p(0)} \int_0^\infty G(\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) d\tau, \quad (1.8)$$

$$M_p(0) = G_0 - G_\infty,$$

здесь  $G_\infty$  – равновесный модуль (для жидкости по определению полагают  $G_\infty = 0$ , для твердых тел  $G_\infty > 0$ ,  $G_0$  – мгновенный модуль. Релаксационный спектр  $G(\tau)$  может быть найден из решения уравнения (1.8) по известным экспериментальным параметрам  $\tau_p$ ,  $b_p$  и  $\tau$ .

Большинство экспериментальных методов в релаксационной теории стеклования связаны с определением параметров  $\tau_p$ ,  $b_p$ ,  $\tau$ ,  $K$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $T_g$ ,  $E_a$ ,  $\alpha_g$ ,  $\alpha_l$  для последующего моделирования свойств стеклообразных систем с использованием основных модельных представлений (1.1.)-(1.9) в широком диапазоне температур. Анализируется изменение вязкости, теплового расширения, теплосодержание и релаксация напряжений на вискозиметрах, дилатометрах, калориметрах и резистометрах. Несмотря на довольно обширный экспериментальный материал и систематическое изложение методов экспериментальных исследований изложенных: по тепловому расширению стекла в работах [41, 77, 127]; вязкости и электропроводности в работах [42, 78, 95] [64-66] и показателя преломления [6, 7, 80], следует отметить, что проведенные исследования касаются стекол разных химических составов и проводятся при изменении температуры с постоянной скоростью обычно не превышающей 5 °С/мин, стандартной считается скорость 3 °С/мин. Наиболее исследованными являются кварцевые стекла [5, 31, 53]. Направление экспериментальных исследований для многокомпонентных силикатных и металлических стекол связано с изучением влияния химического состава на структурную и механическую релаксацию [110]. В работе [129] систематически исследованы стекла упрочненные методом ионного обмена в расплавах солей и подчеркнуты экспериментальные трудности которые остаются актуальными и требуют не только уточнения методик и трудоемкой работы экспериментаторов, но и новых решений в конструировании измерительных приборов. Например, отмечается, что в отечественной промышленности отсутствуют дилатометры дающие полностью замкнутый гистерезис теплового расширения, на зарубежных

термомеханических анализаторах, иногда удается получать более или менее удовлетворительные кривые.

Экспериментальные исследования именно спаев стекол с металлами ограничены, можно отметить работы [62, 64, 73 и 170]. При этом отметим, что сформированное в стеклах стекло-металлических соединений напряженное состояние и как следствие его влияние на термическое расширение стекла необходимо исследовать как для управления термонапряженным состоянием при отжиге стекла, так и для понимания механизмов упрочнения и разрушения стекол. Моделирование терморологических особенностей стекло-металлических соединений позволит проектировать новые материалы на их основе. Вместе с тем трудности анализа, например, механических напряжений связанные с конструктивными особенностями стеклометаллических элементов, (материал не является прозрачным, для того чтобы исследовать его на полярископе-поляриметре, вынуждает искать новые или адаптировать известные методы измерения.

*п. 1.3 Методы математического моделирования термомеханического поведения стекло-металлических соединений в интервале стеклования*

Развитие модельных представлений об изменении напряженно-деформируемого состояния в сопряженных системах и слоистых материалах при разного рода воздействиях рассматриваются с позиций наследственной теории ползучести, пластичности и реологии материалов и связаны с именами многих механиков, среди которых : Больцман Л., Максвелл Дж., Кельвин, Фойгт В, Александров А.Я., Ильюшин А.А., Ишлинский А.Ю., Работнов Ю.Н., Победря Б.Е., Малкин А.Ю., Малинин Н.Н., Амбарцумян С.А., Григолюк Э.И., Манжиров С.П., Быковцев Г.И., Буренин А.А., Ковтанюк Л.В. и многие другие. Среди обзоров состояния теории в механике работы [23, 29, 47, 84]. Каждый из перечисленных разделов механики деформируемого



твердого тела: теория упругости, пластичности, наследственной вязкоупругости и ползучести изобилует моделями и методами их реализаций оставляя за исследователем право выбирать направление моделирования. Осложнение модельных представлений связано: со сложной геометрией; в видами воздействия силовых полей на материалы; структурными изменениями в материалах и движущейся границе структурных изменений; разным поведением под нагрузкой для материалов с границей раздела (упругий-упругопластический, вязкоупругий- упругопластический материалы и т.д.).

Стекло-металлические соединений обладают всеми перечисленными сложностями при составлении моделей для описания термомеханических процессов:

-неравномерное изменение температуры сопровождается как структурными изменениями в стеклянных составляющих, так и металлических, например, в технологии получения стекломаталлокомпозитов на основе алюмосиликатного стекла и алюминия, происходит плавление, затем кристаллизация алюминиевого слоя [64, 171];

- в технологиях получения оптического волокна расположение силовых элементов с легированными поверхностными слоями приводит к особенностям в распределению поля напряжений [55, 96, 123, 134, 135, 180];

- разное реологическое поведение материалов требует разных модельных представлений, стекло может моделироваться с позиций наследственной теории вязкоупругости, а металл с позиций теории пластичности [60, 64].

Термомеханические задачи выделяются в отдельное направление связанное с исследованием различных связей между напряжениями, деформациями и температурой. Как правило, одновременно моделируются не только термические напряжения, но и температура. Существует два основных

направления: связанные и несвязанные термомеханические модели. Для многих практических задач актуально и экспериментально обосновано моделирование в несвязной постановке, даже при этом упрощении, единого подхода к моделированию не выработано. Систематически несвязная теория температурных напряжений, в том числе при термоупругом деформировании сопряженных систем и слоистых сред изложена в работах Б. Боли и Дж. Уайнера [13], А.Д. Коваленко [20], В.М. Вигака [44], Я.С. Подстригача, В.А. Ломакина, Ю.М. Коляно [107]. В данной работе моделирование выполнено в несвязной постановке.

Выше уже отмечалось отсутствие общих модельных представлений о структурных изменениях при стекловании и их влиянии на свойства стеклующихся материалов, именно поэтому технология получения стекло-металлических соединений развивается в основном экспериментальным путем, что существенно ограничивает развитие и синтез новых слоистых конструкционных материалов на основе стекла и металла.

Моделированию напряженно-деформированного состояния стекло-металлических соединений в широком диапазоне температур посвящено не так много работ, наиболее известна работа О.В. Мазурина [73] в которой на основе модельных представлений о структурной температуре Тула-Нарайанасвами предложен метод расчета напряженного состояния в плоских спаех стекла с металлом и стекла со стеклом, именно по этому методу с некоторыми уточнениями исследуются технологические и остаточные напряжения в работах [25, 27, 28, 63, 72, 74, 108, 110, 128, 129, 162, 172], следует отметить хорошую согласованность модельных представлений с экспериментальными данными по получению стеклянных (аморфных) покрытий на металлических подложках. К недостаткам метода можно отнести ограничения по геометрии и вида напряженного состояния ( возможность исследования только плоских спаев в условиях одноосного растяжения-сжатия) при условии упругого деформирования металлического элемента в

соединении. Поэтому, часто теоретическое моделирование отжига спаев стекла с металлом рассматривается в рамках термоупругой задачи в слоистых материалах с постоянными или переменными теплофизическими и механическими характеристиками [33, 34, 128]. Однако, термоупругая модель не описывает релаксацию напряжений при отжиге, который используется в производстве стекло-металлических соединений. Близкой в части математического моделирования выступает технология получения и заготовок для протяжки оптических волокон.

В работах [55, 123] приведен краткий обзор моделей для описания технологических и остаточных напряжений в технологии получения оптических волокон, отмечено, что ограничено количество работ, в которых рассмотрена эволюция напряжений на широком температурном интервале, но при этом они ограничиваются термоупругим подходом. Выделены работы посвященные релаксационным перехода в стеклующихся материалах: А.А. Ильюшин и Б.Е. Победря [39], И.И. Бугаков [15, 16], В. Шаффер и М. Левитский [154, 175], О.Ю. Сметанников, Н.А.Труфанов, И.Н. Шардаков [124]. Каждая из перечисленных работ моделирует механическое поведение вязкоупругих материалов, за исключением описания термомеханического состояния в анизотропных оптических волокнах, которому и посвящена работа [55]. Перспектива развития модельных подходов связана со значительным влиянием на прочность оптических волокон технологических параметров вытягивания заготовок: температуры, состава, размера, скорости и длительности температурной обработки.

При моделирование напряженно-деформированного состояния в стекломаталлокомпозитах при неравномерном изменении температуры в предположении упругого деформирования в работах [58, 68] предложен метод физической дискретизации трехмерных уравнений краевой задачи механики на основе кинематических гипотез теории оболочек, в рамках предложенного метода решена задача о деформировании трехслойной полусферической

оболочки из стеклометаллокомпозита. Полученные при моделировании результаты не только имели завышенные значения интенсивности напряжений, но продемонстрировали качественное отклонение на границе сопряжения слоев от классического решения, полученного в теории упругости без применения гипотез теории оболочек.

В работах [55, 65, 66, 102, 103, 159] моделируется процесс получения стеклометаллокомпозита методом центрифугирования, при котором в материале металлических оболочек происходят фазовые переходы 1 рода (плавление- кристаллизации): предложен новый метод численного моделирования движения фронта фазового перехода; рассмотрено новое условие на границе роста твердой фазы при кристаллизации, позволяющее учесть влияние давления со стороны жидкой фазы, приводятся результаты моделирование технологических напряжений для определенных режимов в двух- и трехслойных стеклометаллокомпозитных труб. Предложенные в работах [55, 65, 66, 102, 103, 159] модельные соотношения значимы в теоретической оценке температурных параметров для определения толщин металлических оболочек. Однако, стекло моделируется как упругий материал, без учета специфического изменения свойств в интервале стеклования, что обеспечивает высокую погрешность при оценке технологических напряжений не только в стеклянном слое, но и в металлических.

Доказано влияние проскальзывания вдоль образующей в соосных цилиндрических системах на напряженно-деформируемое состояние и формирование дефектов [32-33]. В работах [36, 64] рассмотрено модельное представление позволяющее оценить в среднем напряженно-деформируемое состояния в зависимости от качества сцепления компонентов спая, при принятом предположении о термоупругом деформировании соединений.

В работах [63, 64, 163] на основе метода Мазурина рассчитаны технологические и остаточные напряжения в плоских стеклометаллических соединениях с учетом диффузионной зоны на границе соединения, при предположении о термоупругом деформировании металлических слоев.

Предложенный Мазуриным метод расчета релаксации напряжений в плоских спаях при отжиге для цилиндрических соединений развит в численно-аналитический метод начального упругого приближения в стеклюющихся материалах (НУП) для расчета релаксации напряжений в многослойных цилиндрических спаях стекла с металлом, основные результаты изложены в работах [64, 145], металлические слои моделируются в термоупругом приближении. Далее предложенный метод НУП уточнен алгоритмом определения термоупругопластических деформаций в металлических слоях, метод и результаты моделирования приведены в работах [57, 60] выполненных автором вместе с научным руководителем. В данном диссертационном исследовании разработанный метод уточняется для определения термонапряженного состояния в цилиндрических стекло-металлических соединениях при условии неоднородного изменения структуры в стеклянном слое, как результата неравномерного изменения температуры. Часто технологические процессы получения соединения и последующего его отжига проводятся последовательно. При этом от сформированного напряженно-деформированного состояние при получении зависят свойства и параметры отжига, поэтому основной целью данного исследования являлось моделирование и исследование термомеханических свойств в зависимости от разных условий температурной обработки.

#### *п. 1.4. Выводы по Главе 1*

Актуальность применения стекло-металлических соединений, сильная зависимость их свойств от температурной обработки вместе с современными проблемами стеклования и сложного поведения стекла определяет актуальность развития теоретических и экспериментальных методов исследования термонапряженного состояния и релаксационных процессов в них в условиях неоднородной структуры.

Математическое моделирование технологических и остаточных напряжений в условии неоднородного изменения структуры в объеме, а

именно разделение в стекле областей, стеклующихся в разные периоды температурной обработки может приводить к специфическому напряженному состоянию, при котором на границе сопряжения стеклянного и металлического слоев формируется зона с предельными (критическими) значениями растягивающих напряжений. Которые при следующей температурной обработке (отжиге) способны привести к разрушению соединения.

Поэтому актуальны задачи контроля технологических и остаточных напряжений в стекло-металлических соединениях с учетом стеклования и релаксации напряжений в стекле и термоупругопластического состояния в металле, как методами математического моделирования, так и экспериментальными методами.

## **Глава 2 Моделирование температурных режимов и параметрические исследования влияния температурной обработки на теплофизические и механические свойства стекло-металлических соединений**

### *п.2.1. Особенности моделирования теплопроводности в интервале стеклования. Модель Тула-Нарайанасвами-Мазурина-Мойнихана*

Моделирование теплофизических и механических свойств стеклометаллических соединений проводится в рамках несвязной квазистатической теории термовязкоупругости для стеклянной составляющей и термоупругопластической для металлических слоев. Моделирование температурных полей осложняется процессами структурного изменения при переходе стеклянной составляющей из жидкого в стеклообразное состояние, т. е. процессом стеклования. В Главе 1 п.1.2-1.3 описаны особенности моделирования стеклования в релаксационной теории, которые в данной работе приняты при моделировании температурных полей и теплофизических свойств:

процесс стеклования не является моментальным, а имеет интервал стеклования, который зависит от скорости изменения температуры;

изменение структуры в интервале стеклования сопровождается изменением свободного объема, теплосодержанием и вязкостью;

структурная релаксация имеет неэкспоненциальный характер;

для описания структурных изменений в интервале стеклования, используется параметр называемый «фиктивной» (структурной) температурой, введенной Тулом, который позволяет описать структурные особенности всех свойства вещества.

Дифференциальное уравнение для фиктивной (часто используется также термин «структурной») температуры, модельные представления таких свойств стекла в интервале стеклования, как вязкость, линейное

температурное расширение и коэффициент удельной теплоемкости записаны в рамках модели Тула-Найрайанасвами-Мазурина-Мойнихана [72, 73 167, 168, 178, 179]. Принимается, что фиктивная (структурная) температура  $T_f$ , при температуре, выше верхней границы интервала стеклования  $T > T_g^+$  (Рисунок 2.1) будет совпадать с действительной температурой -  $T_f(T) = T$ , соответственно  $\frac{dT_f}{dT} = 1$ , при постоянной скорости изменения температуры  $\frac{dT}{dt} = q = const$  «фиктивная» температура уменьшается до нижней границы интервала стеклования  $T_g^-$ , далее при  $T < T_g^-$  является константой  $T_f = const$ , соответственно  $\frac{dT_f}{dT} = 0$ .

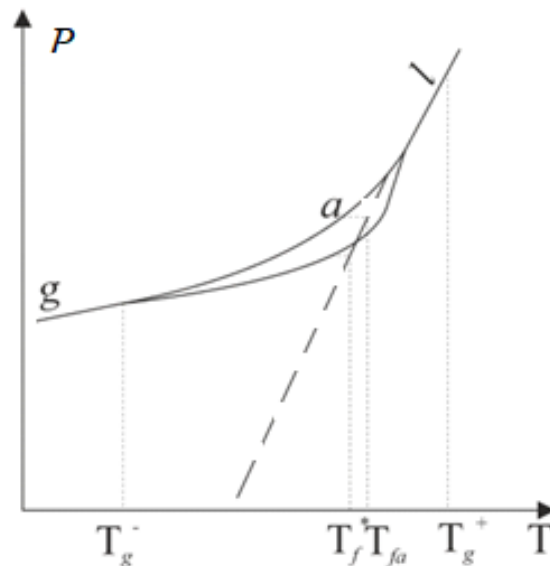


Рисунок 2.1. Температурная зависимость любого свойства при равномерном нагреве и охлаждении:  $g$  – стеклообразное состояние;  $l$  – равновесное состояние, температурная зависимость,  $T_g^-$  и  $T_g^+$  – границы интервала стеклования.

В интервале стеклования  $\Delta T_g = T_g^+ - T_g^-$  при аппроксимации, температуры малыми приращениями, зависимость структурной температуры при каждом приращении  $\Delta T = T_1 - T_0$  представима в виде

$$T_{fp} = T_0 + \Delta T(1 - M_p(t, \Delta T)), \quad (2.1)$$



здесь  $M_p(t, \Delta T)$  – функция релаксации свойства  $P$  нелинейна и неэкспоненциальна в модели ТНММ имеет вид (1.7), при  $t = 0$   $M_p(t, \Delta T) = 1$ , а  $t = \infty$   $M_p(t, \Delta T) = 0$ , тогда на всем интервале учитывая принцип Больцмана структурная температура записывается как в (1.6)

$$T_f = T_0 + \int_0^t (1 - M_p(\xi - \xi)) \frac{dT}{d\xi} d\xi \quad (2.2)$$

где  $M_p$  функция структурной релаксации свойств стекол, хорошо описывается функцией Кольрауша (1.7)

$$M_s(\xi) = e^{-\left(\frac{\xi}{\tau_g}\right)^b} = e^{-\left(\frac{\xi K_g}{\eta_g}\right)^b}, \quad (2.3)$$

здесь  $\xi$  так называемый «приведенный» параметр, определяемый через сдвиговую вязкость в виде

$$\xi(t) = \int_0^t \frac{\eta(T_g)}{\eta(t)} dt \quad (2.4)$$

где  $\eta(t)$  – текущая вязкость,  $\tau_g$  – время релаксации при температуре сравнения,  $K_g = \frac{\eta_g}{\tau_g}$ . В диссертационной работе подынтегральная функция определяется через экспериментально определяемые параметры при аппроксимации уравнения Вильямса-Ландела -Ферри

$$\frac{\eta(T)}{\eta(T_g)} = \exp\left(-C_1 \frac{T - T_g}{T - T_g + C_2}\right) \quad (2.5)$$

где

$$\frac{\eta(T)}{\eta(T_g)} = \frac{\tau(T)}{\tau(T_g)} \quad (2.6)$$

$\tau(T_g)$  – время релаксации свойства  $P$  при температуре стеклования.

Изменение свойства  $P$  от внешних параметров в релаксационной теории представимо в виде

$$\Delta P = \Delta P_g + \Delta P_s$$

индексы «s» и «f» означают его мгновенное и структурное изменение (Рисунок 2.2).

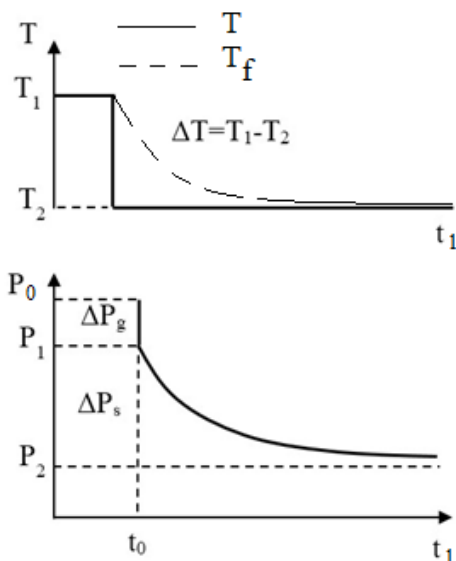


Рисунок 2.2 Изменение свойства  $P$  при малом конечном приращении температуры

Скорость изменения свойства определяется как

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_g = \lim_{\substack{\Delta T \rightarrow 0 \\ t_0 - t_1 \rightarrow 0}} \frac{P - P_0}{\Delta T} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta P_g}{\Delta T}, \quad (2.7)$$

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_e = \lim_{\substack{\Delta T \rightarrow 0 \\ t_0 - t_1 \rightarrow \infty}} \frac{P - P_0}{\Delta T} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta P_g + \Delta P_s}{\Delta T}, \quad (2.8)$$

здесь индексы «g» и «e» являются коэффициентами свойства в застеклованном (замороженном) и равновесном (жидком состояниях). Тогда изменение фиктивной температуры может быть записано в виде

$$\frac{T_f - T_2}{\Delta T} = \frac{P - P_2}{\Delta P_s}. \quad (2.9)$$

На основе уравнения (2.9) и соотношений (2.7)-(2.8) может быть записано дифференциальное уравнение которое в данной диссертационной работе используется для определения температурных зависимостей свойств стекла в интервале стеклования

$$\frac{dT_f}{dT} = \frac{\frac{dP}{dT} - \left(\frac{dP}{dT}\right)_g}{\left(\frac{dP}{dT}\right)_l - \left(\frac{dP}{dT}\right)_g}, \quad (2.10)$$

В зависимости от рассматриваемого свойства в интервале стеклования определяются его коэффициенты, для характеристики изменения энтальпии ( $H$ ) определяется коэффициент удельной теплоемкости ( $c_p$ )

$$c_p = c_p^g + (c_p^l - c_p^g) \frac{dT_f}{dT}, \quad (2.11)$$

для характеристики изменения линейного размера ( $L$ ) и линейной температурной деформации ( $\varepsilon$ ) - коэффициент линейного температурного расширения ( $\alpha$ )

$$\alpha = \alpha_g + (\alpha_l - \alpha_g) \frac{dT_f}{dT}, \quad (2.12)$$

изменение объема ( $V$ ) - коэффициент температурного расширения ( $\beta$ )

$$\beta = \beta_g + (\beta_l - \beta_g) \frac{dT_f}{dT}, \quad (2.13)$$

часто для твердых тел и жидкостей принимают соотношение

$$\beta = 3\alpha.$$

Аналитическая зависимость вязкости от температуры и структурного изменения в модели ТНММ (2.10) записывается в координатах логарифма вязкости ( $lg\eta$ ) и обратной температуры ( $\frac{1}{T}$ ) поэтому по аналогии с (2.12) и (2.13) принимает вид

$$lg \frac{\eta}{\eta_0} = B_l(T_f^{-1} - T_0^{-1}) + B_g(T^{-1} - T_f^{-1}), \quad (2.14)$$

здесь  $\eta_0$  - вязкость при температуре  $T_{max}$ ,  $B_l$  и  $B_g$  - коэффициенты, характеризующие температурные зависимости вязкости в условиях равновесной и замороженной структур соответственно.

## *n.2.2 Краевая задача теплообмена и методы расчета температурных режимов*

Задача теплообмена в стекло-металлических материалах при различных режимах получения и отжига является краевой задачей теплопроводности слоистых тел. В отдельных технологических режимах получения стекло-металлических соединений структурные изменения происходят не только в стеклянной составляющей, но и в металлической, например, в процессе получения стеклометаллокомпозитных оболочек методом центрифугирования возможно сначала плавление и кристаллизации металлического слоя [64]. Существует несколько подходов к моделированию плавления и кристаллизации (фазового перехода первого рода), один из них изложен в работах [65, 66, 103, 159], в которых на основании разработанного численного метода решены задачи по моделированию плавления-кристаллизации алюминия в технологии получения стеклометаллокомпозита на основе неорганического алюмосиликатного стекла и алюминиевых сплавов, при этом считалось, что стеклянный слой термомодеформируется без структурных изменений. В данной работе, наоборот, именно в стеклянном слое моделируются структурные изменения, связанные с изменяющимся температурным полем, с учетом модельных представлений ТНММ уравнение теплопроводности может быть записано в нелинейном виде

$$c(M, T, T_f) \rho(M) \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda(M, T) \operatorname{grad}(T(M, t))),$$
$$t > 0, M \in \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad (2.15)$$
$$\Omega_1 = \{\text{стеклюющийся объем}\},$$
$$\Omega_2 = \{\text{кристаллизующийся объем}\}$$

здесь  $c(M, T, T_f)$ ,  $\rho(M)$ ,  $\lambda(M, T)$  – удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности, зависимость  $\rho$  от температуры (по сравнению с соответствующей зависимостью  $c(T)$  и  $\lambda(T)$  принято пренебрегать, при этом

$$\rho, \lambda, c = \begin{cases} \rho_1, \lambda_1, c_1 & M \in \Omega_1, \\ \rho_2, \lambda_2, c_2 & M \in \Omega_2, \end{cases} \quad (2.16)$$

а удельная теплоемкость в стекле с учетом (2.2)–(2.4) и (2.11) имеет вид

$$c_1 = \begin{cases} c_1^l, & T_f(T) = T, \\ c_1^g + (c_1^l - c_1^g) \frac{dT_f}{dT}, & |T_f(T) - T| > 0, \\ c_1^g, & T_f(T) = const. \end{cases} \quad (2.17)$$

Поскольку практическая значимость исследования в данной работе заключалась в исследовании влияния структурной неоднородности, то исследовались режимы, в результате которых возможно выделение областей с разным поведением стекла. Наиболее общий вид краевых условий должен позволить учесть излучение с металлической поверхности и индукционный нагрев. Общий вид температурных режимов с учетом отжига представлен на Рисунке 2.3.

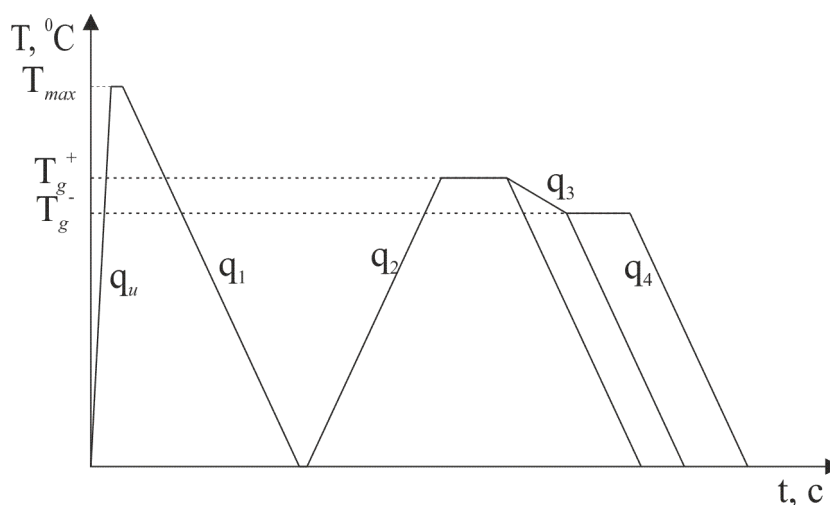


Рисунок 2.3. Схема температурного режима

На границе сопряжения  $\partial\Omega_* = \Omega_1 \cap \Omega_2$  выполняются условия теплообмена при идеальном контакте:

$$T|_{\partial\Omega_*-0} = T|_{\partial\Omega_*+0}, \quad (2.17)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial \Omega_* - 0} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial \Omega_* + 0}.$$

Температурный режим (Рисунок 2.3) разделяется на следующие три этапа:

- (I) – индукционный нагрев ( $\frac{\partial T_e}{\partial t} = q_{и}$ ):

$$\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_2} = \nu(T - T_e) - \sigma \varepsilon (T^4 - T_e^4) + 10^{-3} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\rho \mu f}, \quad (2.18)$$

здесь  $\nu$  – коэффициент теплоотдачи,  $T_e$  – температура окружающей среды,  $\sigma$  – постоянная Больцмана,  $\varepsilon$  – коэффициент излучения,  $H$  – амплитуда магнитного поля,  $\rho$  – электромагнитное сопротивление нагреваемого тела,  $\mu$  – коэффициент магнитной проницаемости,  $f$  – частота электромагнитного поля.

- (II) – выдержка ( $\frac{\partial T_e}{\partial t} = 0$ ):

$$T|_{\Omega_2} = T_{max}. \quad (2.19)$$

- (III) – косвенный нагрев – охлаждение ( $\frac{\partial T_e}{\partial t} = q_i, i = 1, 2, 3, 4$ ):

$$\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Omega_2} = \nu(T - T_e) - \sigma \varepsilon (T^4 - T_e^4). \quad (2.20)$$

Начальные условия:

$$T|_{t=0} = T_0.$$

Краевые условия (2.18)–(2.20) на свободных поверхностях показывают, что тепло подводится и отводится только через внешнюю поверхность.

Для слоистых материалов при линейной зависимости коэффициента удельной теплоемкости и теплопроводности, а также при пренебрежении излучением с поверхности решение краевой задачи теплопереноса может быть найдено в аналитическом виде [40, 50]. Для случая, отдельных стеклюющихся слоев, получить решение в аналитическом виде представляется затруднительным, что связано с нелинейной зависимостью коэффициента

удельной теплоемкости от текущей и фиктивных температур в модели ТНММ (2.2), (2.10)–(2.11). Поэтому задача (2.15), (2.16)–(2.21) решалась численно, конечно-разностным методом.

В задаче теплообмена в длинном цилиндре в условиях осевой симметрии температура является функцией, зависящей только от радиуса и времени  $T(r, t)$  (Рисунок 2.4). При записи краевых условий будем использовать принятые предположения в явном виде, при  $r \rightarrow 0$  температура считается ограниченной.

Для приведения переменных к безразмерному виду вводятся следующие комплексы:

$$\tilde{T}_i = \frac{T_i - T_e}{T_{max} - T_e}, \quad \tilde{T}_e = \frac{T_e}{T_{max} - T_e}, \quad \tilde{T}_0 = \frac{T_0 - T_e}{T_{max} - T_e},$$

$$Fo_i = \frac{\lambda_i t}{c_i \rho_i R_1^2}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{R_1}, \quad (2.21)$$

$$K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad Bi = \frac{v R_1}{\lambda_2},$$

$$Q_\sigma = \frac{v R_1 \sigma \varepsilon}{\lambda_2 (T_{max} - T_e)}, \quad I_f = \frac{v R_1 \cdot 10^{-3} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\rho \mu f}}{\lambda_2 (T_{max} - T_e)},$$

здесь вводится индекс « $i$ » разделяющий области  $\Omega_1 = \{r: 0 \leq r \leq R_1, \text{ (или } R_0 \leq r \leq R_1)\}$ , и  $\Omega_2 = \{r: R_1 \leq r \leq R_2\}$ ,  $\tilde{T}_i, \tilde{T}_e, \tilde{T}_0$  – относительные значения температуры, температуры среды и начальной температуры, соответственно,  $Fo_i$  – число Фурье в каждой области,  $K_\lambda$  – критерий характеризующий проводимость материала области 1 к 2,  $Bi$  – число Био,  $Q_\sigma$  – критерий характеризующий излучение с поверхности,  $I_f$  – критерий характеризующий индукционный нагрев.

Тогда система уравнений и условий (2.15)–(2.21) преобразуются к виду:

$$\frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial Fo_i} = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial \lambda_i}{\partial \tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial \tilde{r}}, \quad (2.22)$$

$$\tilde{T}_1|_{Fo_1=0} = 1, \quad \tilde{T}_2|_{Fo_2=0} = 1, \quad (2.23)$$

$$\tilde{T}_1|_{\tilde{r}=1} = \tilde{T}_2|_{\tilde{r}=1}, \quad K\lambda \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=1} = \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=1}, \quad (2.24)$$

$$(I): \quad \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=\frac{R_2}{R_1}} = (Bi \tilde{T}_2 - Q_\sigma \left( (\tilde{T}_2)^4 - \left( \frac{T_e}{T_{max}-T_e} \right)^4 \right) + I_f)|_{\tilde{r}=\frac{R_2}{R_1}}, \quad (2.25)$$

$$(II): \quad \tilde{T}_2|_{\tilde{r}=\frac{R_2}{R_1}} = 1, \quad (2.26)$$

$$(III): \quad \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=\frac{R_2}{R_1}} = (Bi \tilde{T}_2 - Q_\sigma \left( (\tilde{T}_2)^4 - \left( \frac{T_e}{T_{max}-T_e} \right)^4 \right))|_{\tilde{r}=\frac{R_2}{R_1}}, \quad (2.27)$$

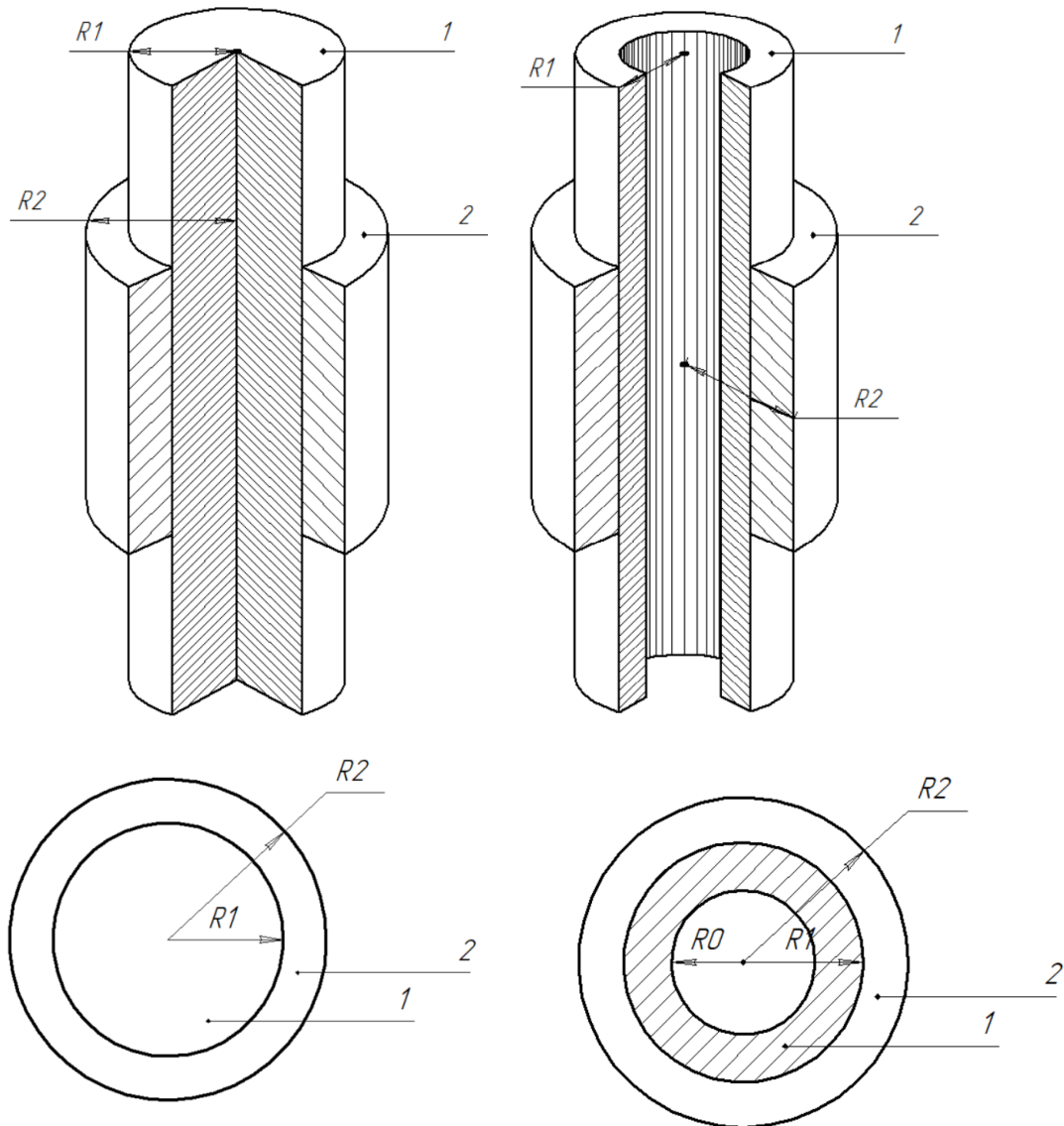


Рисунок 2.4 Геометрия расчетных областей



Приведем краткий алгоритм численного решения задачи (2.22)–(2.27) (геометрия представлена на Рисунке 2.4).

*Шаг 1.* Для области  $\Omega = (0 \leq \tilde{r}_i \leq \frac{R_2}{R_1} (\frac{R_0}{R_1} \leq \tilde{r}_i \leq \frac{R_2}{R_1}), 0 \leq Fo_k \leq Fo_{max})$

строится прямоугольная сетка  $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r \times \bar{\omega}_t$ :

$$\bar{\omega}_r = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{r}_i = \tilde{r}_{i-1} + \Delta r_{s+1}, i = 0, 1, \dots, I_2, (s = 0, 1), \tilde{r}_0 = 0 \left( \frac{R_0}{R_1} \right), \sum_{i=1}^{I_1} \Delta r_1 = 1, 1 + \sum_{i=I_1}^{I_2} \Delta r_2 = \frac{R_2}{R_1}, \\ \Delta r_1 = \frac{1}{I_1} \left( \frac{1 - \frac{R_0}{R_1}}{I_1} \right), \quad \Delta r_2 = \left( \frac{\frac{R_2}{R_1} - 1}{I_2} \right) \end{array} \right\},$$

$$\bar{\omega}_t = \left\{ Fo_k = Fo_{k-1} + \Delta_{Fo}, \quad Fo_0 = 0, \sum_{k=1}^K \Delta_{Fo} = Fo_{max} \right\}.$$

Поскольку в разных слоях числа Фурье зависят от температуры, что фактически приводит к разным переменным масштабам для измерения времени в каждом из слоев, поэтому при разностной аппроксимации левая часть (2.22) умножается на дополнительный безразмерный коэффициент

$$K_i^k = \frac{\lambda_i^{k-1} c_0^{k-1} \rho_0^{k-1}}{\lambda_0^{k-1} c_i^{k-1} \rho_i^{k-1}}, \quad K_0^k = 1.$$

*Шаг 2.* Задаются начальные условия (например, Таблица 2.1) (при  $k = 0$ ) (верхний индекс у переменной означает номер временного слоя)

$$\Delta T^0 = 0, T^0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \alpha^0 = \alpha_g, \eta^0 = \eta_r, c^0 = c_1^g.$$

*Шаг 3.* Задаются свойства материалов (Таблица 2.1).

*Шаг 4.* Запускается бесконечный цикл, условием остановки которого является достижение заданного количества этапов «р» – нагрев-охлаждение.

Каждый следующий шаг выполняется в этом цикле.

В начале каждого цикла счетчик по времени «к» увеличивается на 1.

*Шаг 5.* Выполняется расчет внешнего источника тепла.

*Шаг 6.* Выполняется расчет теплофизических параметров, с использованием аппроксимации фиктивной температуры по (2.2) с «к-1» шага.

$$c^k = c_l + (c_g - c_l) \frac{\Delta T_f^{k-1}}{\Delta T^{k-1}}.$$

$$\alpha^k = \alpha_l + (\alpha_g - \alpha_l) \frac{\Delta T_f^{k-1}}{\Delta T^{k-1}}.$$

*Шаг 7.* Выполняется расчет температуры в каждой точке по объему

*Шаг 8.* Вычисление структурного параметра  $T_f^k$  при  $R_0 \leq r \leq R_1$

$$T_f^k = T^0 + \sum_{k1=1}^k \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{(\xi^k - \xi^{k1}) K_{rs}}{\eta_r} \right)^{b_s} \right) \right) \Delta T^k,$$

$$\xi^k = \xi^{k-1} + \sum_{k1=1}^k \frac{\eta_r \Delta t}{\eta^{k1-1}},$$

$$\lg \eta^k = \lg \eta^0 + B_e \left( (T_f^k)^{-1} - (T^0)^{-1} \right) + B_f \left( (T^k)^{-1} - (T_f^k)^{-1} \right),$$

*Шаг 9.* При достижении заданной температуры (на этапе нагрева –  $T_{max}$ , на этапе охлаждения –  $T_0$ ) выполняется переход с этапа нагрева на этап охлаждения, и наоборот. Счетчик этапов «р» при выполнении условия увеличивается на 1.

*Шаг 10.* Вывод результатов и построение графиков.

Более детально, в том числе и аппроксимация конечными разностями удельной теплоемкости, корректировка коэффициентов прогонки и итерации для учета излучения по закону Стефана -Больцмана (2.18) и (2.20) описаны в работе автора с научным руководителем [158].

### *п.2.3 Параметрические исследования теплофизических и механических свойств*

Целью численного эксперимента являлось выявление режимов и геометрии стекло-металлических соединений, в которых неоднородность структурных изменений в стеклянной составляющей обусловлена именно геометрией (размерами) и скоростью изменения температуры.

При численном расчете использовались данные, приведенные в таблице 2.1, режимы нагрева-охлаждения в таблице 2.2, геометрические параметры в

таблице 2.3 и дополнительные параметры:  $T_{max} = 760$  [°C],  $f = 50$  [Гц],  $\sigma = 5,670367 \cdot 10^{-8}$  [Вт · м<sup>-2</sup> · К<sup>-4</sup>],  $H = 4 \cdot 10^4$  [А/м].

Таблица 2.1. Теплофизические коэффициенты и параметры [38, 130]

	Стекло С52-1	Сталь С20
$c_1^l, \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}\right)$	2950	477
$c_1^g, \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}\right)$	820	
$\lambda, \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}\right)$	$(0,81 + 0,213 \cdot 10^{-2}T - 1,02 \cdot 10^{-6}T^2)$	$(29 - 0,03T)$
$\rho_1, \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$	2300	7876
$B_e, (^\circ\text{C})$	28763	–
$B_g, (^\circ\text{C})$	13763	–
$\alpha_l, (^\circ\text{C}^{-1})$	$210 \cdot 10^{-7}$	$152 \cdot 10^{-7}$
$\alpha_g, (^\circ\text{C}^{-1})$	$52 \cdot 10^{-7}$	$121 \cdot 10^{-7}$
$\lg \eta_r$	10,25	–
$\lg K_r$	10,7	–
$b$	0,65	
$\mu$	–	100
$\rho, (\text{Ом} \cdot \text{м})$	–	$16,9 \cdot 10^8$
$\varepsilon$	–	0,55

Таблица 2.2 Геометрические характеристики

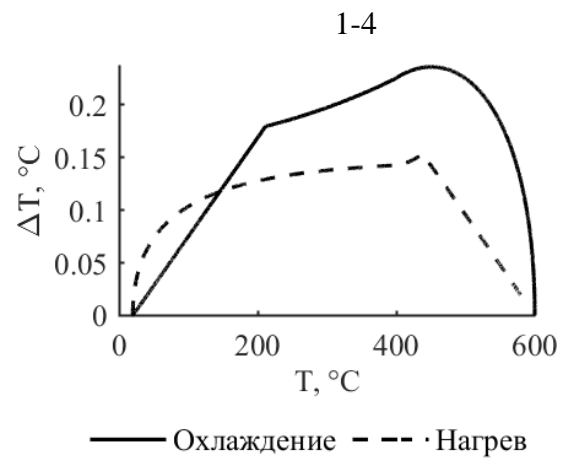
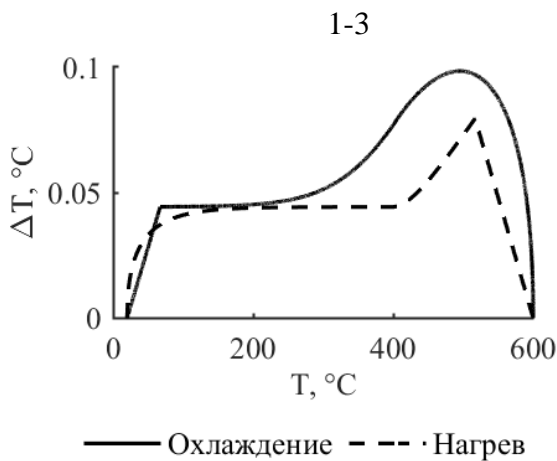
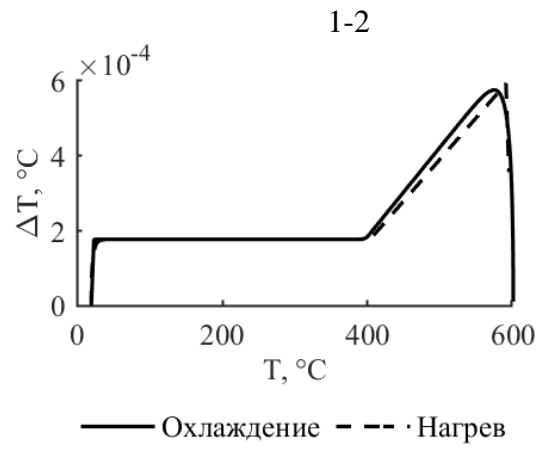
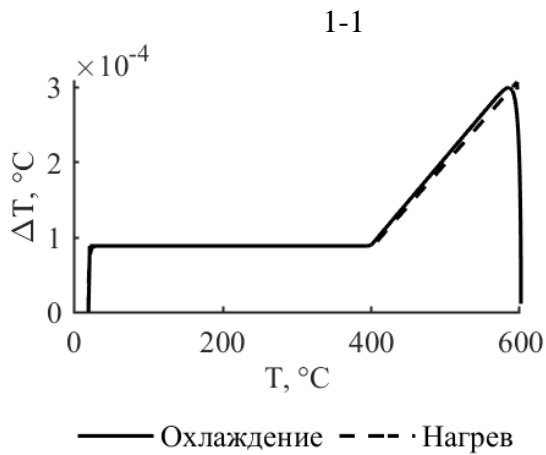
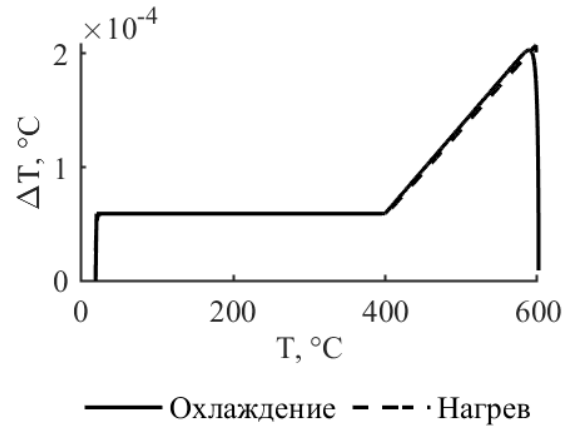
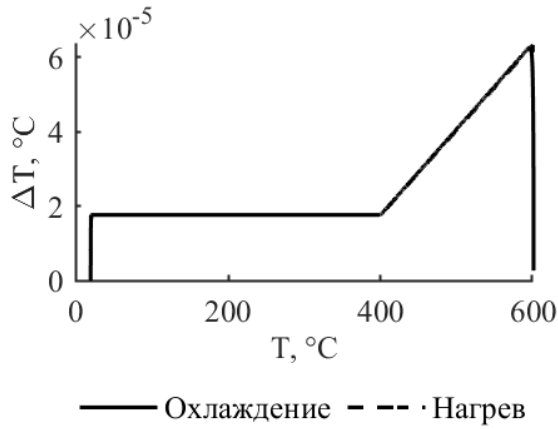
№	Отношение размеров	R(0)	R(1)	R(2)
1	1/2	0	0,08	0,13
2	1/4	0	4	5
3	1/10	0	30	33
4	1	100	200	300

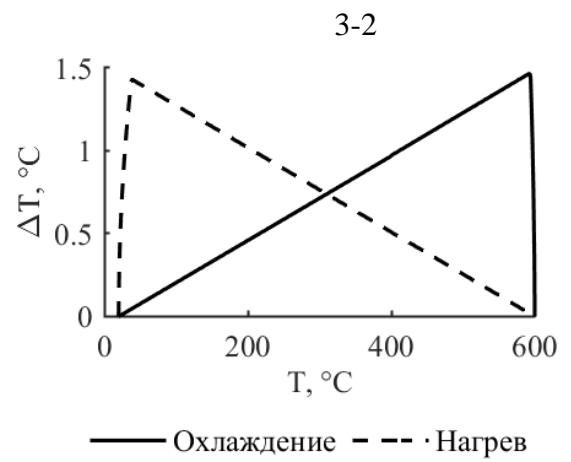
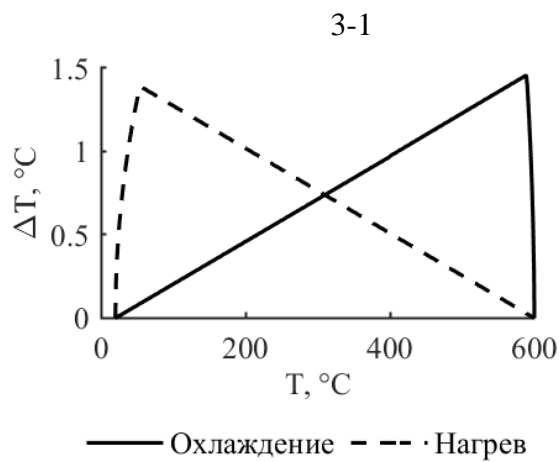
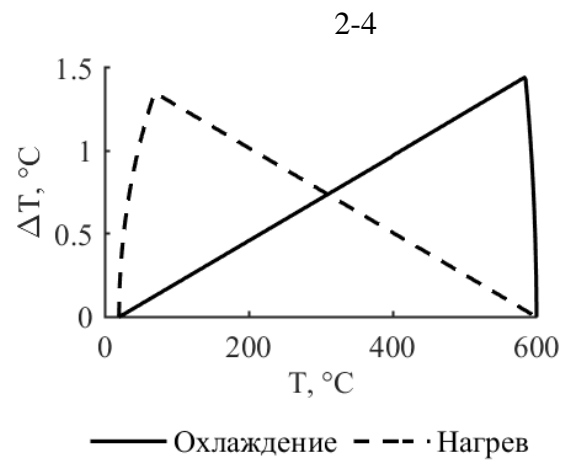
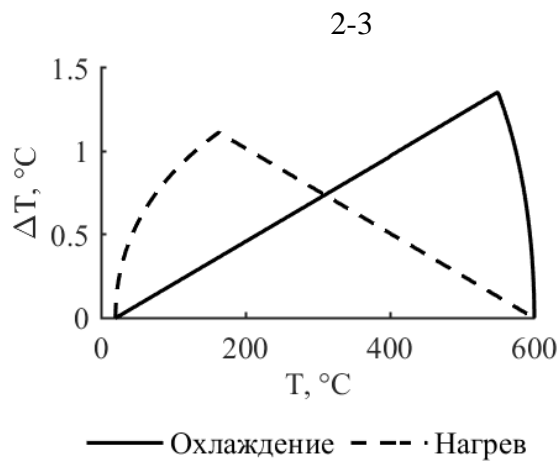
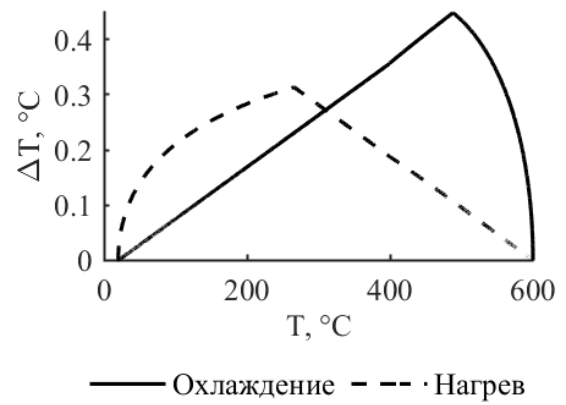
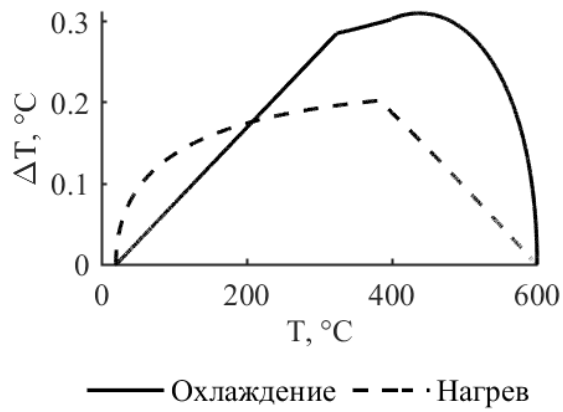
Таблица 2.3 Скорость нагрева

№	q(1)	q(2)	q(3)
1	3	3	3
2	10	10	10
3	15	15	15
4	30	30	30

Для режимов, представленных в Таблице 2.3 и геометрий представленных в Таблице 2.2, были проведен численный расчет температурных полей в этапах «нагрев-охлаждения» с целью выделения в

стекле зон с существенной разницей по температуре (Рисунок 2.5), заметим, что на графиках: первый индекс в подрисуночной подписи соответствует номеру режима, а второй индекс соответствует номеру геометрии объекта.





3-3

3-4

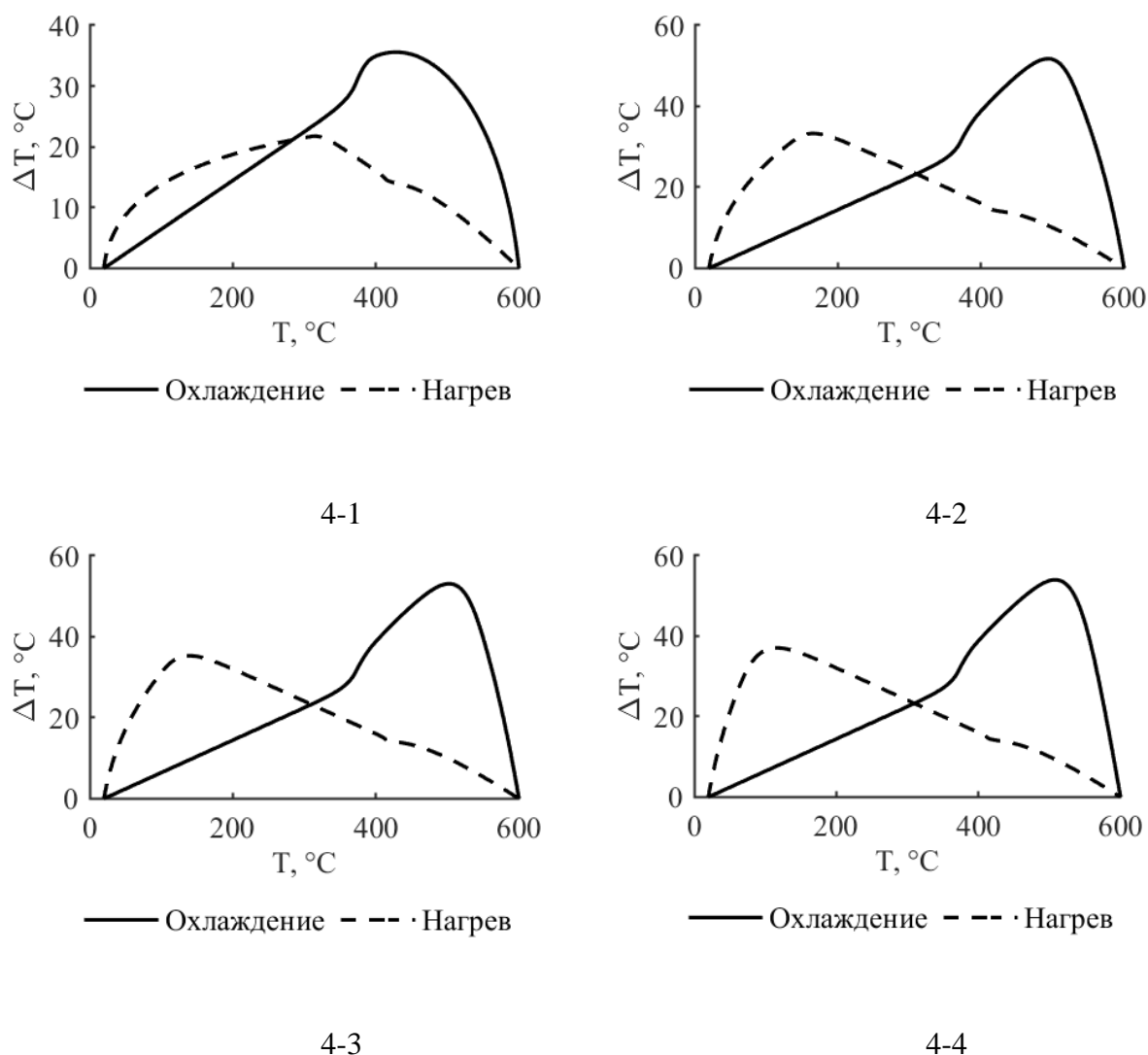


Рисунок 2.5 Приращение температуры при разных скоростях нагрева-охлаждения и разной геометрии цилиндрических стекло-металлических соединений

Замечено, что в исследуемых геометриях (Таблица 2.2) и режимах (Таблица 2.3), выделены 2 случая:  $\Delta T < 1.5 \text{ }^\circ\text{C}$  то есть, можно считать температуры равномерно распределенной по образцу, и  $\Delta T > 30 \text{ }^\circ\text{C}$  что означает, что разный объем в стекле в разные моменты времени проходит через интервал стеклования, на некоторый объем и вовсе не доходит до температуры стеклования.

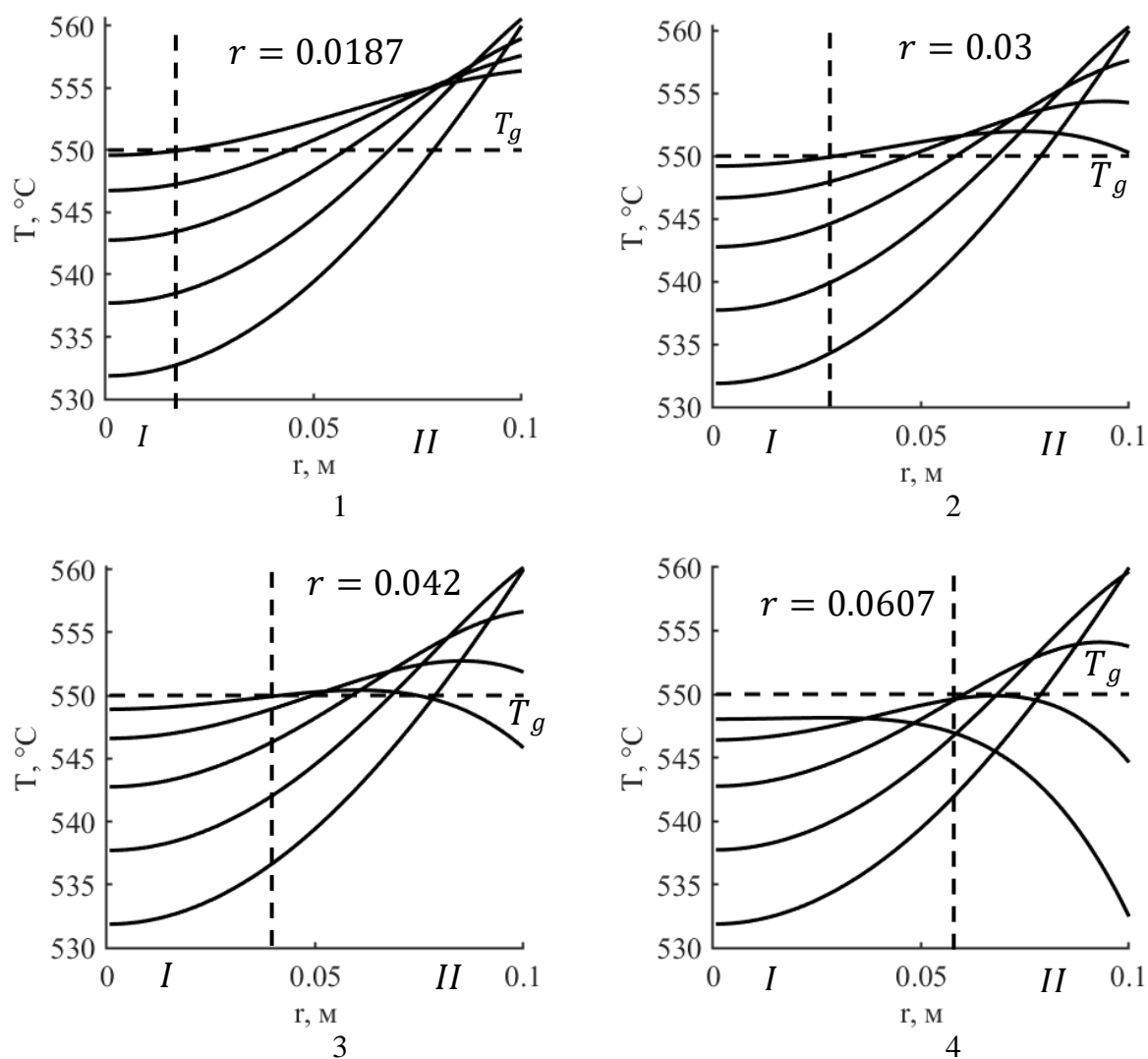


Рисунок 2.6 Распределение температуры по радиусу для разных скоростей в разные моменты времени: а – 0 с; б – 300 с; в – 600 с; г – 900 с; д – 1200 с.

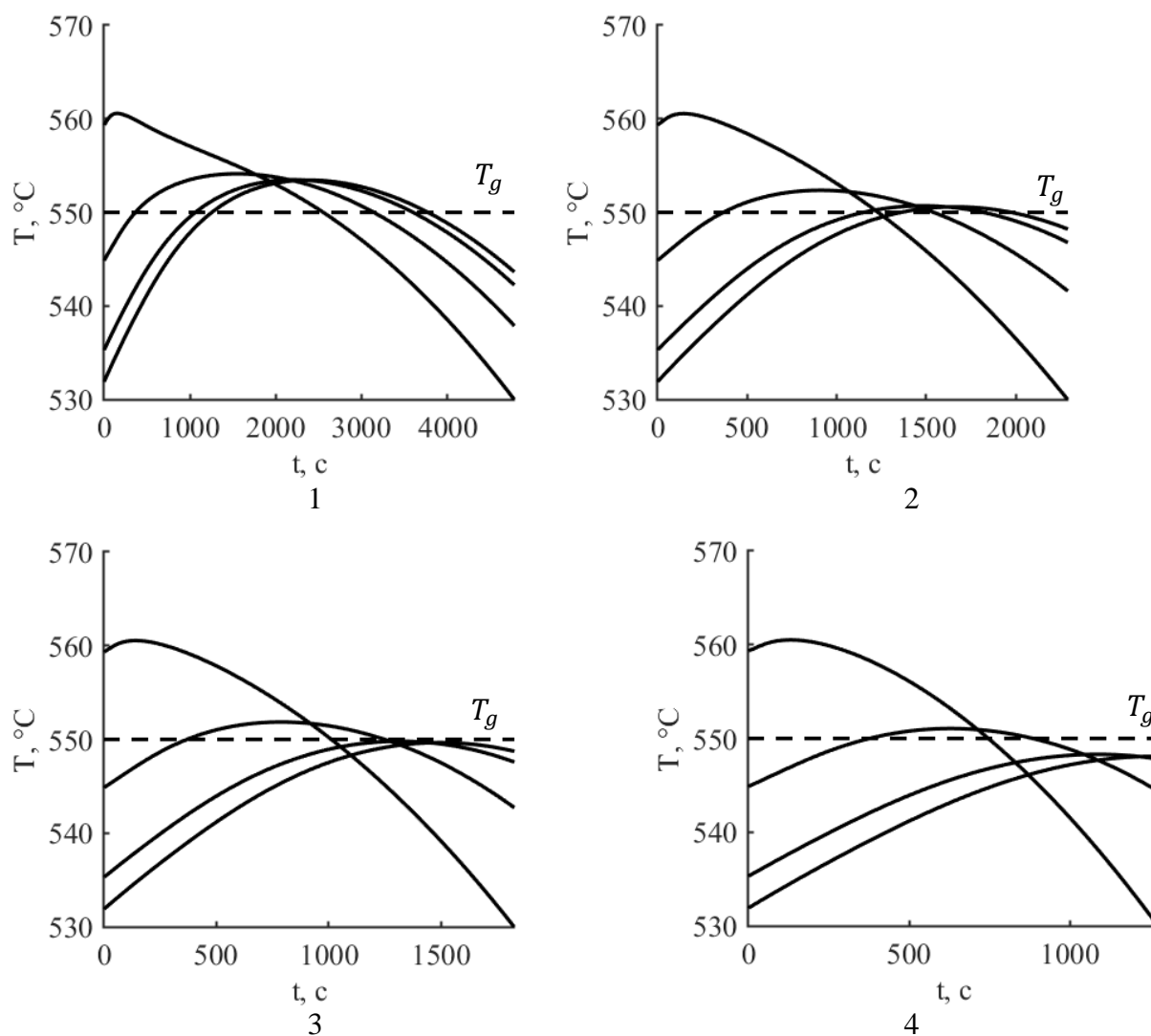


Рисунок 2.7 Распределение температуры по времени для разных скоростей в разных точках по радиусу (геометрия Таблица 2.2. №4) : а – 0 м; б –  $3 \cdot 10^{-2}$  м; в –  $7 \cdot 10^{-2}$  м; г –  $1 \cdot 10^{-1}$  м. Пунктирная линия  $T_g$  – температура стеклования

По режимам № 1–4 из Таблицы 2.3 и геометрии № 4 из Таблицы 2.2 были выделены: зона, в которой температуры не входит в интервал стеклования, с температурой одинаково распределенной по объему (1 на Рисунке 2.7); и зона которая проходит интервал стеклования и в которой температуры сильно изменяется по объему (2 на Рисунке 2.7).

Для выделенных зон построены графики изменения скорости фиктивной температуры, коэффициента линейного температурного расширения и



логарифма относительной вязкости (Рисунок 2.8), для дальнейших расчетов напряженно-деформированного состояния при выделенных режимах и геометрии.

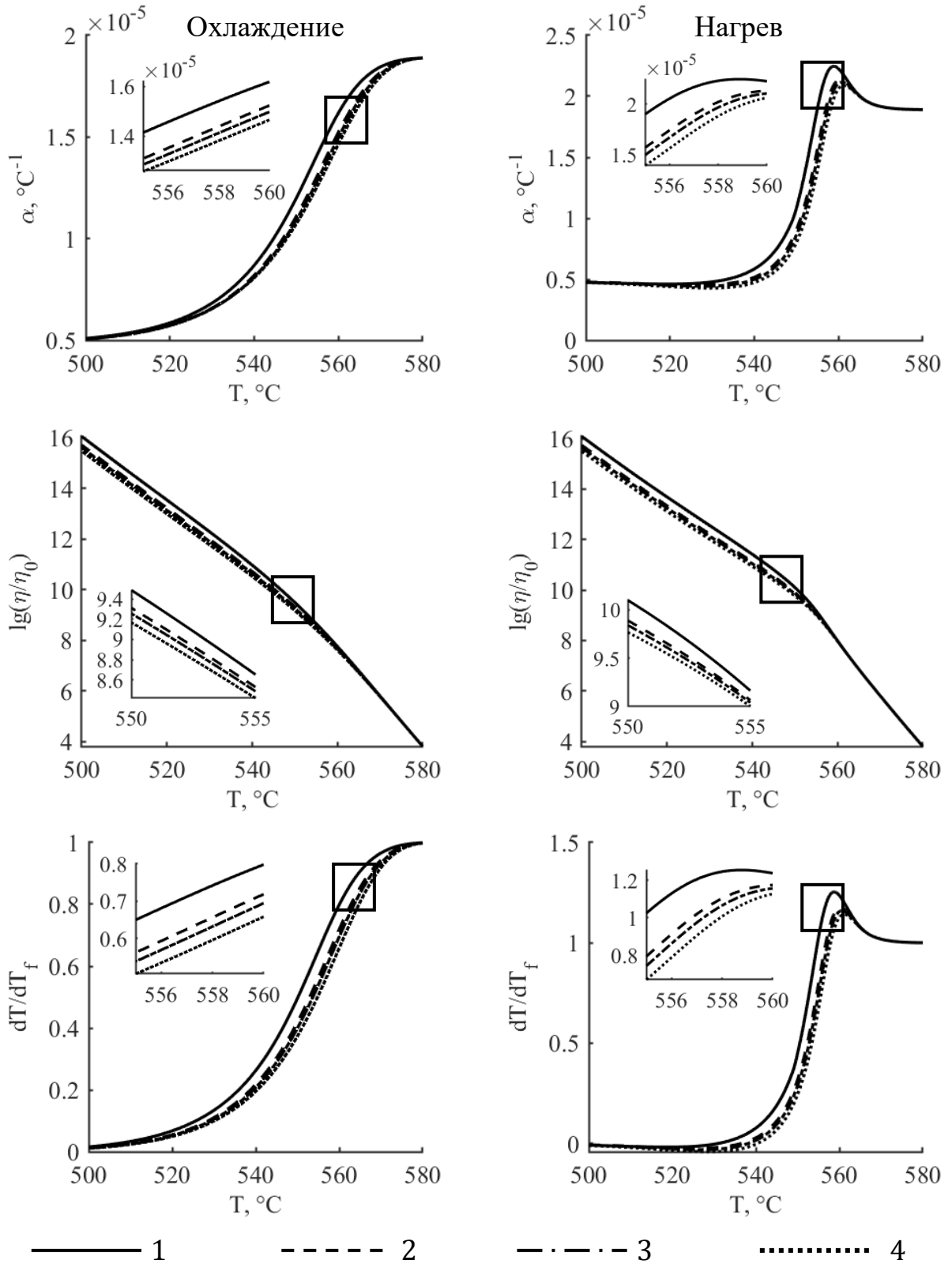


Рисунок 2.8 Изменение скорости фиктивной температуры, коэффициента линейного температурного расширения и логарифма относительной вязкости для разных скоростей (Таблица 2.3)

Анализ различных режимов и размеров цилиндрических стекло-металлических соединений показал, что структурная неоднородность в стеклующихся слоях может формироваться в:

- 1) слоистых стеклующийся материалах с разными теплофизическими и механическими характеристиками;
- 2) слоистый стеклующийся материал со слоями, проходящими через интервал стеклования по разным режимам.

#### *п.2.4 Выводы по Главе 2*

Поставлена и решена задача сложного теплообмена в двухслойных цилиндрических соединениях с учетом структурного изменения (стеклования) в отдельных областях. Моделирование процесса структурных изменений рассмотрено в рамках релаксационной теории стеклования и модели Тула-Нарайанасвами-Мазурина-Мойнихана. Разработан алгоритм и программы для численного решения поставленной краевой задачи теплообмена. При численном моделировании исследованы различные температурные режимы, в том числе индукционный нагрев и теплообмен с учетом излучения с внешней поверхности. Выделены режимы и геометрические параметры, при которых в объёме с предполагаемым структурным изменением (стеклованием) выделяются области не «заходящие» в критические температурные интервалы или «заходящие» туда со сдвигом по временной шкале, что формирует неоднородность в структурных изменениях и приводит к необходимости выделения дополнительных областей с разными свойствами при моделировании эволюции термонапряженного состояния.

## Глава 3 Экспериментальные исследования изменения температурных параметров в интервале стеклования для стекло-металлического конструктивного элемента

### *п.3.1 Постановка задачи экспериментальных исследований*

Применение стекло-металлических соединений, получение новых композиционных и конструкционных материалов на основе стекла и металла, упрочнение стекла методами формирования соответствующих профилей сжимающих напряжений в приповерхностных слоях и проблемы определения теплофизических и механических свойств в температурном интервале перехода стекол из высоковязкого состояния в стеклообразное при охлаждении (нагреве) определяют актуальность экспериментальных исследований их свойств в широком температурном диапазоне. Для стеклянной компоненты в стекло-металлическом соединении во многом определяющим являются температурный интервал ( $\Delta T_g$ ), в котором происходит процесс размягчения (текучести) и обратный ему – стеклования и параметры ему принадлежащие: температура стеклования и полоса стеклования. В интервале стеклования наиболее резко изменяются многие свойства стекла со стороны высоких температур он ограничен температурой текучести ( $T_f$ ); низких- температурой стеклования ( $T_g$ ) (Рисунок 3.1). Температура стеклования и полоса стеклования ( $\delta T_g = T_{12} - T_{13}$ ,  $T_{12}$  и  $T_{13}$  – температуры соответствующие вязкости  $\eta(T) = 10^{12}$  и  $10^{13}$  (Па · с)[115]) наиболее частый и удобный критерий для анализа свойств стекол. Поиски корректных методов расчета  $T_g$  и  $\delta T_g$  для разных стекол остаются актуальными проблемами, обзору основных методов посвящены работы [115, 116]. Особенности деформации стекла в интервале  $\Delta T_g = T_f - T_g$  (из экспериментов по удлинению стеклянной нити при постоянной нагрузке [96]) складываются из трех основных составляющих деформации: полностью обратимой мгновенно-упругой; частично обратимой замедленно-упругой и

полностью необратимой вязкого течения. Экспериментально доказано, что основным внешним фактором, определяющим стеклообразование, а следовательно, и такие важные механические характеристики, как температурный коэффициент линейного расширения, модуль упругости и напряженно-деформируемое состояние, является скорость охлаждения и нагрева образца ( $q$ ) и его размеры [9, 10]. Описание закономерностей образования контакта, способов регулирования механических свойств соединений и поведения при последующих температурных нагрузках связано в том числе с изучением изменения свойств в широком температурном диапазоне. Эти свойства являются прямым следствием функциональной зависимости от температуры и скорости ее изменения таких основных механических характеристик, как коэффициент линейного температурного расширения, модуль упругости и остаточные напряжения. Теоретическое моделирование технологических параметров и свойств стекло-металлических соединений при неправильном понимании поведения перечисленных выше характеристик приводит к противоречиям теоретических и экспериментальных результатов. Например, в работах [16, 24, 25, 104], доказана теоретическая возможность получения соединений и покрытий, тогда как на практике этих результатов достичь не удастся и причиной служит именно характер изменения коэффициентов температурного расширения соединяемых материалов в определенном температурном интервале и скорость их изменений.

Теоретически влияние коэффициента линейного температурного расширения на остаточные напряжения в спаях стекол с металлами исследовано в работах [30, 64, 72, 73, 90, 110, 125]. В [30, 64, 90, 125] обоснована актуальность экспериментального исследования температурного расширения и усадки в интервале стеклования в стеклометаллокомпозитах. В работах [110] показано влияние технологических напряжений на прочность «покрытие-подложка» [129] и массива стекла при ионообменном упрочнении.

Исследования основных параметров стеклования ведутся для стекол разных составов. Однако работ по изучению параметров стеклования в стекле в составе стеклометаллических соединений в условиях сформированного специального напряженного состояния крайне мало [64, 71], что объясняется в том числе и теоретическими трудностями, связанными с отсутствием единой

теории для аналитического описания явления стеклования и построения корреляционных зависимостей между его параметрами.

Экспериментальный анализ температурного расширения стекла связан в основном с исследованиями влияния тех или иных оксидов на изменение теплового расширения стекла [136, 170], поскольку химический состав оказывает основное влияние на температурное расширение [52, 120, 138], следует отметить, что современных экспериментальных работ даже в этом направлении немного [152, 155]. В результате соединения стекла со сталью в некоторых технологических подходах возможны изменение структуры и состава стекла в зоне соединения, связанные с диффузионными процессами внедрения оксидов железа в стеклянную матрицу и получения железосодержащего стекла, исследованию свойств этих стекол, несмотря на их самостоятельную практическую значимость, тоже посвящены единичные работы и не накоплен достаточный экспериментальный материал [82, 131].

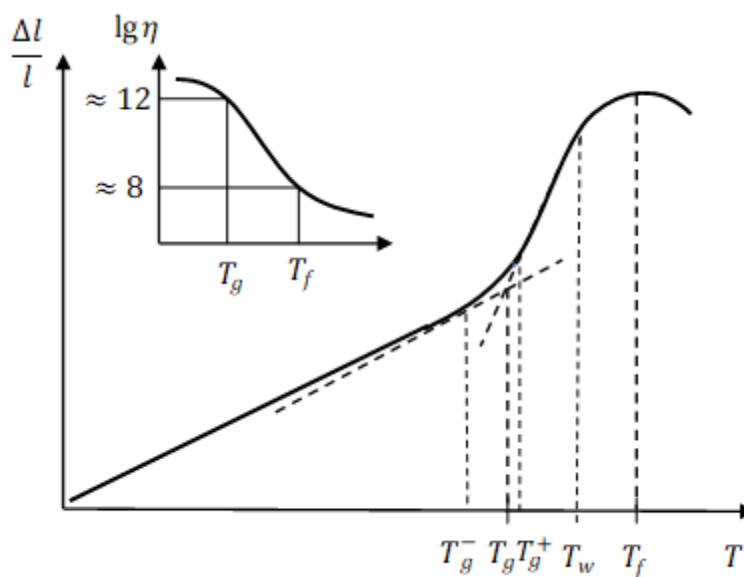


Рисунок 3.1. Влияние температуры на линейные размеры стекла и температурная зависимость вязкости со средним значением в характерных точках

Отдельное направление занимают экспериментальные исследования температурного расширения  $\beta_f = (df/dT)|_{T=T_g}$  флуктуационного объема  $f = \Delta V_e/V$  ( $\Delta V_e$  – флуктуационный объем, который возникает в результате тепловых смещений частиц их равновесного состояния) в интервале

стеклования ( $\delta T_g$ ), линейного температурного расширения  $\alpha_f = (dl/dT)|_{T=T_g}$ , температуры стеклования  $T_g$ , интервала в котором наиболее резко изменяются свойства стекла ( $\Delta T_g$ ) и корреляции между ними [9, 10, 96, 114, 116, 174]. Большинство экспериментальных данных относится к стандартной скорости охлаждения ( $q = 3 \text{ К мин}^{-1} = 0,05 \text{ К с}^{-1}$ ), вместе с тем реальные технологические процессы требуют изучения более широкого интервала изменения скорости с учетом зависимости скорости нагрева (охлаждения) от температуры.

Публикаций с экспериментальными работами по исследованию температурного расширения и его связи с напряжениями в «готовом» (имеющем термическую историю) материале, в перечисленных стекло-металлических соединениях не найдено. Вместе с тем в последнее время появляются работы [11, 45, 54, 97, 117–119, 143] подтверждающие эту связь для стекол. Актуальность этих исследований связана с возрастающим интересом к практическому применению и синтезу новых металлических [166] и железосодержащих стекол [83, 131], необходимостью изучения изменения их механических свойств при структурной релаксации и всестороннем сжатии. Известно, что тепловое расширение материалов является следствием ангармонического характера колебаний частиц и характеризуется температурным коэффициентом линейного расширения. Экспериментально доказана однозначная связь его квадрата с модулем упругости  $E$  (эмпирическое правило Баркера) при температурах ниже температуры стеклования:  $\alpha^2 E = const$  [45, 117, 143]. Кроме линейной корреляции  $E$  и  $1/\alpha^2$ , в работе [11] предложена нелинейная связь между линейным (гармоническим) механическим коэффициентом Пуассона  $\mu$  и параметром Грюнайзена (ангармонической величиной)  $\gamma_D$  в виде:

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left( \frac{1 + \mu}{2 - 3\mu} \right). \text{ (соотношение Беломестных – Теслевой)}$$

В работах [97, 118, 119, 162] связь коэффициента Пуассона не только с параметром Грюнайзена, но и его корреляция с пластической деформацией стекол, температурой их размягчения и характеристикой вязкости вблизи

температуры стеклования объясняется зависимостью  $\mu$  от интенсивности развития неупругих процессов или пластической деформации стекол.

Для стеклометаллических соединений типа: сталь-стекло, в силу технологических особенностей получения соединения через растворение и диффузионные процессы оксидов железа, в стекле возникают области с другими структурами [90], а следовательно, и с другими физико-механическими свойствами, которые оказывают существенное влияние на изменение профиля напряженного состояния в стекле [125].

При решении задачи определения технологических параметров при запрессовке стеклянных стержней в стальные трубки для получения стеклометаллокомпозитного стержня, в экспериментах при измерении перемещений при усадке, связанной с заполнением свободного объема при нагреве и выдержке, удается достаточно точно определить интервал и полосу стеклования в стеклянном стержне (Рис.3.2).

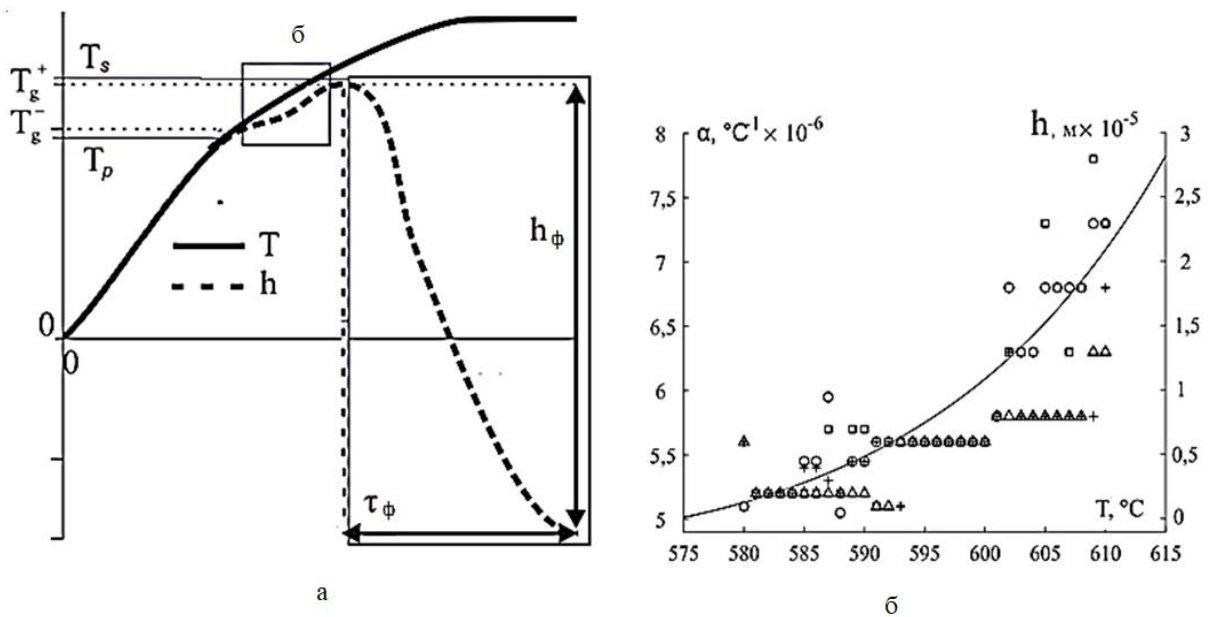


Рисунок 3.2 а) Схема измерения технологической усадки -  $h$ ; б)  $\Delta$ ,  $+$ ,  $\square$ ,  $\circ$  – экспериментальные значения ТКЛР стекла в интервале стеклования и аналитическая аппроксимация [64, 156]

Следует различать усадку, о которой идет речь в работе [156] связанную с заполнением стеклом свободного объема при запрессовке в металлическую трубку и изменение объема вследствие термического сжатия (тепловое сжатие). Скорость изменение объемного теплового расширения характеризуется величиной  $\beta \left(\frac{1}{^\circ\text{C}}\right)$ , ввиду малости этого коэффициента и коэффициента линейного температурного расширения для твердых тел допустимо применять соотношение  $\beta = 3\alpha$ .

В релаксационной теории стеклования оценку времени релаксации часто проводят, используя соотношение Бартенева [3, 9, 10] относительно недавно обобщенное Немилковым [92] в результате анализа релаксационных теорий Волькенштейна-Птицына и Мандельштама-Леонтовича:э

$$q\tau_g = \delta T_g, \quad (3.1)$$

$$q\tau_g = \frac{C_2}{C_1}, \quad (3.2)$$

здесь  $q$  – скорость изменения температуры,  $\tau_g$  – время релаксации при  $T_g$ ,  $\frac{C_2}{C_1}$  – константа в уравнении Бартенева-Ритланда (3.1), связанная с константами в уравнение Вильямса-Ландела-Ферри [92, 116]. Изучение новых кинетических критериев стеклования направлено на выявление новых аналитических зависимостей характеристик свойств материала [116], например, как в соотношении

$$C_g = \frac{\delta T_g}{T_g} = \frac{f_g}{\ln \left(\frac{1}{f_g}\right)}, \quad (3.3)$$

где  $f_g = \frac{\Delta V_e}{V} \Big|_{T=T_g}$  – доля флуктуационного, замороженная при температуре стеклования, при этом коэффициент теплового расширения флуктуационного объема  $\beta_f$  при температуре  $T = T_g$ . В работах Сандитова Д.С. [114] в модели делокализованных атомов

$$\beta_f T_g = f_g \ln \left(\frac{1}{f_g}\right), \quad (3.4)$$

параметры этого соотношения определяют константы



$$C_1 = \frac{1}{f_g}, C_2 = \frac{f_g}{\beta_f}, \quad (3.5)$$

позволяющие оценить в уравнении Вильямса-Ландела-Ферри (ВЛФ) относительное время релаксации (относительную вязкость)  $a_T$

$$\ln a_T = -C_1 \frac{T - T_g}{T - T_g + C_2}, \quad (3.6)$$

$$a_T = \frac{\tau(T)}{\tau(T_g)} = \frac{\eta(T)}{\eta(T_g)}.$$

При определении параметров релаксации напряжений в соединениях стекла с другими материалами, ответственными параметрами являются характеристики изменения линейных размеров, поэтому была поставлена задача о разработке метода экспериментального определения следующих величин:  $T_g, \delta T_g, \Delta T_g$  и  $T_f$ . Определение перечисленных параметров для стеклометаллокомпозита связано с исследованием характера изменения температурного коэффициента линейного расширения на широком температурном интервале в конструктивном элементе стеклометаллокомпозита. По определенным экспериментально  $\Delta l, T$  и  $q$ , определяются  $\alpha, T_g, \delta T_g, \Delta T_g, T_f$  и  $a_T$  далее из соотношений последовательно могут быть получены  $\tau_g$  из (3.1),  $f_g$  из (3.3),  $\beta_f$  из (3.4),  $C_1$  и  $C_2$  из (3.5) и относительное время или вязкость релаксации из (3.6). Найденные параметры позволят уточнить модельные представления о напряженно-деформированном состоянии в конструктивных элементах стеклометаллокомпозита и скорректировать параметры его отжига.

### *п.3.2 Оборудование, материалы и методика эксперимента*

Для первого этапа экспериментального исследования изменения линейного размера при нагреве стеклометаллокомпозита после изготовления с разными скоростями, исследовались образцы в виде круглых стержней диаметром 10 мм и длиной 50 мм. Нагрев производился косвенным способом в трубчатой муфельной печи с отклонением температуры по длине

размещаемого образца не более 1 °С (Рисунок 3.3), измерения удлинения производились кварцевым стержнем, который устанавливался точно по диаметру стеклянного сердечника. Ошибка при измерении температуры составляла 0,5 °С, точность отчета удлинения образца при расширении составляла 1 мкм.

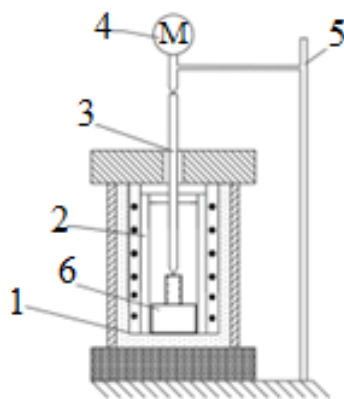


Рисунок 3.3 Схема установки: 1– муфельная печь, 2– образец, 3– кварцевый стержень, 4– микрометр индикатор Калиброн 132002, 5– штатив, 6– кварцевая подставка

Для сравнения и контроля данных полученных для стекломаталлокомпозита, проводились аналогичные эксперименты для стеклянных образцов диаметра 8 мм и длиной 50 мм из С52-1. Для исключения тепловой предыстории образцы предварительно отжигались. Результаты работы опубликованы автором с соавторами в работе [170]. Кратко приведем результаты опубликованной работы и отметим недостатки метода, которые в дальнейшем устранялись при разработке лабораторной установки для измерения линейного расширения.

На Рисунке 3.4 представлены результаты определения коэффициента линейного расширения при нагреве двух типов образцов 1-3 – стекло С52-1 и 4-5 — это же стекло в составе стекломаталлокомпозита для нескольких образцов.

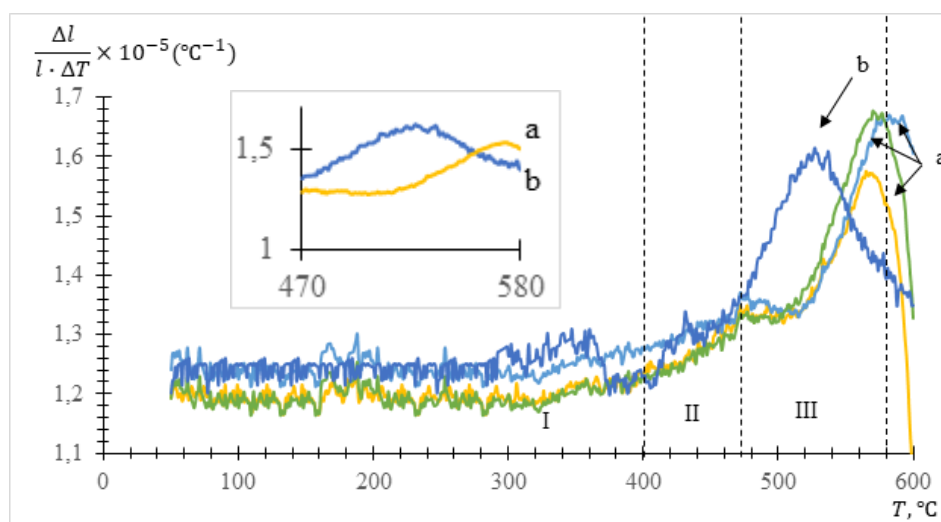
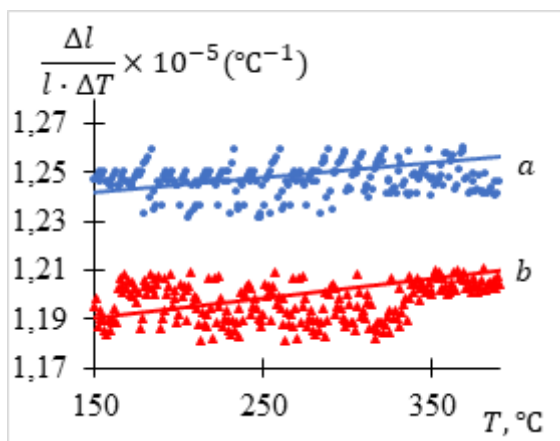


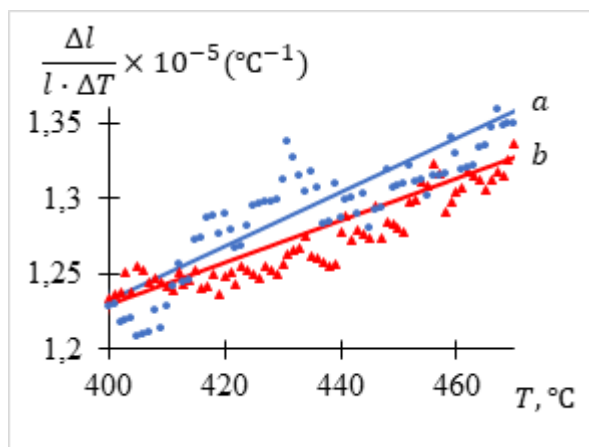
Рисунок 3.4 Зависимость коэффициента линейного температурного расширения от температуры: а- стекло С52-1; б- стеклометаллокомпозит (СМК)

Заметно, что характер изменения  $\alpha$  стекла отличается от стеклометаллокомпозита наличием интервала II, на котором заметно его увеличение. На графике можно выделить 3 зоны: I – интервал до  $\approx 400$  °С, на этом интервале  $\alpha$  почти не изменяется; характер изменения  $\alpha$  стекла отличается от стеклометаллокомпозита наличием интервала II, на котором заметно его увеличение; III – интервал  $\approx 470$ – $580$  °С, соответствует S-образной кривой, на данном интервале заметно сильное увеличение скорости изменения линейного размера. Для определения температурных параметров исследовался именно III интервал (Рисунок 3.1). Для каждого экспериментального образца данные на каждом интервале были аппроксимированы различными зависимостями (Рисунок 3.5): линейными на интервалах I и II (Рисунок 3.5 а, б); на III интервале- кривыми 2 -го порядка и 4-го в случае разных характеров изменения данных в начале интервала (Рисунок 3.5 в, г). Кроме рассмотренных выше зависимостей важными характеристиками для аппроксимации коэффициента линейного температурного расширения в интервале перехода являются угловые

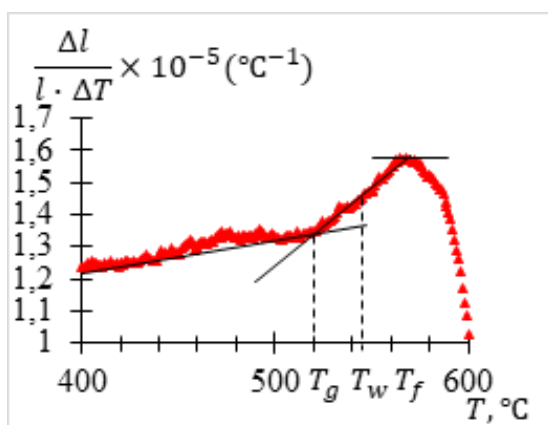
коэффициенты корреляционных прямых. На III интервале температура стеклования определялась в зависимости от типа аппроксимации. Температура размягчения  $T_{\omega}$  —находилась как средняя на интервале  $[T_g, T_f]$ , полоса  $\delta T_g = T_g^+ - T_g^-$  определяется как разность крайних значений температуры при аппроксимации линейной регрессией на интервалах II (определяется  $T_g^-$ ) и III (определяется  $T_g^+$ ), точка пересечения этих корреляционных зависимостей определяет  $T_g$ . Температура текучести определялась как точка максимума после аппроксимации  $\alpha$  кривой 2-го порядка на III интервале (Таблица 3. 1).



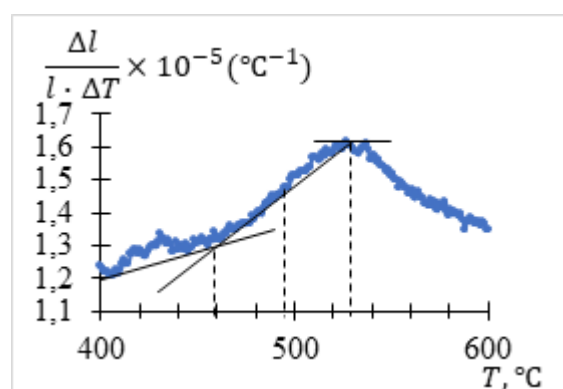
а



б



в



г

Рисунок 3.5 Корреляционные зависимости коэффициента линейного температурного расширения на разных интервалах температур: а) - 150–400 (а)  $r=0,8901$ ; (б)  $r=0,9354$ ; б) на интервале 400–480 (а)  $r=0,9207$ ; (б)  $r=0,9567$ ; в)  $T_g=519 \text{ °C}$ ,  $T_w=533 \text{ °C}$ ,  $T_f=564 \text{ °C}$ ; г)  $T_g=464 \text{ °C}$ ,  $T_w=498 \text{ °C}$ ,  $T_f=529 \text{ °C}$

Таблица 3.1. Основные результаты статистической обработки

	$T_{g1}, \text{°C}$		$T_f, \text{°C}$		$T_w, \text{°C}$		$\delta T_{g1}, \text{°C}$		$\Delta T_{g1}, \text{°C}$	
	$M_x$	$D_x$	$M_x$	$D_x$	$M_x$	$D_x$	$M_x$	$D_x$	$M_x$	$D_x$
С52-1	518,5	512,4	561,2– 566,6	572,0	532,4	529,2– 536,5	8,3	7,4– 9,8	45,2	35,9– 53,1
СМК	468,5	462,4	526,6	525,2– 533,4	501,2	496,2– 516,5	10,6	8,4– 12,7	52,1	49,9– 56,0

По данным Таблицы 3.1 по соотношениям (3.1)–(3.6) могут быть определены параметры  $C_1$  и  $C_2$  уравнения ВЛФ и характеристики стеклования для С52-1 и СМК (Таблица 3.2). Полученные оценки для стекла С52-1 соответствуют экспериментальным данным, полученным в работах [74, 138].

Таблица 3.2 Параметры уравнения ВЛФ ( $q = 6 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ )

	$\delta T_g/T_g$	$f_g$	$\beta_f \cdot 10^5, K^{-1}$	$C_1$	$C_2, \text{ }^\circ\text{C}$	$\tau_g, \text{ с}$
С52-1	$10,4 \cdot 10^{-3}$	0.0349	14,7	28,7	236	80
СМК	$14,3 \cdot 10^{-3}$	0.0445	8,2	22,5	542,9	240

Несмотря на соответствие результатов измерения линейного расширения и параметров в интервале стеклования для стекла С52-1 с имеющимися экспериментальными данными, работу на установке (Рисунок 3.3) ограничивал ряд неблагоприятных факторов, среди которых: ограничение по изменению скорости нагрева, необходимость в использовании подставок для образцов, зашумляющих удлинение самого образца, вертикальное расположение и как следствие давление со стороны кварцевого измерителя и временные ограничения связанные с временем ожидания стабилизации температуры в камере нагрева (после эксперимента требовалось ждать как минимум сутки для полного охлаждения печи, что ограничивало количество проводимых экспериментов), фактически до 1 в 2 дня.

Существующие в настоящее время отечественные и зарубежные экспериментальные установки для проведения дилатометрических измерений, также ограничены трудоемкостью, большой продолжительностью проведения измерений, несовершенством систем регистрации микроперемещений и методов обработки получаемой с их помощью информации для материалов, обладающих малыми значениями коэффициента линейного температурного расширения [21, 89, 151, 169, 176, 181]. Существенным ограничением являются также стоимость и ограничение по

приобретению зарубежных дилатометров фирм Theta Industries Inc. [177], Netsch [147] и Orton [35], позволяющих производить измерения в вакууме и с высокими скоростями нагрева. При этом производители перечисленного оборудования признают актуальность разработки алгоритмов обработки результатов измерений. Поэтому разработка дилатометров для исследования композиционных и конструкционных материалов с широким диапазоном возможных значений КЛТР, простых и воспроизводимых в лабораторных условиях остается *актуальной* проблемой не только экспериментальной физики, но и отечественного приборостроения.

Для проведения дальнейших экспериментальных дилатометрических исследований разрабатывалась лабораторная установка, которая позволила бы обеспечить:

высокую чувствительность и достаточная точность измерителя удлинений, способность регистрировать относительные удлинения порядка  $10^{-5} - 10^{-6}$  ;

отсутствие значительных напряжений в образце, в результате воздействия измерительного устройства и привести к пластической деформации образца в области размягчения стекла;

однородность температуры всех участков экспериментального образца и точность измерения его температуры;

простотой метод сборки, способа эксплуатации аппаратуры и размещения экспериментального образца.

Для решения перечисленных задач в лабораторных условиях была спроектирована и изготовлена лабораторная установка с горизонтальной загрузкой образцов и индукционным нагревом, выполняющая функцию дилатометра, в дальнейшем называемая ДТ-ГИ. Общая блок схема всей установки приведена на Рисунке 3.6. На дальнейших рисунках последовательно представлены схемы и фото отдельных блоков: нагревательной камеры и инвентора (Рисунок 3.7–3.8); система контроля и

управления температурой (Рисунок 3.9); измерительная станция (Рисунок 3.10).

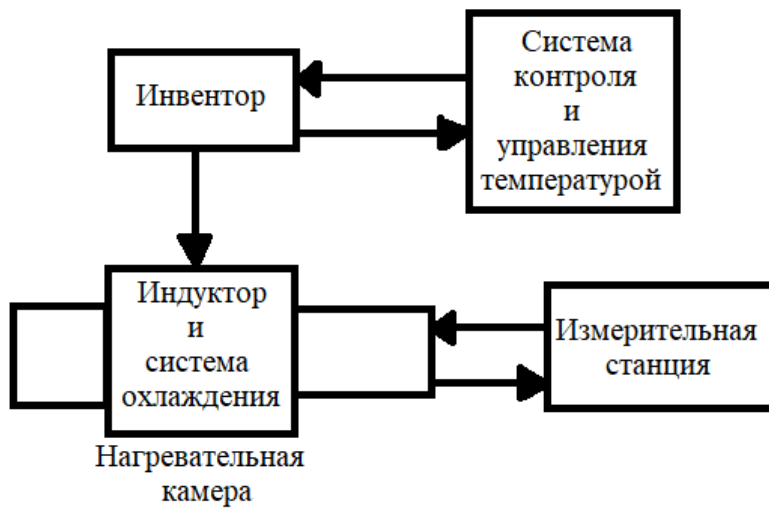
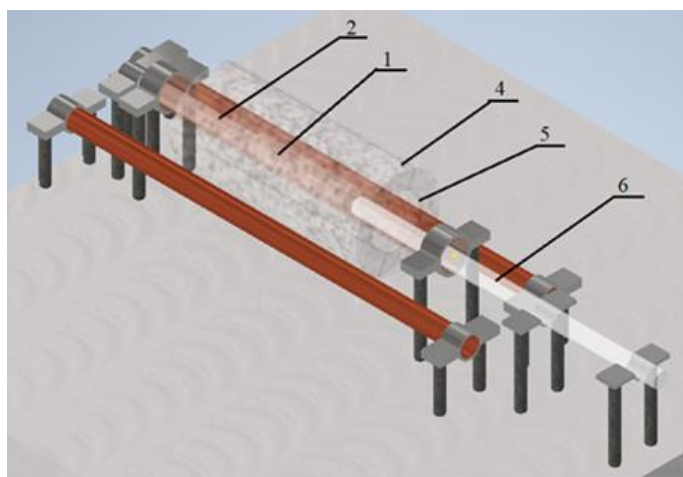
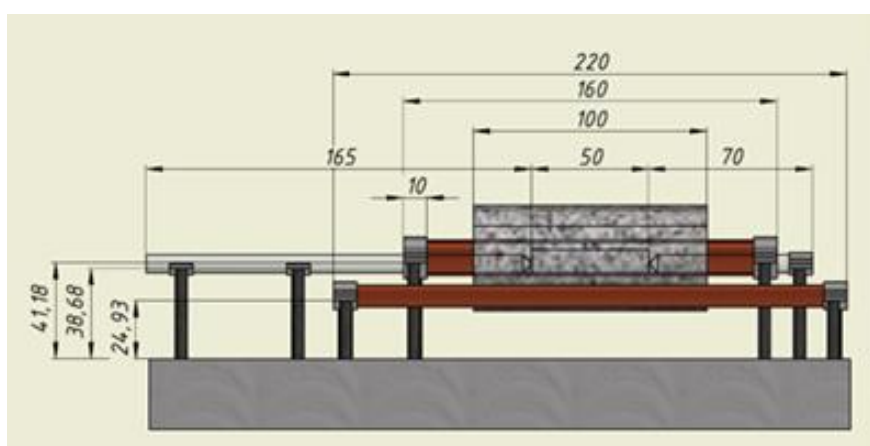


Рисунок 3.6 Общая блок-схема ДТ-ГИ

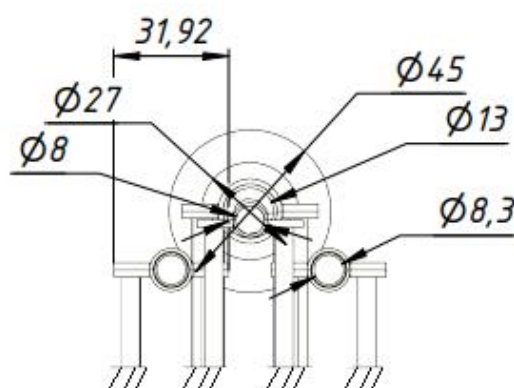




а



б



в

Рисунок 3.7 а) 3D чертеж установки: 1-образец; 2-опорный стержень; 3-толкатель; 4-графитовый тигель; 5-медная труба; 6 поддерживающие медные трубки; 7-крепления; 8- опоры; б) и в) чертежи нагревательной камеры ( все размеры приведены в (мм))

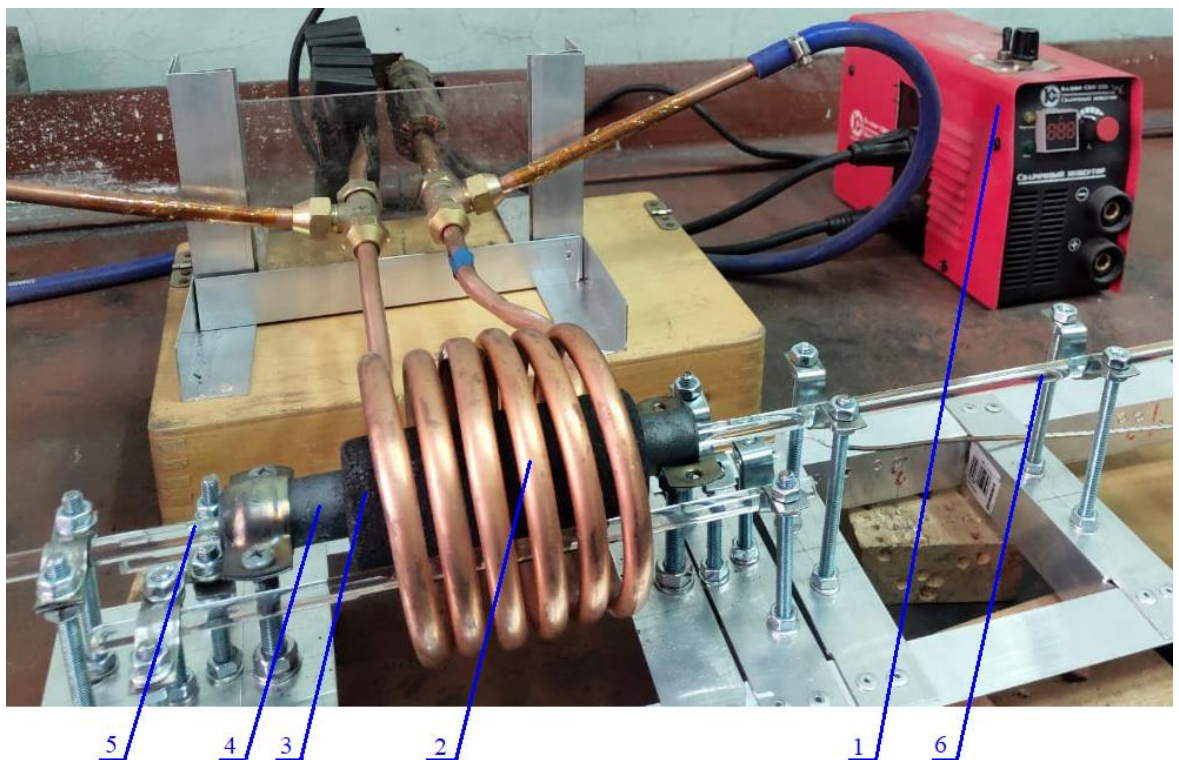
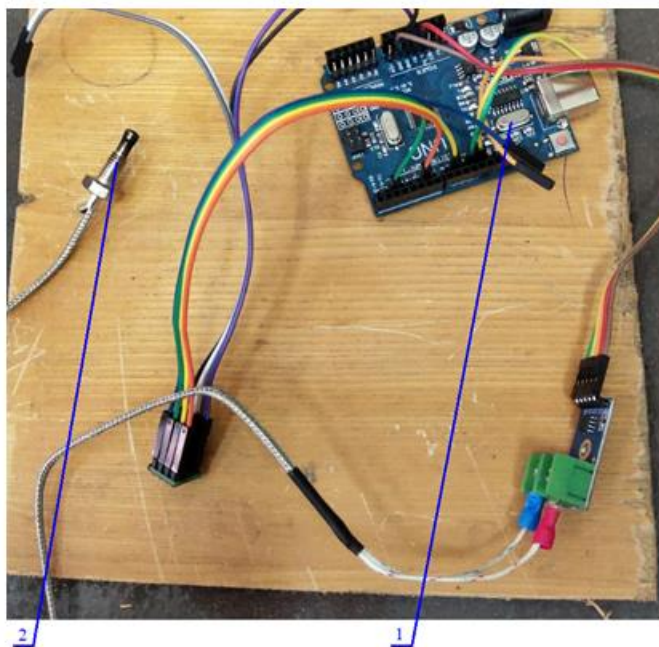


Рисунок 3.8 Нагревательная камера и инвентор: 1-сварочный инвентор; 2-индуктор; 3-графитовый тигель; 4- медная труба; 5-опорный стержень; 6- толкатель



а



б

Рисунок 3.9 а) Система контроля и управления температурой: 1-контроллер Arduino; 2-термопара; б) закрепление термопары к керамической подставке



Рисунок 3.10 Измерительная станция: 1-термопара, 2-цифровой микрометр, 3-видеокамера, 2-цифровой микрометр, 3-видеокамера

ДТ-ГИ по существу является кварцевым дифференциальным dilatометром, поскольку в процессе измерения определяется разность между удлинением исследуемого образца и кварцевого стекла. Линейное расширение кварцевого стекла хорошо изучено и в интервале  $20 \div 800$  °С позволяет провести до 5 экспериментов без замены, которая связана с появлением кристаллического слоя на поверхности кварцевых стержней. Учитывая поправку на расширение кварцевого стекла, коэффициент может быть рассчитан по формуле:

$$\alpha_{\Delta T} = \frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T} + \alpha_{\Delta T}^{KB}. \quad (3.7)$$

В нагревательной камере образец цилиндрической формы длиной 50 мм и диаметром 10 мм помещается на специальную керамическую подставку. Керамическая подставка представляет собой в разрезе П-образную форму, бортики которой надежно удерживают образец от перемещений, открытую со стороны торцов. Вся подставка в свою очередь помещается в центр цельной медной трубы, диаметром 28 мм. Используется две пары термопар: первая термопара плотно прижимается к образцу на середине, вторая термопара присоединяется к одному из торцов образца. Допускается разница в температурах не выше  $\pm 10^{-1} \text{ }^\circ\text{C}$ . В медной трубке также размещаются два кварцевых стержня: опорный и толкатель, которые упираются в образец с двух торцов. Опорный стержень жестко закреплен. Толкатель свободно перемещается, и передает изменения длины образца измерителю (3.7). В качестве измерителя используется цифровой микрометр и видеокамера для непрерывной записи показаний с микрометра (Рисунок 3.10). Медная труба находится в центре графитового тигля. Тигель используется для нагрева медной трубы с образцом. Вся конструкция размещена строго горизонтально и закреплена на опорах.

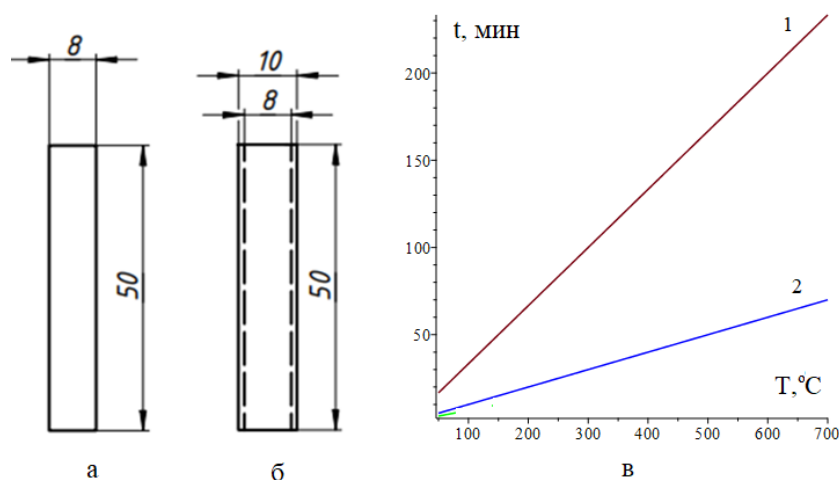
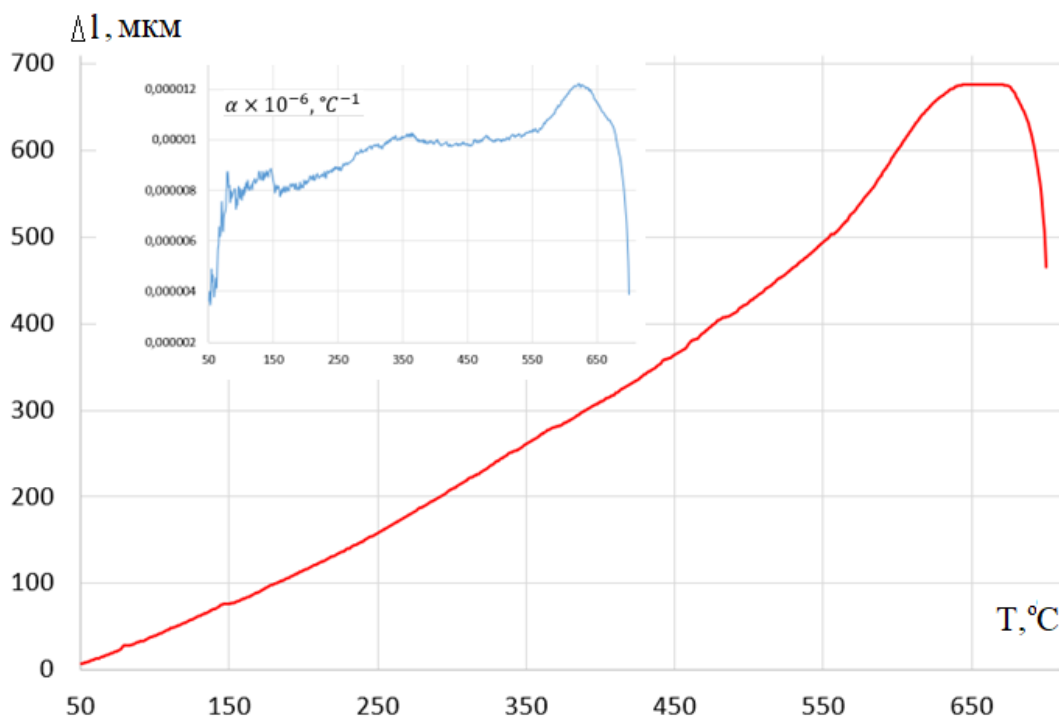


Рисунок 3.11 Типы экспериментальных образцов: а) сталь, стекло; б) стеклометаллокомпозит; в) температурные режимы,  $q$  ( $^\circ\text{C}/\text{мин}$ ): (1) –  $q=15$ ; (2) –  $q = 10$

Нагрев происходит при помощи индукционной печи (Рисунок 3.8). Принцип работы печи заключается в преобразовании энергии электромагнитного поля, поглощаемой электропроводным нагреваемым объектом, в тепловую энергию. В установке электромагнитное поле создает индуктор, который представляет собой многовитковую цилиндрическую катушку. Индукционная печь может нагреваться до 2000 °С, чтобы катушка не расплавилась в конструкцию печи встроена охлаждающая система. Через индуктор пропускается переменный электрический ток, в результате чего вокруг индуктора возникает изменяющееся во времени переменное электрическое поле. Нагреваемый объект помещается внутрь индуктора, важно отметить, что нагреваемый объект должен проводить электрический ток и обладать большим сопротивлением. В нашем эксперименте нагреваемым объектом является графитовый тигель, внутри тигля расположена медная труба, которая обеспечивает равномерное распределение температуры в экспериментальном образце. Изменяющийся во времени поток вектора магнитной индукции, созданной индуктором, пронизывает графитовый тигель и индуцирует электрическое поле. Электрические линии этого поля расположены в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного потока, и замкнуты, то есть электрическое поле в нагреваемом объекте носит вихревой характер. В графитовом тигле энергия индуцированного переменного электрического поля необратимо переходит в тепловую. Такое тепловое рассеивание энергии, следствием чего является нагрев тигля, определяется существованием токов проводимости (вихревых токов). Для автоматизации поддержания постоянной скорости нагрева, в качестве модуля управления был использован контроллер Arduino, который регулировал мощность инвертора в зависимости от текущей скорости нагрева (Рисунок 3.9). Для этого использовался шаговый двигатель, который соединялся с

потенциометром ременной передачей. Так же с помощью контроллера автоматически работала система охлаждения.

Для корректировки проводимых измерений определялись удлинения всех частей установки в рабочем диапазоне температур ( $20 \div 800$  °С). Для этого на место образца устанавливался стальной стержень: из стали 20, длиной 50 мм и диаметром 10 мм, температурный коэффициент линейного расширения которого заранее известен [77] и снимались показания общих перемещений для различных скоростей изменения температуры (Рисунок 3.6). По формуле (3.1) определялись удлинения стального стержня, затем полученные значения вычитались из показаний, снятых с измерительного устройства, полученных в ходе исследования.



Рисунке 3.12 Изменение линейного размера и ТКЛР на всем интервале нагрева (С52-1)

Таким образом вычислялись удлинения всех составных частей экспериментальной установки. Была проведена серия предварительных экспериментов по корректировке скорости изменения температуры в

образцах. В результате получались и обрабатывались данные, представленные на Рисунке 3.12.

### *п.3.3. Обсуждение результатов экспериментальных исследований коэффициента линейного температурного расширения*

Подготовленные экспериментальные образцы (Рисунок 3.11 а и б) устанавливались в камеру ДТ-ГИ и нагревались до температуры, при которой наблюдался обратный ход датчика измерений ИЧ. Для получения удлинения образца, из показаний ИЧ, полученных в ходе экспериментального исследования по определению температурного коэффициента линейного расширения, вычитались значения удлинений всех составных частей экспериментальной установки для двух вариантов скорости изменения температуры в образцах  $q$  ( $^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ ):  $q_1 = 10$  и  $q_2 = 15$ .

Для сравнения с данными полученными для стеклометаллокомпозита, проводились аналогичные эксперименты для стеклянных палочек диаметром 8 мм и длиной 50 мм из закаленного стекла марки С52-1 из которых были выполнены стеклянные сердечники в стеклометаллокомпозите. Для исключения тепловой предыстории, стеклянные образцы предварительно отжигались в течение 120 мин при температуре на  $20^{\circ}\text{C}$ , превышающей температуру размягчения  $T_{\omega}$  ( $550^{\circ}\text{C}$ ), затем охлаждались с постоянной скоростью, не превышающей  $3^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ , на  $100^{\circ}\text{C}$  ниже этой температуры, после чего охлаждение образцов проводилось со скоростью  $15^{\circ}\text{C} \cdot \text{мин}^{-1}$  до температуры  $20^{\circ}\text{C}$ .

Данные каждого экспериментального образца получались в виде представленном на Рисунке 3.12. Полученные значения обрабатывались статистическими методами с выделением значимых данных для которых составлялись линейные корреляционные уравнения (а), (б), (с) и (д) как на схеме Рисунка 3.1. Далее из решения систем уравнений находились

характерные параметры для каждого образца как:  $T_g = (a) \cap (b)$ ,  $T_f = (b) \cap (d)$  и  $\Delta T_g = T_f - T_g$ . Для полученных выборок по каждой характеристике приводились значения математического ожидания, дисперсии и доверительных интервалов. По формуле (3.7) определялся температурный коэффициент линейного температурного расширения (ТКЛР) с изменяющимся шагом по температуре: в интервале  $25 \div 400$  °С –  $\Delta T = 5$  °С;  $400 \div 650$  °С –  $\Delta T = 1$  °С.

В общем было исследовано 74 экспериментальных образцов (без учета установочных экспериментов и отбраковки после анализа и выявления аномалий (выбросов) по данным), из них 36 образцов выполнены из стеклометаллокомпозита (диаметром 10 мм и длиной 50 мм со стеклянным из стекла марки С52-1 диаметром 8 мм и длиной 50 мм и трубкой из стали 20 внутренний диаметр 8 мм, внешний- 10 мм и длиной 50 мм) и 38 образцов из стеклянных палочек мм из стекла марки С52-1 диаметром 8 мм и длиной 50 мм. В Таблице 3.1 и Таблице 3.2 и Рисунках 3.13–3.16 представлены результаты математического ожидания линейного удлинения  $l$  (мкм) и ТКЛР  $\alpha$ , °С<sup>-1</sup> при определенных значениях температуры для образцов стеклометаллокомпозита (СМК) и стекла (С52-1) соответственно.

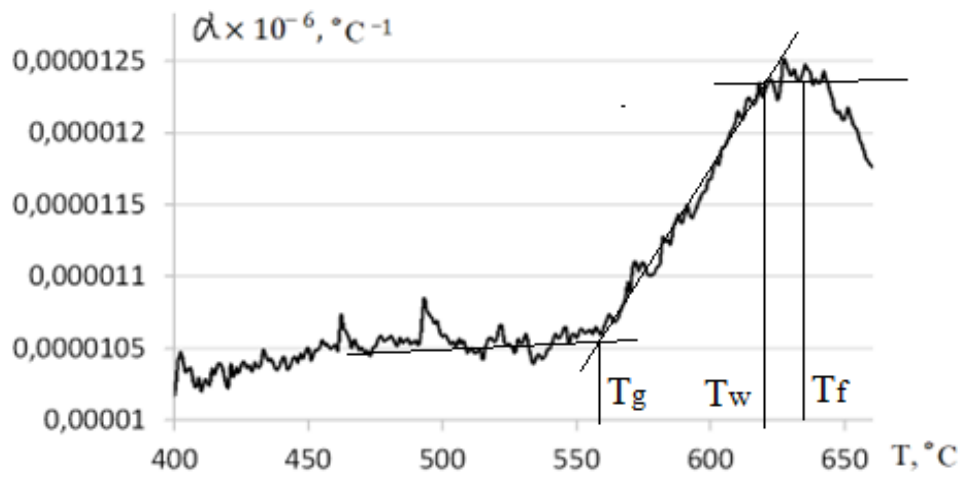


Таблица 3.1 Математическое ожидание линейного удлинения  $l$ , мкм:  
А-С52-1; В- СМК

$T, ^\circ\text{C}$	$q = 10 ^\circ\text{C}/\text{мин}$		$q = 15 ^\circ\text{C}/\text{мин}$	
	А	В	А	В
400	350	397	316	410
425	381	431	342	442
450	410	461	371	474
475	440	493	400	512
500	470	527	427	551
525	500	565	457	593
550	533	602	489	636
575	568	644	528	681
600	621	698	583	743
625	674	746	639	800
650	709	792	668	855

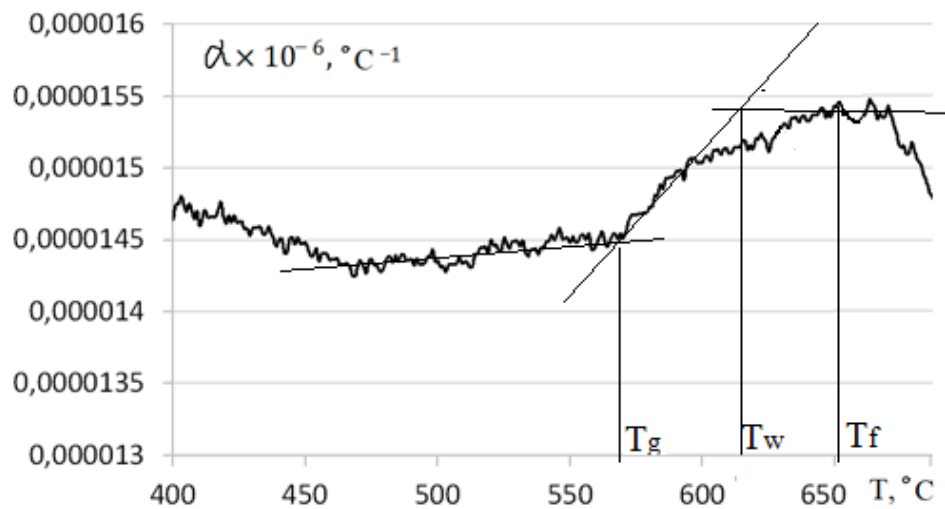
Таблица 3.2 Математическое ожидание ТКЛР  $\alpha \cdot 10^5, ^\circ\text{C}^{-1}$ : А-С52-1; В-СМК

$T, ^\circ\text{C}$	$q = 10 ^\circ\text{C}/\text{мин}$		$q = 15 ^\circ\text{C}/\text{мин}$	
	А	В	$T, ^\circ\text{C}$	А
400	1,067	1,464	0,987	1,512
425	1,072	1,462	0,980	1,498
450	1,076	1,448	0,992	1,491
475	1,079	1,436	0,997	1,503
500	1,079	1,435	0,995	1,520
525	1,081	1,451	1,003	1,548
550	1,078	1,448	1,002	1,563
575	1,101	1,468	1,026	1,589
600	1,152	1,504	1,087	1,648
625	1,189	1,511	1,144	1,679
650	1,179	1,525	1,113	1,715



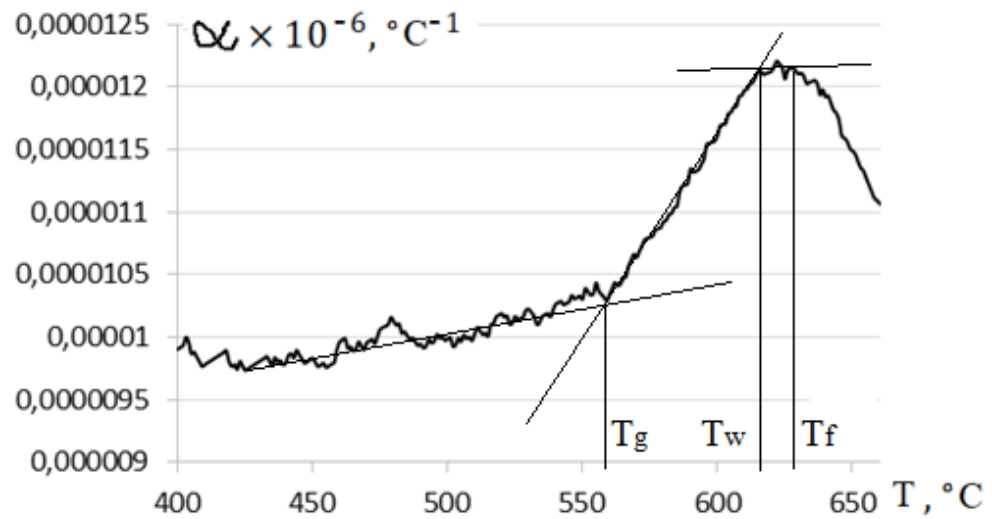
Рисунке 3.13 Изменение ТКЛР на всем интервале нагрева:

$$q = 10 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{мин}, \text{C } 52 - 1$$



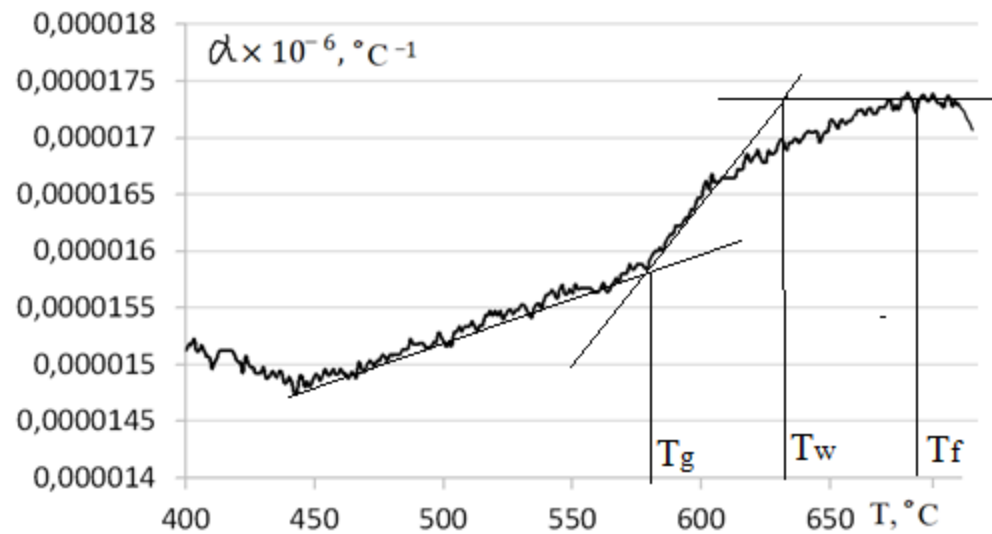
Рисунке 3.14 Изменение ТКЛР на всем интервале нагрева:

$$q = 10 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{мин}, \text{СМК}$$



Рисунке 3.15 Изменение ТКЛР на всем интервале нагрева:

$$q = 15 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{мин}, \text{C } 52 - 1$$



Рисунке 3.16 Изменение ТКЛР на всем интервале нагрева:

$$q = 15 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{мин}, \text{СМК}$$

Для каждой экспериментальной кривой линейного расширения определялись ТКЛР, интервал ( $\Delta T_g$ ), полоса ( $\delta T_g$ ), температура стеклования ( $T_g$ ) и температура ( $T_f$ ). После статистической обработки данных

экспериментальных измерений, по соотношениям (3.1)–(3.6) получены параметры стеклования (Таблицы 3.3 и 3.4) и получены уравнения ВЛФ (Рисунок 3.17) и соотношения (3.7)–(3.10).

Таблица 3.3 Параметры стеклования:  $q = 10 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$

	$T_g$	$\delta T_g$	$T_w$	$T_f$	$\Delta T_g$	$f_g$	$\beta_f \cdot 10^5$	$C_1$	$C_2$
C52-1	557.64	13.61	619.03	637.01	79.37	0.07	32.26	15.09	205.38
СМК	571.43	18.71	617.10	653.32	81.89	0.08	35.87	12.21	228.39

Таблица 3.4 Параметры стеклования:  $q = 15 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$

	$T_g$	$\delta T_g$	$T_w$	$T_f$	$\Delta T_g$	$f_g$	$\beta_f \cdot 10^5$	$C_1$	$C_2$
C52-1	556.83	11.09	617.6	627.21	70.38	0.06	29.34	17.53	194.42
СМК	577.90	23.63	639.0	693.02	115.12	0.09	38.89	10.43	246.46

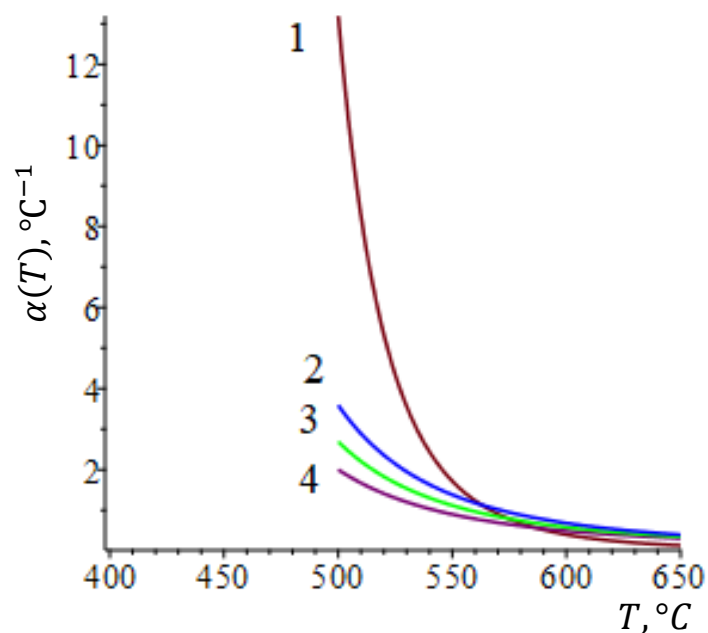


Рисунок 3.17 Графическое представление уравнения ВЛФ с экспериментальными параметрами: 1 – СМК при  $q = 15 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ , 2 – СМК при  $q = 10 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ , 3 – C52-1 при  $q = 10 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ , 4 – C52-1 при  $q = 15 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$

$$1 \quad a_T = \exp \left( - \frac{10.43(T - 577.90)}{T - 331.43} \right) \quad (3.7)$$

$$2 \quad a_T = \exp \left( -\frac{12.21(T - 571.43)}{T - 343.04} \right) \quad (3.8)$$

$$3 \quad a_T = \exp \left( -\frac{15.09(T - 557.43)}{T - 352.05} \right) \quad (3.9)$$

$$4 \quad a_T = \exp \left( -\frac{17.53(T - 556.83)}{T - 362.41} \right) \quad (3.10)$$

Анализ поведения ТКЛР стекла 52-1 и стеклянного сердечника в составе СМК в интервале стеклования в ДТ-ГИ при скоростях 10 и 15 °С/мин, показал не только количественную разницу в ТКЛР между ними, но и более растянутый и пологий характер кривой коэффициента линейного температурного расширения, что сказывается на величине полосы стеклования, которая увеличивается по сравнению со стеклом почти в два раза. Заметим, что стеклянные образцы перед измерением предварительно отжигались, а СМК образцы не подвергались температурной обработке, после изготовления, т. е. стекло в составе СМК находилось в предварительно напряженном состоянии. Основной причиной повышения ТКЛР стеклянного сердечника в составе СМК является соединение с металлической оболочкой. Определенные из соотношения (3.1) время релаксации  $\tau_g$  при температуре стеклования составили: для С52-1 при 15 °С/мин – 44.36 с и при 10 °С/мин – 81.36 с; для СМК при 15 °С/мин – 94.52 с и при 10 °С/мин – 112.26 с.

### *п.3.4. Выводы по Главе 3*

Спроектирована и изготовлена специальная лабораторная установка для дилатометрических исследований с индукционным нагревом и горизонтальной загрузкой экспериментальных образцов – Дт-ГИ, удалось достигнуть следующих требований:

избежать давления на образец со стороны измерительного устройства и приводят к пластической деформации образца при высоких температурах и большой погрешности измерений;

конструкция камеры и расположение термопар позволили обеспечить равномерный температурный режим для всех участков образца и точность измерения температуры образца;

разработанный прибор достаточно прост, недорог и легко реконструируется под требуемые размеры образцов.

несмотря на простоту конструкции, доверительный интервал измерений коэффициента линейного температурного расширения, выполненных на этом приборе, составляет около  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Дальнейшее развитие лабораторной установки Дт-ГИ связано, прежде всего, с повышением точности измерения линейного расширения, которое планируется достигать с помощью алгоритмов цифровой обработки данных видеосъемок перемещения конца толкательного элемента.

Проведена серия экспериментальных исследований термомеханических параметров в интервале стеклования на двух группах экспериментальных образцов: стекла марки С52-1 и стеклометаллокомпозита с разными скоростями нагрева: 6, 10 и 15  $^\circ\text{C}/\text{мин}$ .

С использованием модельных представлений релаксационной теории стеклования на основе экспериментальных данных получены параметры для аналитического представления приведенного времени релаксации и вязкости в формуле Вильямса-Ландела-Ферри для стекла и стеклометаллокомпозита с целью исследования релаксации их термонапряженного состояния в

интервале стеклования при скорости изменения температуры: 6, 10 и 15 °С/мин.

На основании уравнения Бартенева впервые получены значения время релаксации  $\tau_g$  при температуре стеклования для СМК при скорости изменения температуры: 6, 10 и 15 °С/мин.

Замечено изменение направления выпуклости кривой ТКЛР для СМК при скорости изменения температуры: 10 и 15 °С/мин, а также увеличение значений полосы  $\delta T_g$  и интервала стеклования  $\Delta T_g$ .

## Глава 4 Моделирование термомеханической релаксации в неоднородно стеклующихся слоях для стекло-металлических соединений с учетом упругопластического деформирования металлических слоев

### *п. 4.1. Постановка краевой задачи об эволюции температурных напряжений в цилиндрических стекло-металлических соединениях с учетом процесса стеклования и пластического деформирования*

Краевая задача об эволюции термических напряжений в стекло-металлических соединениях может быть сформулирована в рамках квазистатической наследственной теории термовязкоупругости для стеклующихся слоев и термоупругопластичности для металлических слоев. в общем виде уравнения равновесия:

$$\sigma_{ij,i} + \rho F_i = 0 \quad (4.1)$$

Определяющие соотношения для девиатора и шаровой составляющей тензора напряжений в стеклующихся слоях, можно записать в виде:

$$s_{ij} = 2G \left( e_{ij} - \int_0^t M(T_f, T, t - t') e_{ij} dt' \right), \quad (4.2)$$

$$\sigma = 3K\varepsilon, \quad (4.3)$$

здесь  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ ,  $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_0$ ,  $\sigma_0 = \sigma_{ii}$ ,  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij}$ ,  $\varepsilon = \frac{1}{3}\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii} - 3\varepsilon^T$ . Ядро релаксации  $M(T_f, T, t - t')$  характеризует реологические свойства стекла. Учет стеклования сказывается на изменении ядра релаксации, стеклование описывается на основании модели ТНММ релаксационной теории с помощью «фиктивной» температуры  $T_f$  и скорости ее изменения, описанной соотношениями (2.7) - (2.10) (Глава 2 п.2.1).



Вид ядра релаксации стекла также обсуждался в (Главе 2 п.2.1) и для неизотермического процесса представляется по аналогии с ядром структурной релаксации при определении фиктивной температуры (2.3)–(2.4) в виде функции Кольрауша

$$M(T_f, t - t') = e^{-\left(\frac{(\xi(t) - \xi(t'))K_\sigma}{\eta_r}\right)^{b_\sigma}} \quad (4.4)$$

Здесь  $K_\sigma = \frac{\eta_r}{\tau_\sigma}$ ,  $0 < b_\sigma < 1$ ,  $\tau_\sigma$  – некоторое характерное время релаксационного процесса.

Уравнения состояния для термоупругопластичного слоя запишем для малых деформаций в рамках модели Прандтля–Рейса при учете тепловых явлений с разделением малых деформаций на обратимые (упругую)  $\varepsilon_{ij}^e$  и необратимую (пластическую)  $\varepsilon_{ij}^p$  составляющие

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (4.5)$$

В свою очередь, для малых деформаций выполняются соотношений Коши

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.6)$$

Упругое состояние в пространстве напряжений ограничено поверхностью предельного состояния Мизеса и условием активного нагружения

$$f(\sigma, T) = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \sigma_T^2(T) = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial T} \dot{T} > 0, \quad (4.8)$$

считаем  $\sigma_T(T)$  – предел прочности при растяжении зависит только от температуры.

Началом определения термических напряжений считаем температуру, при которой производится выдержка после нагрева, а затем охлаждение и

отжиг, т. е. температуру, при которой стеклянный слой находится в размягченном до высоковязкой жидкости состоянии.

Считаем, что в начале процесса охлаждения все напряжения и перемещения равны нулю:

$$\sigma_{ij}(X, 0) = 0, u_i(X, 0) = 0. \quad (4.9)$$

При записи граничных условий в общей постановке полагалось, что внешняя поверхность ( $\Gamma$ ) свободна от какого-либо воздействия, кроме температурного

$$\sigma_{ij}(X, t)n_j|_{\Gamma} = 0, \quad (4.10)$$

На границе сопряжения разных слоев ( $\Gamma^*$ ) (как один из предельных случаев) могут быть поставлены условия идеального контакта

$$\sigma_{ij}(X, t)n_j|_{\Gamma^*-0} = \sigma_{ij}(X, t)n_j|_{\Gamma^*+0}, \quad (4.11)$$

$$u_i(X, t)|_{\Gamma^*-0} = u_i(X, t)|_{\Gamma^*+0}. \quad (4.12)$$

Даже при линейных соотношениях теории упругости и вязкоупругости (4.2)–(4.3) в силу неоднородного распределения температуры, и как следствие неоднородных структурных изменений в стеклующихся слоях получение аналитического решения пока не представляется возможным. Решение краевой задачи (4.1)–(4.12) ищется численно методами конечных элементов или конечных разностей, которые сводят задачу к решению систем интегро-дифференциально-алгебраических уравнений. Теория решения подобных систем находится в стадии развития, некоторые подходы и результаты по численным схемам и качественным определениям и теоремам изложены в работах отечественных авторов [67, 106, 132, 137]. В то же время для стекло-металлических плоских спаев в работах [1, 79, 90, 129, 130, 141, 174] разработан экономичный метод расчета релаксации напряжений, в том числе, с учетом изменяющихся в результате диффузионных процессов свойств в зоне

соединения стекла и металла. На основе метода расчета релаксации напряжений в плоских спаях разработан метод начального упругого аналитического приближения (НУАП) краевой задачи (4.1)–(4.12) в цилиндрической системе координат при условии осевой симметрии и обобщенного плоского напряженного состояния. Алгоритм метода расчета термомеханических напряжений в деформируемой сопряженной соосной цилиндрической системе с учетом стеклующегося слоя и упругого подробно изложен в работе [145], автором настоящей диссертации алгоритм развит и уточнен, для стеклующегося слоя и упругоупластического слоя [57, 60]. В работе [164] и следующем пункте п.4.2 Главы 4 рассмотрено еще одно уточнение метода НУАП, а именно пересчет механической релаксации через корректировочные компоненты девиатора напряжений, что позволило повысить точность расчетов.

*п. 4.2. Разработка метода начального упругого аналитического приближения в слоистых материалах содержащие стеклующиеся слои*

Ряд стекло-металлических соединений, применяемых на практике, имеют цилиндрическую осесимметричную геометрию, например, оптические одномодовые волокна («PANDA») и заготовки для их протяжки, остеклованные трубы, с внутренним или наружным стеклующимся или полимеризующимся слоем и стеклометаллокомпозитные стержни.

В свою очередь, для геометрий, с большим объемом стеклующегося материала, и больших скоростей нагрева, материал может входить в интервал стеклования в разные моменты времени, а некоторый объем материала может вовсе не войти в интервал стеклования и оставаться упругим на всем этапе производственного процесса.

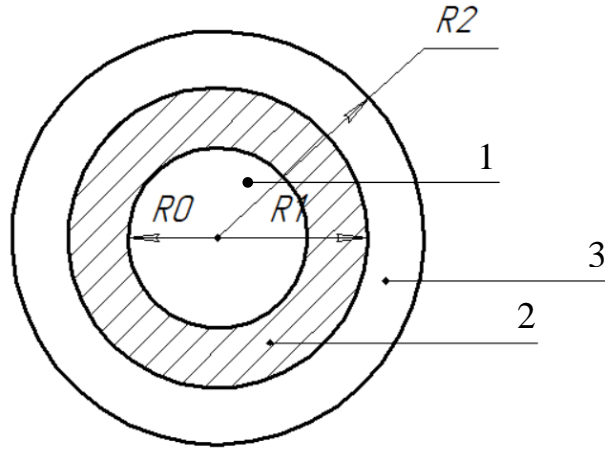


Рисунок 4.1 Геометрия расчетных областей: 1 – упругий материал, 2 – вязкоупругий материал, 3 – упруго-пластичный материал

С учетом осевой симметрии и обобщенного плоского деформированного состояния задача (4.1)–(4.12) для цилиндрической геометрии (Рисунок 4.1) примет вид:

- компоненты тензоров перемещений и деформаций:

$$\begin{aligned}
 u_r &= u(r, t), u_\varphi = 0, u_z = w(z, t), \\
 \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}, \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_z(t), \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\varphi z} = 0,
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

- тензор напряжений, имеющий три ненулевых компоненты:

$$\sigma_{rr} = \sigma_r(r, t), \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_\varphi(r, t), \sigma_{zz} = \sigma_z(r, t).
 \tag{4.14}$$

Определяющие соотношения для  $0 \leq r \leq R_1$  (в стекле) могут быть описаны на основе принципа суперпозиции Больцмана–Вольтерры [56]:

$$\begin{aligned}
 s_r &= 2G \left( e_r - \int_0^t M(\eta(t, t')) e_r dt' \right), \\
 s_\varphi &= 2G \left( e_\varphi - \int_0^t M(\eta(t, t')) e_\varphi dt' \right), \\
 s_z &= 2G \left( e_z - \int_0^t M(\eta(t, t')) e_z dt' \right),
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

но, поскольку стеклообразные материалы практически не обнаруживают объемных релаксационных свойств, их физическое поведение может быть представлено уравнением Дюамеля–Неймана:

$$\sigma(r, t) = 3K\theta. \quad (4.16)$$

В (4.15) и (4.16) приняты обозначения:  $\sigma = \frac{(\sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z)}{3}$ ;  $\varepsilon = \frac{(\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_z)}{3}$ ;  $\theta = 3\varepsilon - \int_{T_0}^T \alpha(T)dT$ ;  $s_r = \sigma_r - \sigma$ ,  $s_\varphi = \sigma_\varphi - \sigma$ ;  $e_r = \varepsilon_r - \varepsilon$ ,  $e_\varphi = \varepsilon_\varphi - \varepsilon$ ,  $e_z = \varepsilon_z - \varepsilon$ ;  $G$  — модуль сдвига,  $K$  — модуль объемной деформации;  $M(\eta(t, t'))$  — релаксационное ядро, характеризующее снижение к моменту времени  $t$  сдвиговых напряжений, вызванных деформацией в момент времени  $t'$ , аналитическая запись которого не экспоненциального вида, принятого в виде (4.2), при этом параметры  $b$  и  $K_r$  отличаются от значений, используемых при отыскании структурного параметра  $T_f$ ;  $\alpha(T)$  коэффициент линейного температурного расширения. Изменение структуры и температуры приводит к изменению вязкости  $\eta$  согласно формуле (2.14).

Для внешнего цилиндра ( $R_1 \leq r \leq R_2$ ) определяющие соотношения запишем в рамках модели Прандтля–Рейса с учетом тепловых явлений и разделением малых деформаций на обратимую (упругую  $\varepsilon_{ij}^e$ ) и необратимую (пластическую  $\varepsilon_{ij}^p$ ) оставляющие (здесь и далее точка над символом означает дифференцирование по времени)

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \text{ или } \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p. \quad (4.17)$$

Упругое состояние в пространстве напряжений ограничим поверхностью предельного состояния Мизеса и условием активного нагружения

$$f(\sigma, T) = (\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 - 2\sigma_T^2(T) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_r} \dot{\sigma}_r + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\varphi} \dot{\sigma}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial \sigma_z} \dot{\sigma}_z + \frac{\partial f}{\partial T} \dot{T} > 0, \quad (4.18)$$

предел прочности при растяжении  $\sigma_T(T)$  зависит только от температуры. Пластические составляющие компонент тензора деформаций определим согласно закону ассоциированного течения:

$$\dot{\varepsilon}_r^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_r}, \dot{\varepsilon}_\varphi^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_\varphi}, \dot{\varepsilon}_z^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \quad (4.19)$$

здесь  $\Lambda$  имеет смысл множителя Лагранжа при нахождении максимума удельной мощности деформирования с ограничением (4.18).

Учитывая соотношения (4.13) и (4.17), упругие деформации перепишем в виде:

$$\varepsilon_r^e = \frac{\partial u}{\partial r} - \varepsilon_r^p, \varepsilon_\varphi^e = \frac{u}{r} - \varepsilon_\varphi^p, \varepsilon_z^e = \varepsilon_z - \varepsilon_z^p.$$

Тогда напряжения и деформации в слое ( $0 \leq r \leq R_1$ ) имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left(\frac{4}{3}G + 3K\right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left(3K - \frac{2}{3}G\right) \left(\frac{u}{r} + \varepsilon_z\right) - 2G\varepsilon_r^p - 3K \int_{T_0}^T \alpha(T) dT, \\ \sigma_\varphi &= \left(3K - \frac{2}{3}G\right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{4}{3}G + 3K\right) \frac{u}{r} + \left(3K - \frac{2}{3}G\right) \varepsilon_z - 2G\varepsilon_\varphi^p - 3K \int_{T_0}^T \alpha(T) dT, \\ \sigma_z &= \left(3K - \frac{2}{3}G\right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) + \left(\frac{4}{3}G + 3K\right) \varepsilon_z - 2G\varepsilon_z^p - 3K \int_{T_0}^T \alpha(T) dT. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Краевые условия установим исходя из условий отсутствия нагрузки на внешних поверхностях стержня и равенства радиальных напряжений и перемещений при переходе через границу стекла с металлом при идеальном контакте:

$$\begin{aligned} u(R_1-, t) &= u(R_1+, t), \sigma_r(R_1-, t) = \sigma_r(R_1+, t), \\ u(R_2-, t) &= u(R_2+, t), \sigma_r(R_2-, t) = \sigma_r(R_2+, t), \\ \sigma_r(R_3, t) &= 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\int_0^{R_1} \sigma_z(r, t) r dr + \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z(r, t) r dr + \int_{R_2}^{R_3} \sigma_z(r, t) r dr = 0.$$

В начале процесса считаем, что напряжения, перемещения и скорости их изменения во времени равны нулю.

Используя соотношения (4.15) и (4.16), уравнение равновесия в перемещениях для цилиндра  $0 \leq r \leq R_1$  можно переписать как

$$\left(\frac{4}{3}G + K\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\right) - \frac{2}{3}G \int_0^t M(t, t')\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\right) dt' = 0, \quad (4.22)$$

в то же время уравнение равновесия (4.1) для внешнего цилиндра  $R_1 \leq r \leq R_2$  с учетом (4.20) примет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{2G}{\frac{4}{3} \cdot G + K} \left( \frac{\partial \varepsilon_r^p}{\partial r} + \frac{\varepsilon_r^p - \varepsilon_\varphi^p}{r} \right). \quad (4.23)$$

Общим решением уравнений (4.22) и (4.23) (при упругом деформировании металлического слоя) является решение уравнения Эйлера:

$$u(r, t) = \begin{cases} C_1(t)r, & 0 \leq r \leq R_0, \\ C_2(t)r + \frac{C_3(t)}{r}, & R_0 \leq r \leq R_1, \\ C_4(t)r + \frac{C_5(t)}{r}, & R_1 \leq r \leq R_2. \end{cases} \quad (4.24)$$

Неизвестные коэффициенты  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$ ,  $C_3(t)$ ,  $C_4(t)$ ,  $C_5(t)$  и  $\varepsilon_z(t)$  из решения интегрально-алгебраических уравнений, которые получаются из краевых условий (4.21).

При описании пластического течения во внешнем цилиндрическом слое уравнением текучести Мизеса (4.18) и вязкоупругого деформирования с учетом структурных изменений релаксационным ядром Кольрауша (4.5) получить аналитическое решение задачи (4.13)–(4.24) пока не представляется возможным даже на основе всех принятых упрощений. На основе конечно-разностного метода разработан численно-аналитический метод решения задачи (4.13)–(4.24).

Особенностью задачи (4.13)–(4.24) является ее зависимость от истории нагружения, поэтому при численной реализации все уравнения были переписаны в малых приращениях во времени всех параметров. Рассматривалась кусочно-равномерная по координатам и времени сетка с

шагами  $\Delta r_g$ ,  $\Delta r_m$ ,  $\Delta t$  и  $\Delta t'$ . Аппроксимация всех определяющих соотношений конечно-разностным методом хорошо описана, например, в работе [125], поэтому выделим только особенности развиваемого авторами в данной работе подхода.

На каждом временном слое  $k$  приращение перемещений во внутреннем цилиндре записываются как известные функции координат, в которых следует найти только приращение констант интегрирования:  $\Delta u^k = \Delta C_1^k \cdot r$  и  $\Delta u^k = \Delta C_2^k r + \frac{\Delta C_3^k}{r}$ . Приращения перемещений во внешнем цилиндре рассматриваются как сеточные функции  $\Delta u_j^k$ , подлежащие определению из решения системы, получаемой при конечно-разностной записи уравнения (4.24). При этом приращение констант  $\Delta C_1^k$ ,  $\Delta C_2^k$  и  $\Delta C_3^k$  могут быть найдены из решения совместной системы, следующей из конечно-разностной представления уравнений (4.21) и (4.24). Учитывая малость шага, влияние релаксационных процессов на напряжения предлагается отыскивать в виде разности сумм приращений напряжений на всех предыдущих временных слоях и «релаксационных корректировочных» напряжений на текущем слое.

Для нахождения пластических деформаций предлагается использовать метод дополнительных деформаций, при котором реализуется двухэтапный итерационный метод [22]. На каждом шаге определяются нулевые приращения напряжений и деформаций. Если одновременно с этим не выполняется условие (4.18), то приращение пластических деформаций считается равным нулю, и осуществляется переход на следующий временной слой; если условие (4.18) выполняется, то возникает пластическая деформация, «корректирующая» напряжения. И тогда запускается итерационная процедура вычисления этой пластической деформации.

Алгоритм вычисления совместных вязкоупругих напряжений в стеклюющихся слоях и упругопластических напряжений на каждом временном слое:



*Шаг 1.* Для области  $\Omega = (0 \leq r \leq R_3, 0 \leq t \leq T)$  строится прямоугольная сетка  $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 \times \bar{\omega}_2$ :

$$\bar{\omega}_1 = \left\{ r_i = i\Delta r, i = 0, 1, \dots, I, r(0) = 0, \sum_{i=1}^{I1} \Delta r = R_1, \sum_{i=I1}^{I2} \Delta r = R_2, \sum_{i=I2}^{I3} \Delta r = R_3 \right\},$$

$$\bar{\omega}_2 = \left\{ t_n = n\Delta t_n, n = 0, 1, \dots, N, \sum_{n=1}^N \Delta t_n = t_{final} \right\}.$$

*Шаг 2.* Начальные условия (при  $k = 0$ ) (верхний индекс у переменной означает номер временного слоя)

$$\Delta T^0 = 0, \Delta u_j^0 = 0, \Delta \varepsilon_{r,\varphi,z,j}^0 = 0, \Delta \varepsilon_{r,\varphi,z,j}^{p0} = 0, \Delta \sigma_{r,\varphi,z,j}^0 = 0, \Delta \sigma_{r,\varphi,z,j}^{cor} = 0.$$

Далее на каждом временном слое  $k$  выполняется следующий алгоритм:

*Шаг 3.* Вычисление структурного параметра  $T_f^k$  при  $R_0 \leq r \leq R_1$

$$T_f^k = T^0 + \sum_{k1=1}^k \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{(\xi^k - \xi^{k1}) K_{rs}}{\eta_r} \right)^{b_s} \right) \right) \Delta T^k,$$

$$\xi^k = \xi^{k-1} + \sum_{k1=1}^k \frac{\eta_r \Delta t}{\eta^{k1-1}},$$

$$\lg \eta^k = \lg \eta^0 + B_e \left( (T_f^k)^{-1} - (T^0)^{-1} \right) + B_f \left( (T^k)^{-1} - (T_f^k)^{-1} \right),$$

$$\alpha^k = \alpha_e + (\alpha_f - \alpha_e) \frac{\Delta T_f^k}{\Delta T^k}.$$

*Шаг 4.* Определение приращений перемещений

При  $0 \leq r \leq R_1$

$$\Delta u_j^k = \Delta C_1^k r_j.$$

При  $R_1 \leq r \leq R_2$

$$\Delta u_j^k = \Delta C_2^k r_j + \frac{\Delta C_3^k}{r_j}.$$

При  $R_2 \leq r \leq R_3$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta r_m}{2r_j} + 1 \right) \Delta u_{j+1}^k - \left( \frac{\Delta r_m^2}{r_j^2} + 2 \right) \Delta u_j^k + \left( 1 - \frac{\Delta r_m}{2r_j} \right) \Delta u_{j-1}^k = \\ & = \frac{2G_m \Delta r_m^2}{\frac{4}{3}G_m + K_m} \left( \frac{\Delta \varepsilon_{rj+1}^{pk-1} - \Delta \varepsilon_{rj-1}^{pk-1}}{2\Delta r_m} + \frac{\Delta \varepsilon_{r,j}^{pk-1} - \Delta \varepsilon_{\varphi j}^{pk-1}}{r_j} \right) \end{aligned}$$

Перемещения во всей области на  $k$ -ом слое определим как

$$\Delta u_j^k = u_j^{k-1} + \Delta u_j^k.$$

*Шаг 5.* Дополним систему на Шаге 4 аппроксимированными уравнениями (4.21) с использованием формул Шага 6 для нахождения приращений  $\Delta C_j^k$ ,  $\Delta u_j^k$ ,  $\Delta \varepsilon_z^k$ :

$$\Delta C_1^k = \Delta C_2^k + \frac{\Delta C_3^k}{(J_0 \Delta r_g)^2},$$

$$\Delta C_2^k + \frac{\Delta C_3^k}{(J_0 \Delta r_g)^2} = \frac{\Delta u_{J_0}^k}{J_0 \Delta r_g},$$

$$\begin{aligned} & \sigma_r^{k-1} + \left( \frac{4}{3}G_g + K_g \right) \Delta C_1^k + \left( 3K_g - \frac{2}{3}G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,r}^k \\ & = \sigma_r^{k-1} + \left( \frac{2}{3}G_g + 2K_g \right) \Delta C_2^k - \frac{2G_g \Delta C_3^k}{(J_0 \Delta r_g)^2} + \left( K_g - \frac{2}{3}G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k \\ & \quad - \Delta \sigma_{cor,r}^k \end{aligned}$$

$$\sigma_r^{k-1} + \left( \frac{2}{3}G_g + 2K_g \right) \Delta C_2^k - \frac{2G_g \Delta C_3^k}{(J_0 \Delta r_g)^2} + \left( K_g - \frac{2}{3}G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,r}^k = \sigma_{rJ_0}^{k-1} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left( \frac{4}{3} G_m + 3K_m \right) \frac{\Delta u_{j_0+1}^k - \Delta u_{j_0}^k}{\Delta r_m} + \left( 3K_m - \frac{2}{3} G_m \right) \left( \frac{\Delta u_{j_0}^k}{R_0} + \Delta \varepsilon_z^k \right) - 3K_m \Delta \tilde{\alpha}_m^k - 2G_m \Delta \varepsilon_{r_{j_0}}^{pk-1}, \\
& \sigma_{r_{j_1}}^{k-1} + \left( \frac{4}{3} G_m + 3K_m \right) \frac{\Delta u_{j_1}^k - \Delta u_{j_1-1}^k}{\Delta r_m} + \left( 3K_m - \frac{2}{3} G_m \right) \left( \frac{\Delta u_{j_1}^k}{R_1} + \Delta \varepsilon_z^k \right) - \\
& \quad - 3K_m \Delta \tilde{\alpha}_m^k - 2G_m \Delta \varepsilon_{r_{j_1}}^{pk-1} = 0 \\
& \frac{R_0^2}{2} \left( \sigma_z^{k-1} + 2 \left( K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta C_1^k + \left( K_g + \frac{4}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,z}^k \right) + \\
& + \frac{R_1^2 - R_0^2}{2} \left( \sigma_z^{k-1} + 2 \left( K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta C_2^k + \left( K_g + \frac{4}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,z}^k \right) = \\
& \quad = \frac{R_2 - R_1}{J_2 - J_1} \frac{1}{2} \sum_{j=J_1+1}^{J_2} (\sigma_{z_{j-1}}^k r_{j-1} + \sigma_{z_j}^k r_j),
\end{aligned}$$

здесь

$$\begin{aligned}
& \sigma_{z_j}^k = \sigma_{z_j}^{k-1} + \left( \frac{4}{3} G_m + 3K_m \right) \Delta \varepsilon_z^k + \left( 3K_m - \frac{2}{3} G_m \right) \left( \frac{\Delta u_j^k - \Delta u_{j-1}^k}{\Delta r_m} + \frac{\Delta u_j^k}{r_j} \right) - 3K_m \Delta \tilde{\alpha}_m^k - \\
& - 2G_m \Delta \varepsilon_{z_j}^{pk-1} = 0.
\end{aligned}$$

*Шаг 6.* Определение приращений напряжений и напряжений.

При  $0 \leq r \leq R_0$

$$\Delta \sigma_r^k = \Delta \sigma_\varphi^k = \left( \frac{2}{3} G_g + 6K_g \right) \Delta C^k + \left( 3K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k,$$

$$\Delta \sigma_z^k = 2 \left( 3K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta C^k + \left( 3K_g + \frac{2}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k,$$

$$\Delta \tilde{\alpha}_g^k = \alpha_g^k \cdot \Delta T, \alpha_g^k = const.$$

При  $R_0 \leq r \leq R_1$

$$\Delta \sigma_r^k = \Delta \sigma_\varphi^k = \left( \frac{2}{3} G_g + 6K_g \right) \Delta C^k + \left( 3K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,r,\varphi}^k,$$

$$\Delta \sigma_z^k = 2 \left( 3K_g - \frac{2}{3} G_g \right) \Delta C^k + \left( 3K_g + \frac{2}{3} G_g \right) \Delta \varepsilon_z^k - 3K_g \Delta \tilde{\alpha}_g^k - \Delta \sigma_{cor,z}^k,$$

$$\Delta\sigma_{cor,s}^k = \sum_{k1=1}^{k-1} \left( 1 - e^{\left( -\left( \frac{(\xi^k - \xi^{k1})K_{r\sigma}}{\eta_r} \right)^{b\sigma} \right)} \right) \Delta S_s^{k1} - \sum_{k1=1}^{k-2} \left( 1 - e^{\left( -\left( \frac{(\xi^{k-1} - \xi^{k1})K_{r\sigma}}{\eta_r} \right)^{b\sigma} \right)} \right) \Delta S_s^{k1},$$

$$s = r, \varphi, z, \Delta\tilde{\alpha}_g^k = \alpha_g^k \cdot \Delta T, \alpha_g^k = \alpha_g(T^k).$$

При  $R_1 \leq r \leq R_2$

$$\Delta\sigma_{rj}^k = \left( \frac{4}{3}G_m + 3K_m \right) \frac{\Delta u_{j+1}^k - \Delta u_{j-1}^k}{2\Delta r_m} + \left( 3K_m - \frac{2}{3}G_m \right) \left( \frac{\Delta u_j^k}{r_j} + \Delta\varepsilon_z^k \right) - 3K_m \Delta\tilde{\alpha}_m^k - 2G_m \Delta\varepsilon_{rj}^{pk},$$

$$\Delta\sigma_{\varphi j}^k = \left( \frac{4}{3}G_m + 3K_m \right) \frac{\Delta u_j^k}{r_j} + \left( 3K_m - \frac{2}{3}G_m \right) \left( \frac{\Delta u_{j+1}^k - \Delta u_{j-1}^k}{2\Delta r_m} + \Delta\varepsilon_z^k \right) - 3K_m \Delta\tilde{\alpha}_m^k - 2G_m \Delta\varepsilon_{rj}^{pk},$$

$$\Delta\sigma_{zj}^k = \left( \frac{4}{3}G_m + 3K_m \right) \Delta\varepsilon_z^k + \left( 3K_m - \frac{2}{3}G_m \right) \left( \frac{\Delta u_{j+1}^k - \Delta u_{j-1}^k}{2\Delta r_m} + \frac{\Delta u_j^k}{r_j} \right) - 3K_m \Delta\tilde{\alpha}_m^k - 2G_m \Delta\varepsilon_{rj}^{pk},$$

$$\Delta\tilde{\alpha}_m^k = \alpha_m^k \cdot \Delta T, \alpha_m^k = \alpha_m(T^k).$$

При  $0 \leq r \leq R_2$  определим напряжения

$$\sigma_{rj}^k = \sigma_{rj}^{k-1} + \Delta\sigma_{rj}^k, \sigma_{\varphi j}^k = \sigma_{\varphi j}^{k-1} + \Delta\sigma_{\varphi j}^k, \sigma_{zj}^k = \sigma_{zj}^{k-1} + \Delta\sigma_{zj}^k$$

*Шаг 7.* Вычисляется приращение пластической деформации методом дополнительных деформаций, если напряжения на  $k$ -м шаге по времени удовлетворяют условиям (4.18); счетчик итераций  $l$

При  $0 \leq r \leq R_1$  на каждой итерации уточняются  $\Delta C_1^k, \Delta C_2^k, \Delta C_3^k, \Delta\varepsilon_z^k$  и определяются  $\Delta\sigma_r^k, \Delta\sigma_\varphi^k$  и  $\Delta\sigma_z^k$

При  $R_1 \leq r \leq R_2$

При  $l = 0, k = 0$

$$\Delta\varepsilon_{rj}^0 = \frac{\frac{2}{3}\Delta\sigma_{rj}^k - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^0 + \Delta\sigma_{zj}^0)}{2G_m},$$

$$\Delta\varepsilon_{\varphi j}^0 = \frac{\frac{2}{3}\Delta\sigma_{\varphi j}^k - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{rj}^0 + \Delta\sigma_{zj}^0)}{2G_m},$$

$$\Delta\varepsilon_{zj}^0 = \frac{\frac{2}{3}\Delta\sigma_{zj}^k - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^0 + \Delta\sigma_{rj}^0)}{2G_m},$$

интенсивность приращений пластических деформаций  $\Delta\varepsilon_i^P$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p0} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{rj}^0 - \Delta\varepsilon_{\varphi j}^0)^2 + (\Delta\varepsilon_{\varphi j}^0 - \Delta\varepsilon_{zj}^0)^2 + (\Delta\varepsilon_{rj}^0 - \Delta\varepsilon_{zj}^0)^2},$$

Переопределение приращения пластических деформаций как

$$\Delta\varepsilon_{rj}^{p0} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{rj}^0 - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^0 + \Delta\sigma_{zj}^0) \right),$$

$$\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{\varphi j}^0 - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{rj}^0 + \Delta\sigma_{zj}^0) \right),$$

$$\Delta\varepsilon_{zj}^{p0} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{zj}^0 - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^0 + \Delta\sigma_{rj}^0) \right).$$

Переопределение интенсивность приращений пластических деформаций

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p0} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{rj}^{p0} - \Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0})^2 + (\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p0})^2 + (\Delta\varepsilon_{rj}^{p0} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p0})^2}$$

При  $l = 1$

Найденные приращения пластических деформации  $\Delta\varepsilon_{rj}^{p0}$ ,  $\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0}$ ,  $\Delta\varepsilon_{zj}^{p0}$  подставляются в уравнения Шагов 4 и 5 и находятся приращения перемещений. Затем по формулам шага №6 переопределяются напряжения. Далее осуществляется итерационный процесс вычисления приращений деформаций

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p0} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{rj}^{p0} - \Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0})^2 + (\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p0} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p0})^2 + (\Delta\varepsilon_{rj}^{p0} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p0})^2},$$

$$\Delta\varepsilon_{rj}^{p1} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{rj}^{k1} - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^1 + \Delta\sigma_{zj}^1) \right),$$

$$\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p1} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{\varphi j}^1 - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{rj}^1 + \Delta\sigma_{zj}^1) \right),$$

$$\Delta\varepsilon_{zj}^{p1} = \frac{3\Delta\varepsilon_{ij}^{p0}}{2\sigma_T} \left( \frac{2}{3}\Delta\sigma_{zj}^1 - \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{\varphi j}^1 + \Delta\sigma_{rj}^1) \right),$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p1} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{rj}^{p1} - \Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p1})^2 + (\Delta\varepsilon_{\varphi j}^{p1} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p1})^2 + (\Delta\varepsilon_{rj}^{p1} - \Delta\varepsilon_{zj}^{p1})^2}.$$

При  $l \geq 2$

Итерационный процесс прекращает при выполнении условия происходит переход на следующий –  $(k + 1)$  –й временной слой

$$\frac{|u_j^l - u_j^{l-1}|}{|u_j^l|} \leq \varepsilon,$$

здесь  $\varepsilon$  – заданная точность.

#### *п. 4.3. Моделирование технологических и остаточных напряжений для разных стекло-металлических соединений*

В данной главе были построены модели для геометрий из Таблицы 4.2 и Таблицы 4.3 со скоростями из Таблицы 4.4, а также было проведено исследование влияния времени отжига и температуры отжига на остаточные напряжения. При моделировании исследовании различных режимов получения и отжига использовались данные для боросиликатного стекла [80] (Таблица 4.1).

Таблица 4.1. Механические характеристики материалов

Величина	Стекло С52-1
$G_g$ , (МПа)	$0.24 \times 10^5$
$K_g$ , (МПа)	$0.4 \times 10^5$
$G_m$ , (МПа)	$0.81 \times 10^5$
$K_m$ , (МПа)	$1.75 \times 10^5$

Температурные режимы моделировались с помощью параметров:  $q$  — скорость охлаждения и нагрева (задавались постоянными для каждого этапа (Таблица 4.4 и Таблица 4.5)),  $t_2$  — времени выдержки при  $T_{om}$  (Таблица 4.5).

Таблица 4.2 Геометрические характеристики

№	R(0)	R(1)	R(2)
1	0	4	5
2	0	30	33
3	0	0,08	0,13

Таблица 4.3 Геометрические характеристики и скорость нагрева для геометрии выделенной во 2 главе

R(0)	R(1)	R(2)	R(3)
0	60.7	100	200

Таблица 4.4 Скорость нагрева

№	$q$ , (К/мин)
1	3
2	10
3	15
4	30

Таблица 4.5 Параметры отжига

№ режима	1	2	3	4	5	6
$q_1$ , °C/c	3	10	15	3	10	15
$t_2$ , с	50	50	50	120	120	120

### 4.3.1 Термонапряженное состояние с учетом по разному входящих в стеклования слоев в стекле

В соответствии с расчетом выполненном в Главе 2 п. 2.3 (Рисунок 2.6 №4), проводился расчет для цикла охлаждение-нагрев-охлаждение,  $T_{max} = 600\text{ }^{\circ}\text{C}$ , со скоростью №4 из Таблицы 4.4 и геометрии из Таблицы 4.3 (максимальная скорость и наибольший размер), с выделением в стеклянном слое зон:

- не входящих в интервал стеклования, с температурой одинаково распределенной по объему;
- проходящих интервал стеклования, с неоднородным температурным полем.

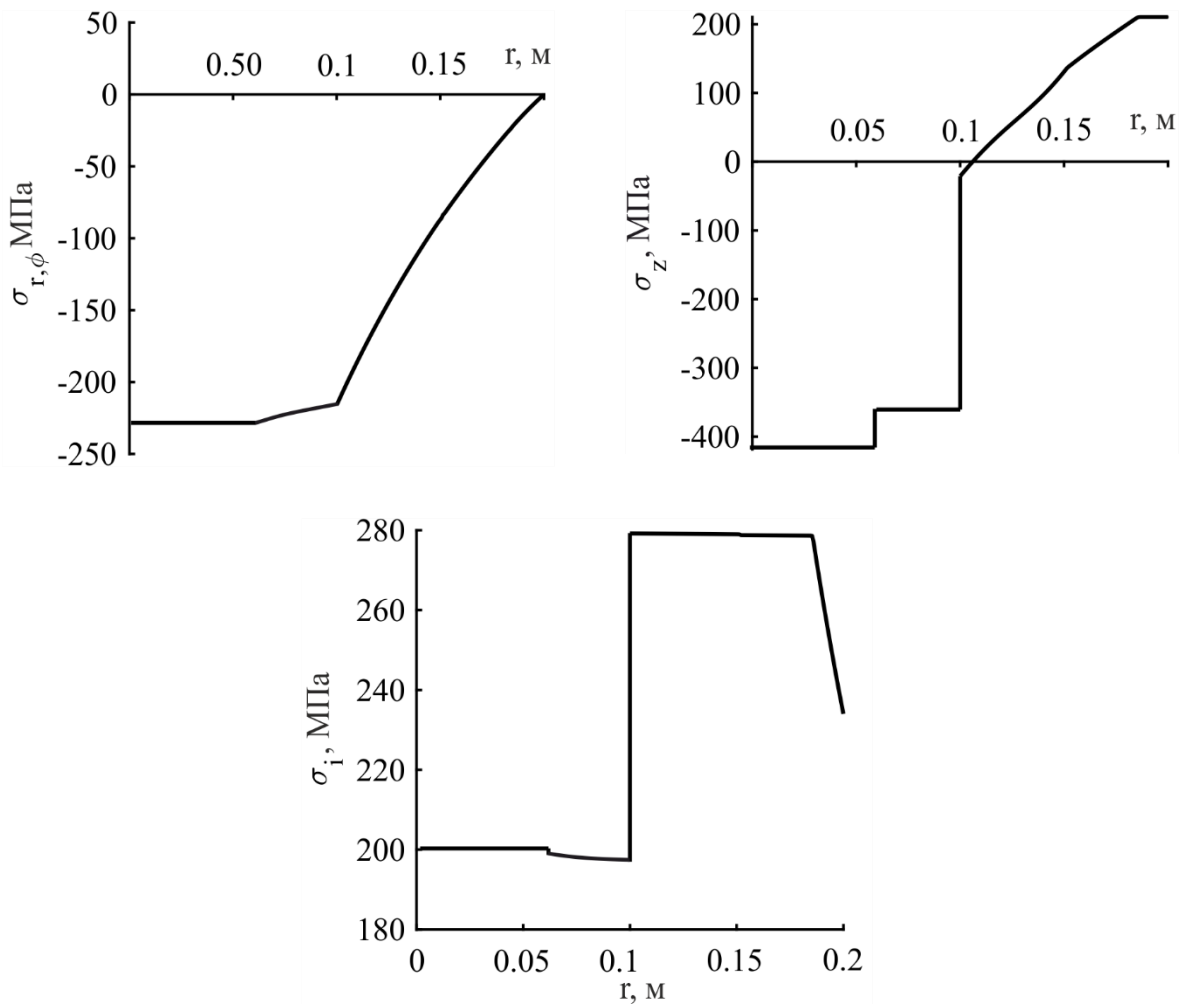


Рисунок 4.2 Изменение напряжений по радиусу в конце 3-го этапа (охлаждения)



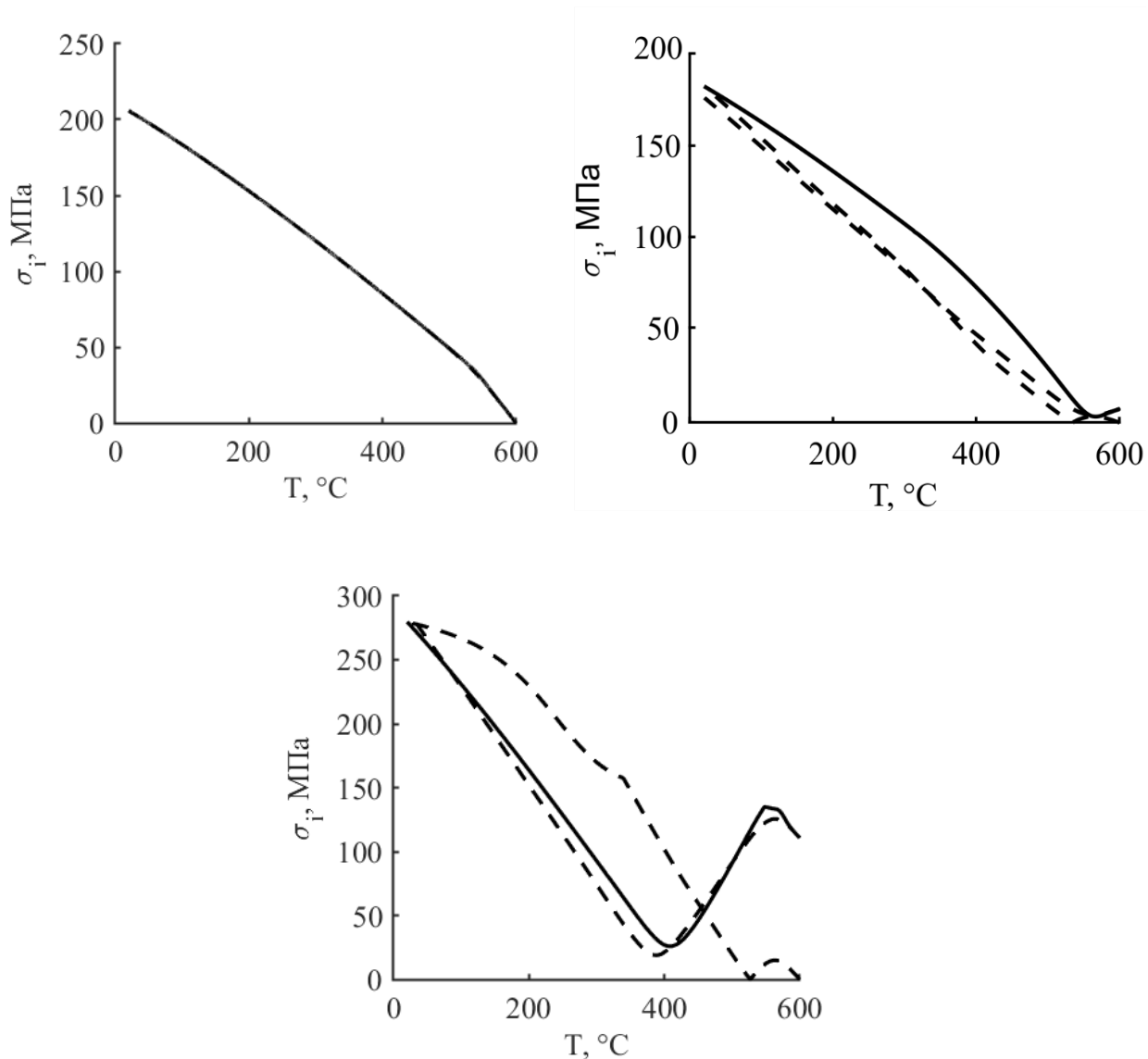


Рисунок 4.3 Изменение интенсивности напряжений в среднем по радиусу от температуры в разных слоях (слева–направо и сверху–вниз): упругий стеклянный слой, стеклующийся слой, упругопластический (металлический)

Сплошной линией на Рисунке 4.3 выделены значения интенсивности при нагреве, пунктирными линиями при охлаждении на 1 и 3 этапе, для стеклянного слоя при термоупругом деформировании все три графика сливаются.

### 4.3.2 Технологические и остаточные напряжения в конструктивном элементе стеклометаллокомпозита при получении и отжиге без выдержки

Были проведены расчеты для стеклометаллокомпозитного стержня с разными скоростями изменения температуры в двух вариантах: теоретические значения механических параметров релаксации (Рисунок 4.4–4.5) (Таблица 4.1) и полученные экспериментально в Главе 3 (Рисунок 4.6).

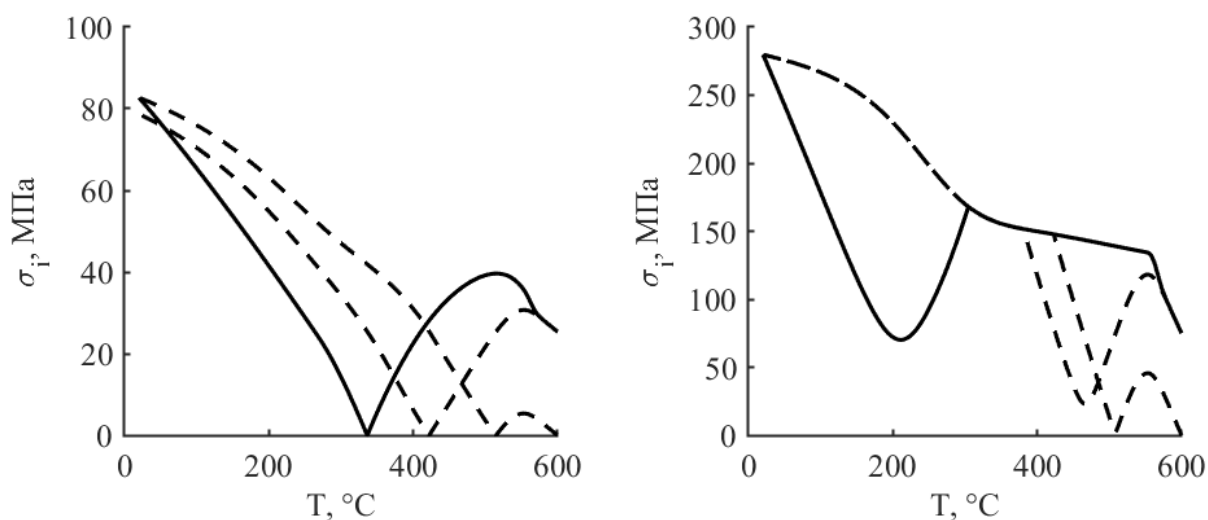


Рисунок 4.4 Зависимость интенсивности напряжений от температуры для геометрии №1 из Таблицы 4.2 и скоростью №1 из Таблицы 4.4

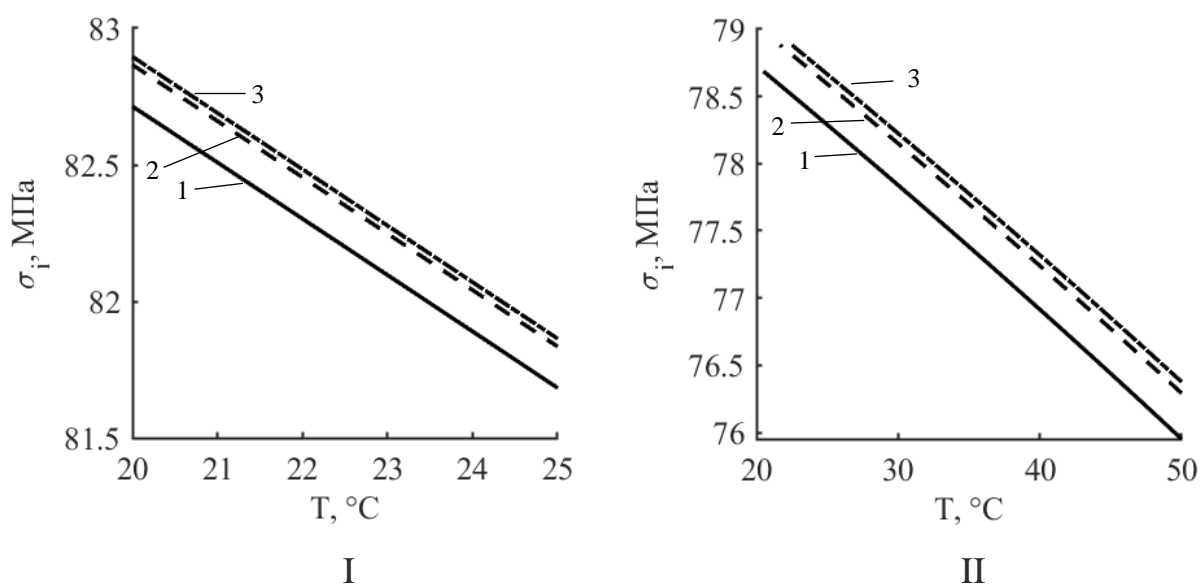
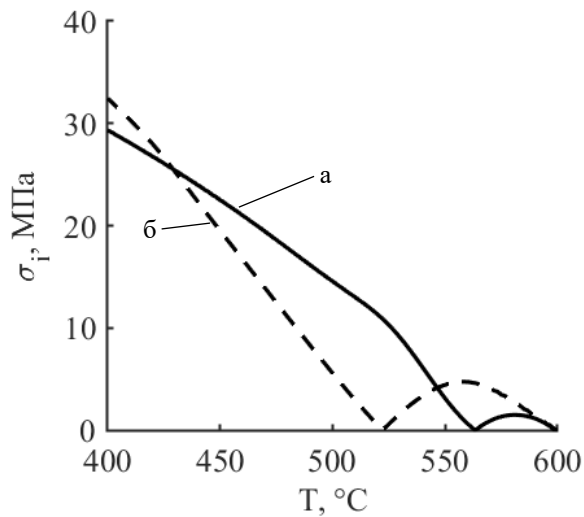
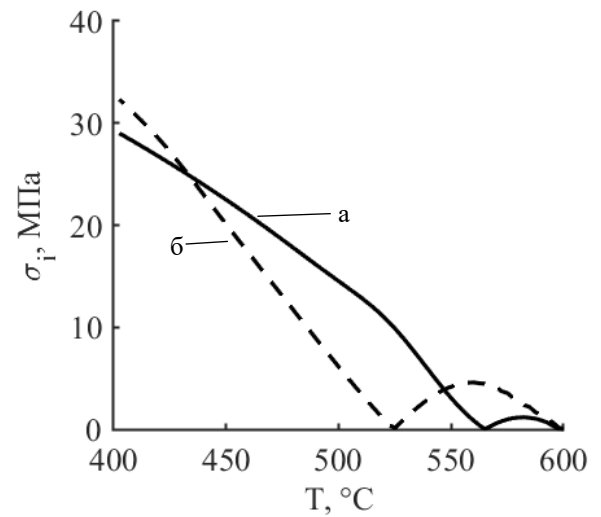


Рисунок 4.5 Зависимость интенсивности напряжений от температуры, в конце первого этапа охлаждения (I) и последнего этапа охлаждения (II), для геометрии №1 из Таблицы 4.2 и скоростью №1–№3 из Таблицы 4.4



2



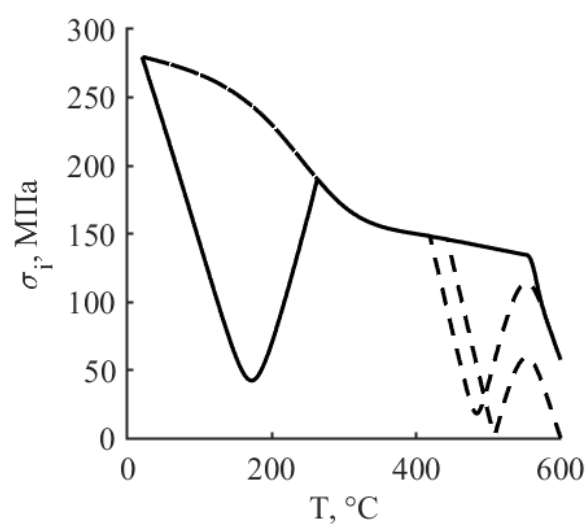
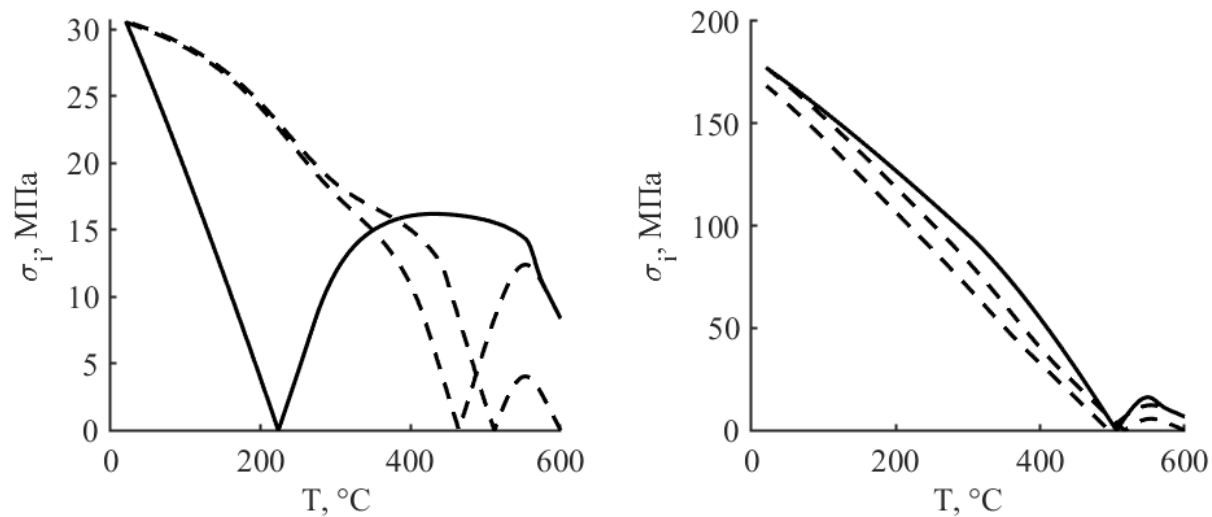
3

Рисунок 4.6 Сравнение интенсивности напряжений в стеклющемся слое от температуры, в интервале стеклования, для геометрии №1 из Таблицы 4.2 и скоростью №2–№3 из Таблицы 4.4, с использованием приведенного времени: а – табличные значения, б – экспериментально полученные (Глава 3 п. 3.3).

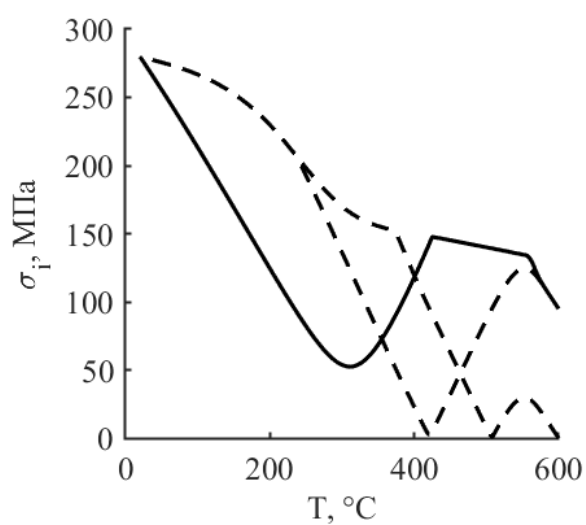
На Рисунке 4.6 заметна разница при расчете технологических напряжений по теоретическим и экспериментальным параметрам, в сторону занижения напряжений при теоретических значениях.

#### *4.3.3 Разные геометрии и режимы без выдержки при повторном нагреве и охлаждении*

Проводились расчеты для разных геометрий и скоростей нагрева с выделением характерных кривых термонапряженного состояния, все характерные размеры выделены в Таблицу 4.2 и 4.3, расчеты проводились для теоретических значений механических параметров релаксации с целью выделения качественно разных кривых.

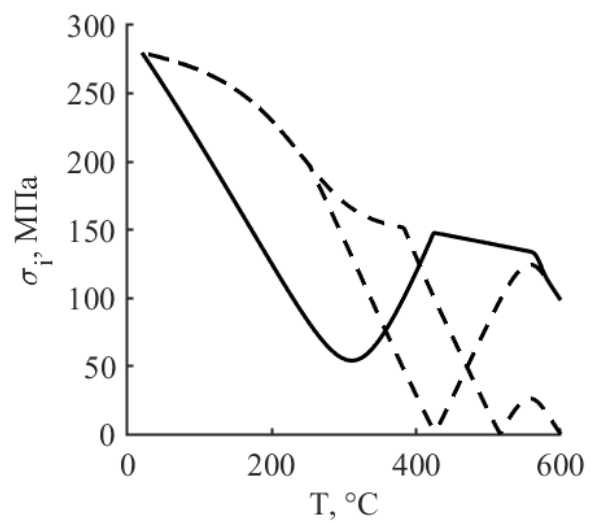
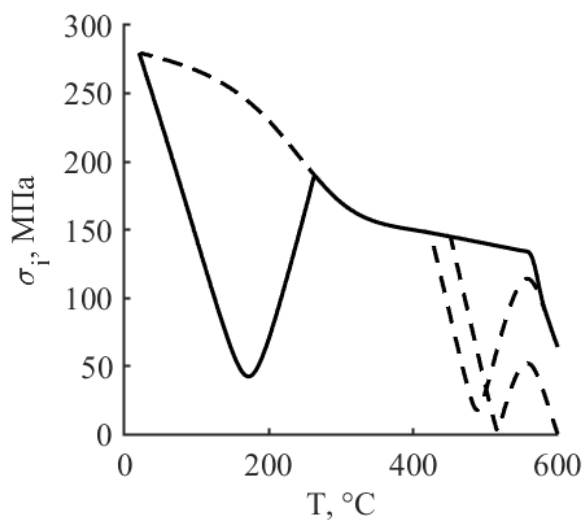
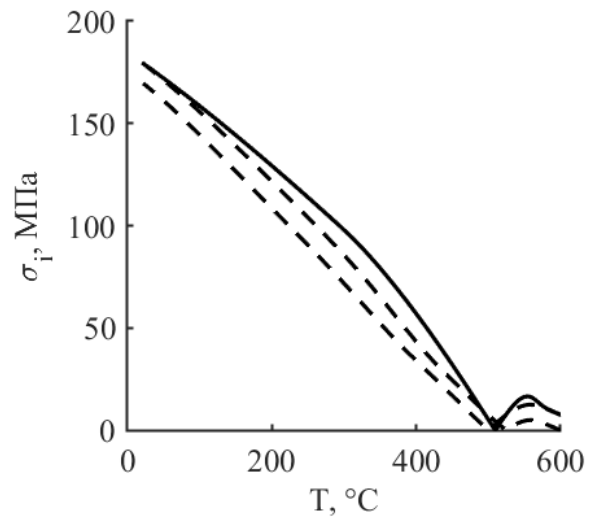
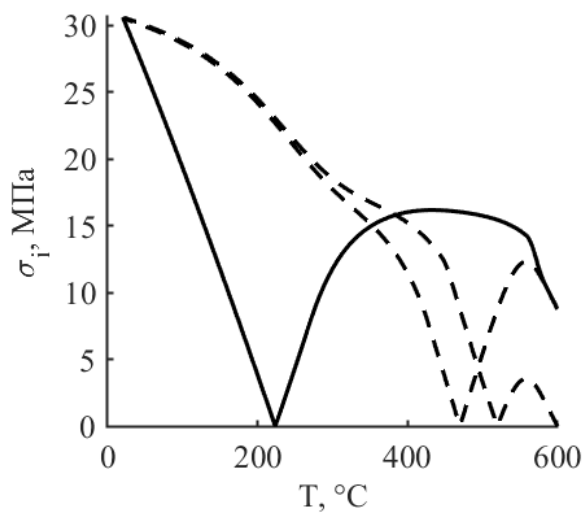


2



3

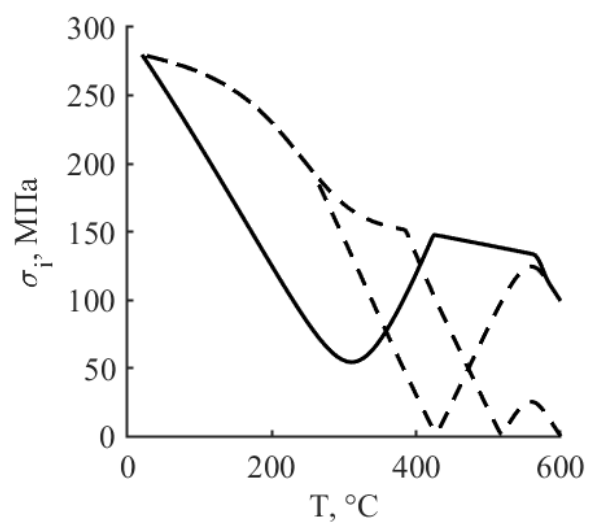
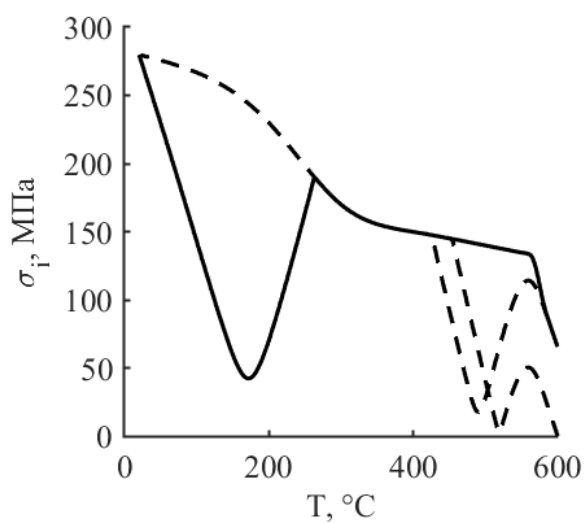
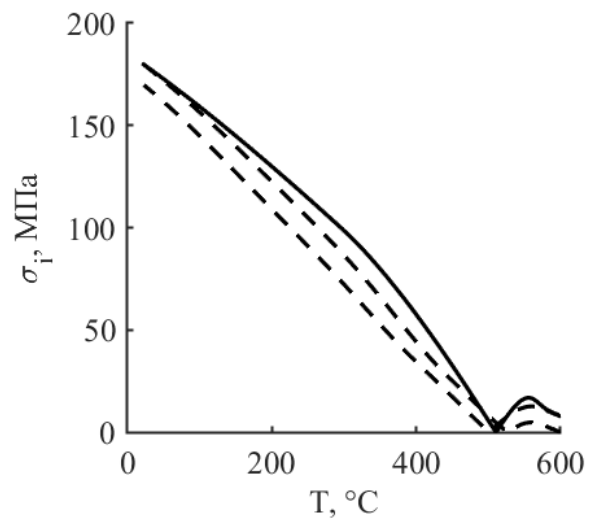
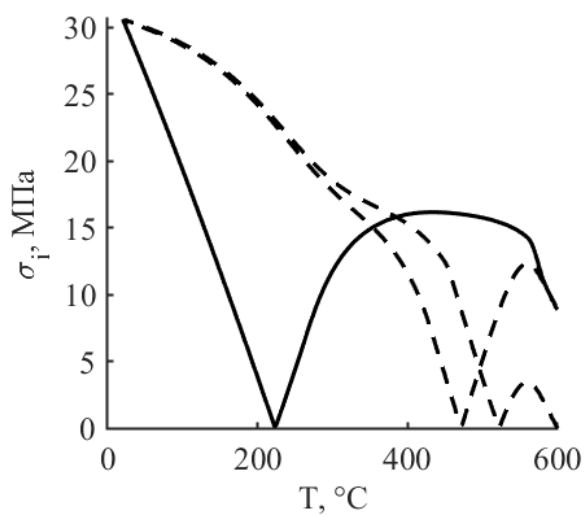
Рисунок 4.7 Зависимость интенсивности напряжений от температуры для геометрии №2–№3 (слева–направо) из Таблицы 4.2 и скоростью №1 из Таблицы 4.4: сверху в стеклющемся слое, внизу в металлическом



2

3

Рисунок 4.8 Зависимость интенсивности напряжений от температуры для геометрии №2–№3 из Таблицы 4.2 и скоростью №2 из Таблицы 4.4: сверху в стеклующемся слое, внизу в металлическом



2

3

Рисунок 4.9 Зависимость интенсивности напряжений от температуры для геометрии №2–№3 из Таблицы 4.2 и скоростью №3 из Таблицы 4.4: сверху в стеклющемся слое, внизу в металлическом

Из графиков Рисунков 4.7–4.8 заметно, что качественное изменение графиков связано с изменением размера и отношения диаметра стекла к толщине металлического слоя, изменение скорости нагрева и охлаждения сказывается на изменении предельных значений.

#### *п. 4.4. Выводы по Главе 4*

Разработан метод начального упругого аналитического приближения (НУАП) для соосных цилиндрических систем при условии осевой симметрии и обобщенного плоского напряженного состояния, позволяющий рассчитывать механическую релаксацию в стеклющемся слое и упругопластическое деформирование металлического слоя в условиях циклического изменения температуры. Алгоритм метода НУАП легко адаптируется для случая послойных неоднородных структурных изменений в стеклющемся слое, а именно, когда отдельные слои либо не проходят интервал стеклования, либо проходят стеклования в разные временные интервалы.

Проведены расчеты для разных скоростей изменения температуры и разных размеров. Получено сопоставление расчетных значений термомеханических характеристик для теоретических значений стеклянной составляющей и экспериментально полученных терморелаксационных параметров стеклянной составляющей стекло-металлического соединения. Показано, что разница в значениях интенсивности технологических напряжений может составлять до 33 % от максимальных значений при использовании теоретических значений терморелаксационных параметров стеклянной составляющей в сторону, т. е. реальные напряжения оказываются выше.

## Глава 5. Исследование сходимости метода начального упругого аналитического приближения

### п.5.1 Оценка глобальной погрешности по правилу Рунге

Апостериорная оценка глобальной погрешности предлагаемого метода НУАП, алгоритм которого приведен в пункте в п.4.2 проводилась по правилу Рунге [88, 113].

По разным направлениям при фиксированных значениях по  $r_m^f$  в одной и той же точке сетки разностной схемы по формуле Рунге-Кутты вычислялись значения перемещений и интенсивности напряжений для разных шагов:  $\Delta t, \frac{\Delta t}{2}, \frac{\Delta t}{2^2}, \frac{\Delta t}{2^3}$  и  $\frac{\Delta t}{2^4}$  соответственно и проводился контроль погрешности и оценка шага. Ниже приведены используемые аналитические выводы для оценок шага и глобальной погрешности.

В предположении о нулевом начальном условии и погрешности округления для глобальной погрешности асимптотическое представление имеет вид

$$\varepsilon_n = C\Delta t^k + O(\Delta t^{k+1}),$$

здесь  $C\Delta t^k$  называется главным членом погрешности метода, при малых  $\Delta t$  можно пренебречь членом  $O(\Delta t^{k+1})$ , тогда

$$\varepsilon_n \cong C\Delta t^k.$$

Пусть для  $\Delta t$  в точке  $(r_m^f, t_n)$  получено  $\bar{u} = \bar{u}(r_m^f, t_n)$ , тогда погрешность решения

$$u - \bar{u} \approx C\Delta t^k,$$

здесь  $u(r_m^f, t_n)$  – точное решение. При шаге  $\frac{\Delta r}{2}$  в той же точке (фактически в  $t_{2n}$ ) получим  $\bar{\bar{u}} = \bar{\bar{u}}(r_m^f, t_n)$  и

$$u - \bar{\bar{u}} \approx C \left( \frac{\Delta t}{2} \right)^k,$$



тогда

$$\bar{\bar{u}} - \bar{u} \approx C\Delta t^k \left(1 - \frac{1}{2^k}\right),$$

следовательно

$$\Delta_1 = u - \bar{u} \approx \frac{\bar{\bar{u}} - \bar{u}}{\left(1 - \frac{1}{2^k}\right)}$$

и

$$\Delta_2 = u - \bar{\bar{u}} \approx \frac{\bar{\bar{u}} - \bar{u}}{(2^k - 1)}.$$

Пусть  $\varepsilon_r$  наперед заданная допустимая погрешность, тогда принимая, что  $\bar{\bar{u}}$  точнее  $\bar{u}$ , если  $|\Delta_2| \leq \varepsilon_t$ , то заданная точность приближенного решения достигается, в противном случае — нет, тогда необходимо определить величину шага, чтобы достигнуть заданной точности. В то же время если точность достигается, то можно ли увеличить величину шага, чтобы уменьшить объем вычислительной работы и одновременно сохранить заданную точность, положим, что  $|C|\Delta t_\varepsilon^k = \varepsilon_t$ , отсюда

$$\Delta t_\varepsilon = \sqrt[k]{\frac{\varepsilon_t}{|C|}},$$

учитывая выражения для  $C$  полученные выше, получим

$$\Delta t_\varepsilon \cong \frac{\Delta t^k}{2} \sqrt[k]{\frac{\varepsilon_t(2^k - 1)}{|\bar{\bar{u}} - \bar{u}|}}.$$

Следовательно, если  $|\Delta_2| > \varepsilon_t$ , то новое значение шага уменьшается:

$$\Delta t_\varepsilon < \frac{\Delta t}{2}$$

если  $|\Delta_2| < \varepsilon_t$ , то новое значение шага увеличивается:

$$\Delta t_{\varepsilon} < \frac{\Delta t}{2}.$$

Аналогичная описанной, процедура оценки шага проводилась и для интенсивности тензора напряжений при численно-аналитическом расчете задачи (п. 4.2).

В Таблицах 5.1 а) и б) и на Рисунке 5.1 приведены результаты подбора оптимальных шагов в алгоритме п.4.2 по разным величинам. Аналогичная процедура

Таблица 5.1 Определение оптимального  $\Delta t$  при заданном  $\varepsilon_t$  для: а) перемещения; б) интенсивность напряжений

а)

$\varepsilon_t$	$\Delta t(k=1)$	$\Delta t_{\varepsilon}$	$ C $	$\Delta_1$	$\Delta_2$
$10^{-9}$	0,4-0,2	0,539	$1,856 \cdot 10^{-9}$	$2,969 \cdot 10^{-10}$	$7,423 \cdot 10^{-11}$
	0,2-0,1	0,27	$3,71 \cdot 10^{-9}$	$1,484 \cdot 10^{-10}$	$3,71 \cdot 10^{-11}$
	0,1-0,05	0,156	$6,405 \cdot 10^{-9}$	$6,405 \cdot 10^{-11}$	$1,601 \cdot 10^{-11}$
$10^{-10}$	0,4-0,2	0,0539	$1,856 \cdot 10^{-9}$	$2,969 \cdot 10^{-10}$	$7,423 \cdot 10^{-11}$
	0,2-0,1	0,027	$3,71 \cdot 10^{-9}$	$1,484 \cdot 10^{-10}$	$3,71 \cdot 10^{-11}$
	0,1-0,05	0,0156	$6,405 \cdot 10^{-9}$	$6,405 \cdot 10^{-11}$	$1,601 \cdot 10^{-11}$

б)

$\varepsilon_t$	$\Delta t(k=1)$	$\Delta t_{\varepsilon}$	$ C $	$\Delta_1$	$\Delta_2$
$10^{-2}$	0,4-0,2	0,292	$3,43 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$
	0,2-0,1	0,146	$6,86 \cdot 10^{-2}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$6,856 \cdot 10^{-4}$
	0,1-0,05	0,142	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$

$10^{-3}$	0,4-0,2	0,0292	$3,43 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$
	0,2-0,1	0,0146	$6,86 \cdot 10^{-2}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$6,856 \cdot 10^{-4}$
	0,1-0,05	0,0142	$7,04 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$

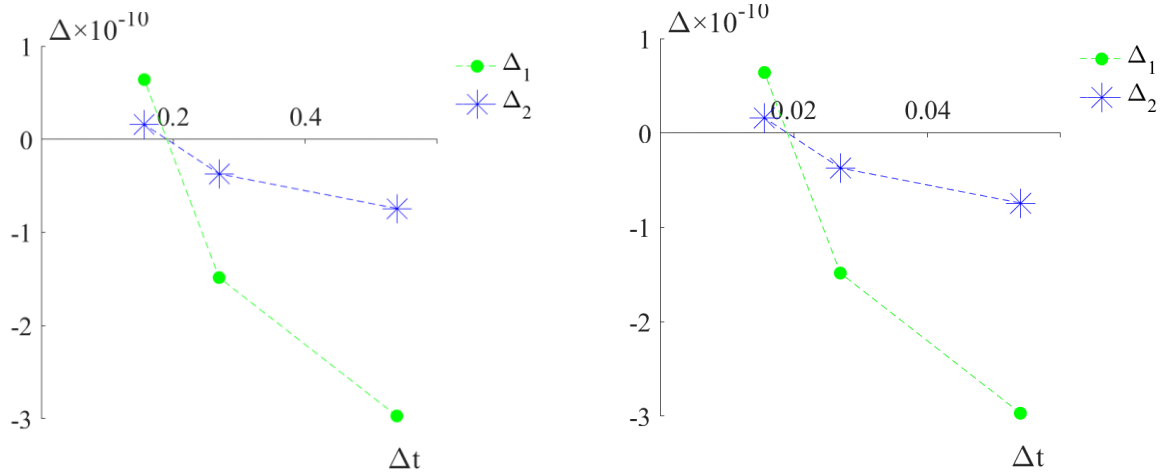


Рисунок 5.1 Влияние шага сетки на глобальную погрешность для перемещений (Таблица 5.1 а):  $\varepsilon_t = 10^{-9}$  (слева) и  $10^{-10}$  (справа)

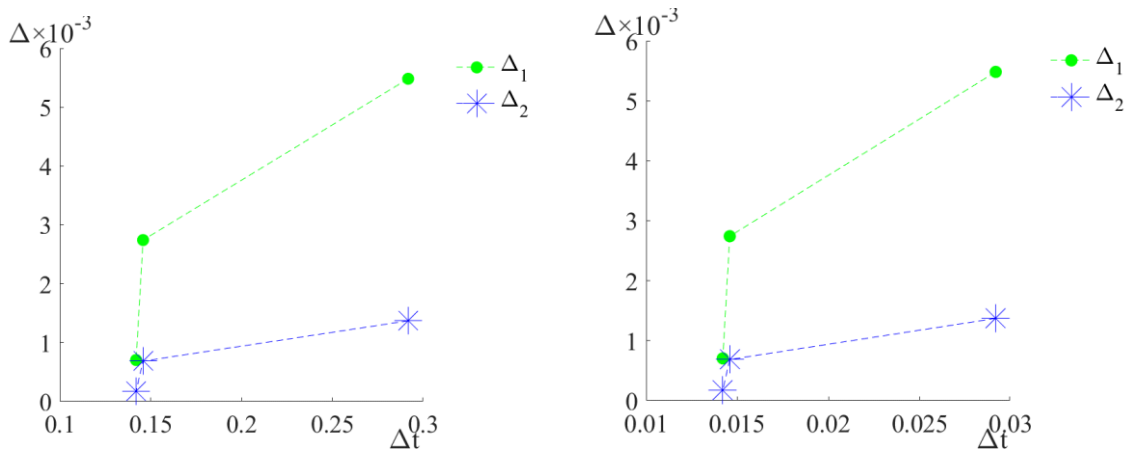


Рисунок 5.2 Влияние шага сетки на глобальную погрешность для интенсивности напряжений (Таблица 5.1 б):  $\varepsilon_t = 10^{-2}$  (слева) и  $10^{-3}$  (справа)

Стандартные приемы апостериорной оценки погрешности по правилу Рунге позволили заметить уменьшение абсолютной погрешности при измельчении шага. Дополнительно проводилось исследование сходимости решений получаемых по методу НУАП с аналитическим решением для вязкоупругой задачи с простым экспоненциальным ядром и численным решением полученным по неявному методу Эйлера с применением квадратурной формулы Симпсона при аппроксимации интегральных частей в системах интегро-дифференциально-алгебраических уравнений. Результаты приведены в следующих пунктах главы.

*п.5.2. Исследование сходимости решения полученного по методу начального упругого аналитического приближения с аналитическим решением для вязкоупругой задачи с простым ядром Максвелла*

Настоящий пункт посвящен оценке сходимости предложенного численного метода в Главе 4 п. 4.2 с аналитическим решением для вязкоупругой задачи с простым ядром Максвелла. Аналитическое решение получено для длинного двухслойного составного цилиндра при осесимметричном квазистационарном нагреве: индекс «1» в коэффициентах соответствует внутреннему стеклянному стержню ( $0 \leq r \leq R_1$ ) деформирующемуся вязкоупруго в рамках модельных представлений Максвелла; индекс «2» - внешнему упругому слою ( $R_1 \leq r \leq R_2$ ). Компоненты тензоров перемещений и деформаций в цилиндрической системе координат для каждого слоя можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 u_r &= u(r,t), \quad u_\varphi = 0, \quad u_z = w(z,t), \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w(z,t)}{\partial z} = \varepsilon_z(t), \quad \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\varphi z} = 0, \\
 \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u(r,t)}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u(r,t)}{r}.
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

При записи граничных условий в общей постановке полагалось, что внешняя поверхность свободна от какого-либо воздействия, кроме температурного. На границе сопряжения разных слоев (как один из предельных случаев) могут быть поставлены условия идеального контакта. В начальный момент времени, напряжения, перемещения и деформации отсутствуют.

Уравнения состояния для первого и второго слоя с учетом (5.1) и модельных представлений о деформации материалов описанных в п. 4.2 принимают вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \left(\frac{4}{3}G_1 + K_1\right)\frac{\partial u}{\partial r} + \left(K_1 - \frac{2}{3}G_1\right)\left(\frac{u}{r} + \varepsilon_z\right) - \\
 &- 2G_1 \int_0^t R(t-\tau) \left(\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{3}\left(\frac{u}{r} + \varepsilon_z\right)\right) d\tau - 3K_1\varepsilon_1^T, \\
 \sigma_\varphi &= \left(K_1 - \frac{2}{3}G_1\right)\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \varepsilon_z\right) + \left(\frac{4}{3}G_1 + K_1\right)\frac{u}{r} - \\
 &- 2G_1 \int_0^t R(t-\tau) \left(\frac{2}{3}\frac{u}{r} - \frac{1}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \varepsilon_z\right)\right) d\tau - 3K_1\varepsilon_1^T, \\
 \sigma_z &= \left(K_1 - \frac{2}{3}G_1\right)\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) + \left(\frac{4}{3}G_1 + K_1\right)\varepsilon_z - \\
 &- 2G_1 \int_0^t R(t-\tau) \left(\frac{2}{3}\varepsilon_z - \frac{1}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right)\right) d\tau - 3K_1\varepsilon_1^T, \\
 \sigma_r &= \left(\frac{4}{3}G_2 + K_2\right)\frac{\partial u}{\partial r} + \left(K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)\left(\frac{u}{r} + \varepsilon_z\right) - 3K_2\varepsilon_2^T, \\
 \sigma_\varphi &= \left(K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \varepsilon_z\right) + \left(\frac{4}{3}G_2 + K_2\right)\frac{u}{r} - 3K_2\varepsilon_2^T, \\
 \sigma_z &= \left(K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\right) + \left(\frac{4}{3}G_2 + K_2\right)\varepsilon_z - 3K_2\varepsilon_2^T.
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

$R(t-\tau)$ — релаксационное ядро, характеризующее снижение к моменту времени  $t$  сдвиговых напряжений, вызванных деформацией в момент времени  $\tau$ ,  $G_k$ —модуль сдвига,  $K_k$ — модуль объемного расширения,  $\varepsilon_k^T =$

$\int_{T_0}^T \alpha_k(T) dT$  – интегральная характеристика линейного температурного расширения соответствующего слоя (температурная деформация).

С учетом соотношений (5.2) уравнения равновесия Ламе для соответствующих областей (слоев по "r") принимают вид:

$$\left(\frac{4}{3}G_1 + K_1\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\right) - \frac{2}{3}G_1 \int_0^t R(t-\tau)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\right) dt' = 0, \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0. \quad (5.4)$$

Если предположить, что ядро релаксации не зависит от радиуса, решение уравнений (5.3) и (5.4), имеет вид:

$$u(r, t) = \begin{cases} C_{11}(t)r, & 0 \leq r \leq R_1, \\ C_{21}(t)r + \frac{C_{22}(t)}{r}, & R_1 \leq r \leq R_2. \end{cases} \quad (5.5)$$

Подставляя полученные решения (5.5) в (5.2) и удовлетворяя граничным условиям (4.21), при  $C'_{11}(t) = C_{11}(t) - \varepsilon_z(t)$  получим систему интегро-алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} C'_{11}(t) + \varepsilon_z(t) &= C_{21}(t) + \frac{1}{R_1^2} C_{22}(t), \\ \left(2K_2 + \frac{2}{3}G_2\right)C_{21}(t) - \frac{2G_2}{R_2^2}C_{22}(t) + \left(K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)\varepsilon_z(t) - 3K_2\varepsilon_2^T &= 0 \\ \left(2K_1 + \frac{2}{3}G_1\right)C'_{11}(t) + 3K_1\varepsilon_z(t) - \frac{2}{3}G_1 \int_0^t R(t-\tau)C'_{11}(\tau)d\tau - 3K_1\varepsilon_1^T &= \\ = \left(2K_2 + \frac{2}{3}G_2\right)C_{21}(t) - \frac{2G_2}{R_1^2}C_{22}(t) + \left(K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)\varepsilon_z(t) - 3K_2\varepsilon_2^T, \\ 2\left(K_1 - \frac{2G_1}{3}\right)C'_{11}(t) + 3K_1\varepsilon_z(t) + \frac{2}{3}G_1 \int_0^t R(t-\tau)C'_{11}(\tau)d\tau - 3K_1\varepsilon_1^T + \\ + \left(\frac{R_2^2}{R_1^2} - 1\right)\left(\left(2K_2 - \frac{4}{3}G_2\right)C_{21}(t) + \left(K_2 + \frac{4}{3}G_2\right)\varepsilon_z(t) - 3K_2\varepsilon_2^T\right) &= 0. \end{aligned}$$

Уравнения системы образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно  $C_{21}(t)$ ,  $C_{22}(t)$  и  $\varepsilon_z(t)$  разрешая первые три уравнения системы получим:

$$\varepsilon_z(t) = A_{\varepsilon_z} C'_{11}(t) + B_{\varepsilon_z}, \quad C_{21}(t) = A_{C_{21}} C'_{11}(t) + B_{C_{21}},$$

$$C_{22}(t) = A_{C_{22}} C'_{11}(t) + B_{C_{22}},$$

здесь

$$A_{\varepsilon_z} = \frac{2R_1^2}{d} (3G_2(G_1 - 3G_2 - 18K_1 + 18K_2)R_1^2 - (G_2(G_1 - 18K_1 + 54K_2) - 9G_2 - 9K_2(G_1 - 18K_1))R_2^2),$$

$$B_{\varepsilon_z} = \frac{9}{d} (6G_2(K_1\varepsilon_1^T - K_2\varepsilon_2^T)R_1^4 - 9R_2^2((2K_1\varepsilon_1^T - 5K_2\varepsilon_2^T)G_2 - 18K_2K_1\varepsilon_1^T)R_1^2 + 9G_2K_2\varepsilon_2^T R_2^4),$$

$$A_{C_{21}} = \frac{R_1^2}{d} (3G_2(2G_1 - 2G_2 + 9K_1 - 18K_2)R_1^2 + (2G_2(G_1 - 18K_1 + 27K_2) + 6G_2^2 - 9K_2(G_1 - 18K_1))R_2^2),$$

$$B_{C_{21}} = \frac{9}{2d} (48G_2(K_1\varepsilon_1^T - K_2\varepsilon_2^T)R_1^4 + R_2^2((2K_1\varepsilon_1^T + 3K_2\varepsilon_2^T)G_2 - 18K_2K_1(2\varepsilon_1^T - 5\varepsilon_2^T))R_1^2 + 24G_2K_2\varepsilon_2^T R_2^4),$$

$$A_{C_{22}} = -\frac{R_1^2 R_2^2}{2d} ((-16G_2^2 + 2G_2(4G_1 - 27K_1 + 63K_2) - 27K_2(G_1 - 3K_1))2R_1^2 + (8G_2 - 63K_2)2R_2^2),$$

$$B_{C_{22}} = -\frac{R_1^2 R_2^2}{2d} ((4G_2(18K_1\varepsilon_1^T - 9K_2\varepsilon_2^T) - 81K_2K_1(6\varepsilon_1^T - 5\varepsilon_2^T))R_1^2 + 36G_2K_2\varepsilon_2^T R_2^2),$$

$$d = 3(4G_2 + 45K_1 - 54K_2)G_2R_1^4 - (4G_2^2 + (45K_1 - 99K_2)G_2 - 405K_1K_2)R_1^2R_2^2 - R_2^4(8G_2 - 63K_2)G_2.$$

Подставляя выраженные переменные в последнее уравнение системы получаем линейное интегральное уравнение Вольтерры 2-го рода относительно  $C'_{11}(t)$ :

$$C'_{11}(t) = D(t) + \lambda \int_0^t R(t-\tau)C'_{11}(\tau)d\tau \quad (5.7)$$

$$\lambda = \left(\frac{2}{3}G_1\right) / \left(\frac{2}{3}G_1 - 6K_1 + 6K_1A_{\varepsilon_z} + \left(\frac{2}{3}G_2 - 6K_2\right)A_{C_{21}} + \frac{2G_2}{R_1^2}A_{C_{22}} - \left(3K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)A_{\varepsilon_z}\right),$$

$$D(t) = \frac{-\left(6K_1B_{\varepsilon_z} - 3K_1\varepsilon_1^T + \left(\frac{2}{3}G_2 - 6K_2\right)B_{C_{21}} + \frac{2G_2}{R_1^2}B_{C_{22}} - \left(3K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)B_{\varepsilon_z} + 3K_2\varepsilon_2^T\right)}{\left(\frac{2}{3}G_1 - 6K_1 + 6K_1A_{\varepsilon_z} + \left(\frac{2}{3}G_2 - 6K_2\right)A_{C_{21}} + \frac{2G_2}{R_1^2}A_{C_{22}} - \left(3K_2 - \frac{2}{3}G_2\right)A_{\varepsilon_z}\right)}.$$

Уравнения Вольтерры всегда имеют единственное решение в отличие от уравнений Фредгольма, из приведенных соотношений (5.8) несложно заметить, что  $D(t)$  и  $R(t - \tau)$  непрерывны на всей области определения  $(0, +\infty)$  и следовательно справедлива теорема о сходимости последовательности  $(C'_{11n}(t))$  построенной методом последовательных приближений (итерированных ядер) при  $n \rightarrow \infty$  [48, 85, 86]. Решение интегрального уравнения (5.7) ищется в виде бесконечного степенного ряда по степеням  $\lambda$ :

$$C'_{11}(t) = C'_{110}(t) + \lambda C'_{111}(t) + \lambda^2 C'_{112}(t) + \dots + \lambda^n C'_{11n}(t) + \dots.$$

Подставляя этот ряд в (5.7), получим

$$C'_{110}(t) + \lambda C'_{111}(t) + \lambda^2 C'_{112}(t) + \dots + \lambda^n C'_{11n}(t) + \dots = D(t) + \\ + \lambda \int_0^t R(t - \tau) \cdot [C'_{110}(t) + \lambda C'_{111}(t) + \lambda^2 C'_{112}(t) + \dots + \lambda^n C'_{11n}(t) + \dots] d\tau$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $\lambda$ , найдем

$$C'_{110}(t) = D(t),$$

$$C'_{111}(t) = \int_0^t R(t - \tau) \cdot C'_{110}(t) d\tau = \int_0^t R(t - \tau) \cdot D(\tau) d\tau, \quad (5.8)$$

$$C'_{112}(t) = \int_0^t R(t - \tau) \cdot \int_0^\tau R(\tau - \tau_1) \cdot D(\tau_1) d\tau_1 d\tau, \text{ и т. д.}$$

Соотношения (5.8) дают способ последовательного определения функций  $C'_{11n}(t)$ :

$$C'_{111}(t) = \int_0^t R(t - \tau) \cdot D(\tau) d\tau,$$

$$C'_{112}(t) = \int_0^t R(t - \tau) \cdot \int_0^\tau R(\tau - \tau_1) \cdot D(\tau_1) d\tau_1 d\tau =$$



$$= \int_0^t D(\tau_1) d\tau_1 \cdot \int_{\tau_1}^t R(t-\tau) \cdot R(\tau-\tau_1) d\tau = \int_0^t R_2(t-\tau_1) \cdot D(\tau_1) d\tau_1,$$

$$R_2(t-\tau_1) = \int_{\tau_1}^t R(t-\tau) \cdot R(\tau-\tau_1) d\tau.$$

....

$$C'_{11n}(t) = \int_0^t R_n(t-\tau) \cdot D(\tau) d\tau,$$

здесь  $R_n(t-\tau)$  – итерированные ядра. Они определяются при помощи рекуррентных формул

$$R_1(t-\tau) = R(t-\tau),$$

$$R_{n+1}(t-\tau) = \int_{\tau}^t R(t-z) \cdot R_n(z-\tau) dz,$$

тогда уравнение (5.7) перепишется в виде:

$$C'_{11}(t) = D(t) + \lambda \int_0^t (\Gamma(t, \tau, \lambda) \cdot D(\tau)) d\tau,$$

здесь резольвентой данного интегрального уравнения служит ряд

$$\Gamma(t, \tau, \gamma) = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i R_{i+1}(t-\tau),$$

который сходится абсолютно и равномерно, так как ядро интегрального уравнения непрерывно при  $0 \leq t \leq t_{max}$  и  $0 \leq \tau \leq t$ . Если ядро интегрального уравнения разностное и (4.23)  $R(t-\tau) = e^{-\frac{(t-\tau)K_{\sigma}}{\eta}}$ , то при  $b = 1$  и постоянной вязкости  $\eta = \eta_r$  резольвента имеет простой аналитический вид

$$\Gamma(t, \tau, \gamma) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\gamma^i (t-\tau)^i}{i!} e^{-\frac{(t-\tau)K_{\sigma}}{i!}} = e^{\gamma(t-\tau)} e^{\frac{(t-\tau)K_{\sigma}}{\eta_r}} = e^{(t-\tau)\left(\gamma - \frac{K_{\sigma}}{\eta_r}\right)},$$

тогда решение можно записать в виде

$$C'_{11}(t) = D(t) - \lambda \int_0^t e^{(t-\tau)(\gamma - \frac{K\sigma}{\eta_r})} D(\tau) d\tau \quad (5.9)$$

Интегрируя полученное соотношение и последовательно подставляя его в (5.4) и (5.2), получим окончательные соотношения для определения напряжений.

Расчеты проводились для процесса охлаждения, от температуры  $T_{max} = 600$  °С до температуры окружающей среды  $T_{cp} = 20$ °С,  $R_1 = 4 \cdot 10^{-3}$  (м),  $R_2 = 5 \cdot 10^{-3}$  (м). Физико-механические свойства для боросиликатного стекла, и стали марки СТ20 для которых производились необходимые для сравнения расчеты брались из источников [43, 75] и представлены в (Таблице 4.1). На рисунках 5.3 и 5.4-5.8 и в таблице 5.3 представлены результаты сравнения аналитического решения с численным решением по НУАП, для различных шагов по времени.

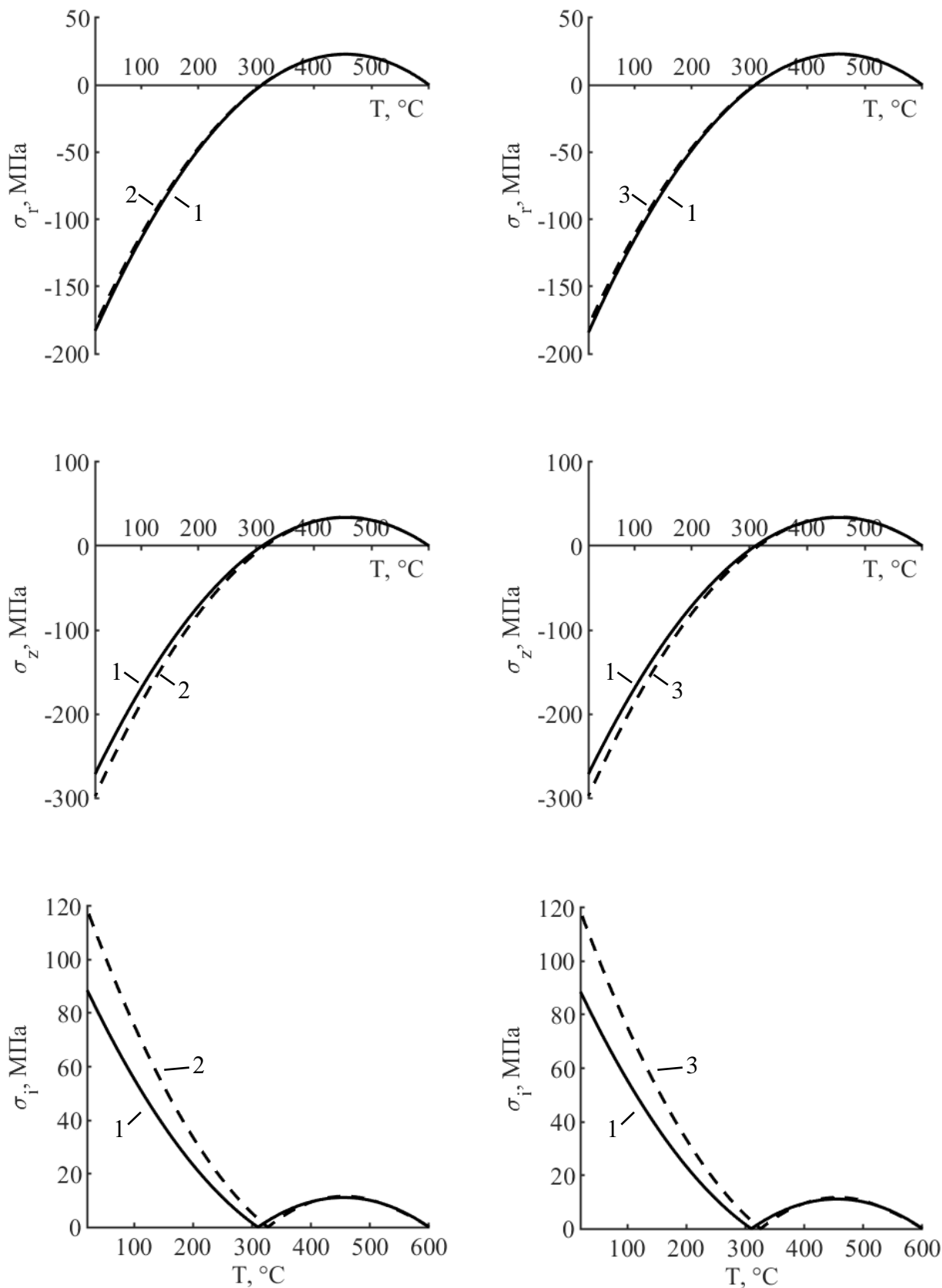


Рисунок 5.3 Результаты расчета по разным методам для разных значений  $b$  в ядре Кольрауша (1) -аналитическому ( $b = 1$ ); (2) – НУАП ( $b = 1$ ); (3) – НУАП ( $b = 0,5$ )

Таблица 5.3. Абсолютная и относительная погрешности при определении напряжений в определенные по разным методам для разных значений  $b$  в ядре Кольрауша (1) -аналитическому ( $b = 1$ ); (2) – НУАП ( $b = 1$ ); (3) – НУАП ( $b = 0,5$ )

$\Delta =  \sigma_k^{\text{аналит}} - \sigma_k^{\text{нуап}} ,$ $\delta = \frac{\Delta}{ \sigma_k^{\text{ан}} }, k = r, \varphi, z, i$	$\Delta_{12}$	$\Delta_{13}$	$\delta_{12}$	$\delta_{13}$
$\Delta\sigma_{r,\varphi}$	3.866	3.845	0.0211	0.021
$\Delta\sigma_z$	26.273	26.131	0.0968	0.0962
$\Delta\sigma_i$	30.138	29.976	0.34	0.338

*п. 5.3 Исследование сходимости метода начального упругого аналитического приближения с численным решением вязкоупругой задачи с применением квадратурных формул*

Если задачу (4.13–4.24) рассматривать в конечно-разностном приближении на сетке с шагами  $\Delta r_1$  и  $\Delta r_2$  по координате, тогда полученную аппроксимированную систему – можно представить в виде системы интегро-алгебраических уравнений, выпишем их последовательно: уравнения равновесия

$$\left(\frac{4}{3}G_1 + K_1\right)L_1(u) - \frac{2}{3}G_1 \int_0^t R(t, \tau) L_1(u) d\tau = 0, (0 < r < R_1)$$

здесь дифференциальный оператор

$$L_1(u) = \frac{\partial^2 u(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} - \frac{u(r, t)}{r^2},$$

аппроксимированный в указанной области конечными-разностями дифференциальный оператор на текущем временном слое, известно, однородное интегральное уравнение Вольтерры 2 го рода имеет тривиальное решение, поэтому уравнения равновесия в двух слоях имеют простой вид

$$L_1(u) = 0, (0 < r < R_1 \cup R_1 < r < R_2)$$

граничные условия:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial u(0+, t)}{\partial r} \right| &\leq M, \\ u(R_1-, t) &= u(R_1+, t), \\ \left[ \left( \frac{2}{3} G_1 + \frac{1}{2} K_1 \right) (L_2(u) + \varepsilon_z(t)) + \frac{3}{2} K_1 \left( \frac{u(t)}{r} + \varepsilon_z(t) \right) - \frac{2}{3} G_1 \int_0^t R(t, \tau) (L_2(u) + \varepsilon_z(\tau)) d\tau - 3K_1 \varepsilon_1^T \right]_{R_1-} &= \left[ \left( \frac{2}{3} G_2 + \frac{1}{2} K_2 \right) (L_2(u) + \varepsilon_z(t)) + \frac{3}{2} K_2 \left( \frac{u(t)}{r} + \varepsilon_z(t) \right) - 3K_2 \varepsilon_2^T \right]_{R_1+}, \\ \left[ \left( \frac{2}{3} G_2 + \frac{1}{2} K_2 \right) L_2(u) + \frac{3}{2} K_2 \left( \frac{u(t)}{r} + \varepsilon_z(t) \right) - 3K_2 \varepsilon_2^T \right]_{R_2+} &= 0, \\ \left( K_1 - \frac{2}{3} G_1 \right) \frac{2R_1}{R_2^2} u(R_1-, t) + \left( K_1 + \frac{4}{3} G_1 \right) \frac{R_1^2}{R_2^2} \varepsilon_z(t) - 2G_1 \int_0^t R(t, \tau) \left( \frac{2R_1^2}{3R_2^2} \varepsilon_z(\tau) - \frac{2R_1}{3R_2^2} u(R_1-, \tau) \right) d\tau - 3K_1 \varepsilon_1^T \frac{R_1^2}{R_2^2} + \left( K_2 - \frac{2}{3} G_2 \right) \left( \frac{2}{R_2} u(R_2, t) - \frac{2R_1}{R_2^2} u(R_1+, t) \right) + \left( K_2 + \frac{4}{3} G_2 \right) \varepsilon_z(t) - 3K_2 \varepsilon_2^T &= 0, \end{aligned}$$

здесь оператор

$$L_2(u) = \left( 2 \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} - \frac{u(r, t)}{r} \right)$$

аппроксимирован в указанной области конечными разностями на текущем временном слое. Рассматриваемая система может быть записана в матричном виде как система интегро-алгебраических уравнений

$$A \cdot X(t) - \int_0^t R(t - \tau) \cdot B \cdot X(\tau) d\tau = D(t), \quad (5.9)$$

где, А и В – матрицы размерности  $((N + 2) \times (N + 2))$  при векторе неизвестных, D(t)  $((N + 2) \times 1)$  – вектор свободных членов,  $R(t - \tau)$  – интегральное ядро,

$X(t) = (u_0(t), u_1(t), \dots, u_{N_1}(t), \dots, u_N(t), \varepsilon_z(t))^T$  – вектор неизвестных.

Вместе с тем уравнения равновесия имеют простой вид и могут быть проинтегрированы, решение имеет вид (5.5), тогда с учетом замены  $C'_{11}(t) =$

$C_{11}(t) - \varepsilon_z(t)$  размерность неизвестной вектор функции и системы ИАДУ сократится до 4-х,  $X(t) = (C'_{11}(t), C_{21}(t), C_{22}(t), \varepsilon_z(t))^T$ , тогда матрицы в системе ИАДУ (5.9) имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1/R_1^2 & 1 \\ 0 & 2K_2/G_2 + 2/3 & -2/R_2^2 & K_2/G_2 - 2/3 \\ 3K_1/G_1 + 1 & -(2K_2/G_1 + G_2/G_1) & 3G_2/R_1^2 G_2 & (9K_1/2G_1 - 3K_2/2G_1 + G_2/G_1) \\ 3(K_1/G_1 - 2/3) (R_2^2/R_1^2 - 1) (3K_1/G_1 - 2) & 0 & (9K_1/2G_1 + (R_2^2/R_1^2 - 1)(3K_2/2G_1 + 2)) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D(t) = \begin{bmatrix} 0 & 3K_2\varepsilon_2^T/G_2 & (9K_1\varepsilon_1^T/2G_1 + 9K_2\varepsilon_2^T/2G_1) & (9K_2\varepsilon_2^T/2G_1 - 9K_1\varepsilon_1^T/2G_1) \end{bmatrix}^T.$$

Теоретические исследования систем ИАДУ проводятся более 40 лет, в работах [4, 17–19] приведены основные качественные результаты, в том числе и теоремы существования и единственности решения систем ИАДУ для случаев, вырожденности матрицы  $A$  и особенностей в интегральном ядре, предложены и развиваются многошаговые методы для численного решения. Однако, рассматриваемая в данной работе система (5.9) лишена перечисленных выше особенностей, элементарные преобразования позволяют свести ее решение к решению интегрального уравнения Вольтерры 2-го рода (5.7). Пусть на отрезке  $[0, t]$  задана сетка с узлами  $t_k, k = 1, 2, \dots, n$ , аппроксимируем интеграл по формуле Симпсона получим систему линейных относительно  $C'_{11}(t_k)$  уравнений

$$A \cdot C'_{11}(t_k) - B \cdot \sum_{s=1}^k (R(t_k - t_{s-1}) \cdot C'_{11}(t_{s-1}) + R(t_k - t_s) \cdot C'_{11}(t_s)) \cdot \frac{dt}{2} = D(t_k), \quad (5.10)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

Соотношение (5.20) позволяет находить значения  $C'_{11}(t_1), C'_{11}(t_2), \dots, C'_{11}(t_n)$  приближенного решения в узлах сетки путем последовательного решения  $n$ -линейных уравнений.

$$\begin{aligned}
& A \cdot C'_{11}(t_k) - B \cdot (R(t_k - t_{k-1}) \cdot C'_{11}(t_{k-1}) + R(t_k - t_k) \cdot C'_{11}(t_k)) \cdot \frac{dt}{2} = \\
& = D(t_k) + B \cdot \sum_{s=1}^{k-1} (R(t_k - t_{s-1}) \cdot C'_{11}(t_{s-1}) + R(t_k - t_s) \cdot C'_{11}(t_s)) \cdot \frac{dt}{2}, \\
& k = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned}$$

На рисунках 5.4-5.6 и в таблице 5.4 представлены результаты сравнения описанного выше численного решения с НУАП, для различных шагов по времени.

Таблица 5.4. Абсолютная и относительная погрешности при определении напряжений в конечный момент времени после охлаждения до  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

$\Delta =  \sigma_k^{\text{квад}} - \sigma_k^{\text{нуап}} ,$ $\delta = \frac{\Delta}{ \sigma_k^{\text{кв}} }, k = r, \varphi, z, i$	$\Delta_{12}$	$\Delta_{13}$	$\delta_{12}$	$\delta_{13}$
$\Delta\sigma_{r,\varphi}$	5.152	5.131	0.028	0.0279
$\Delta\sigma_z$	26.995	26.854	0.0997	0.0991
$\Delta\sigma_i$	32.147	31.986	0.371	0.3693

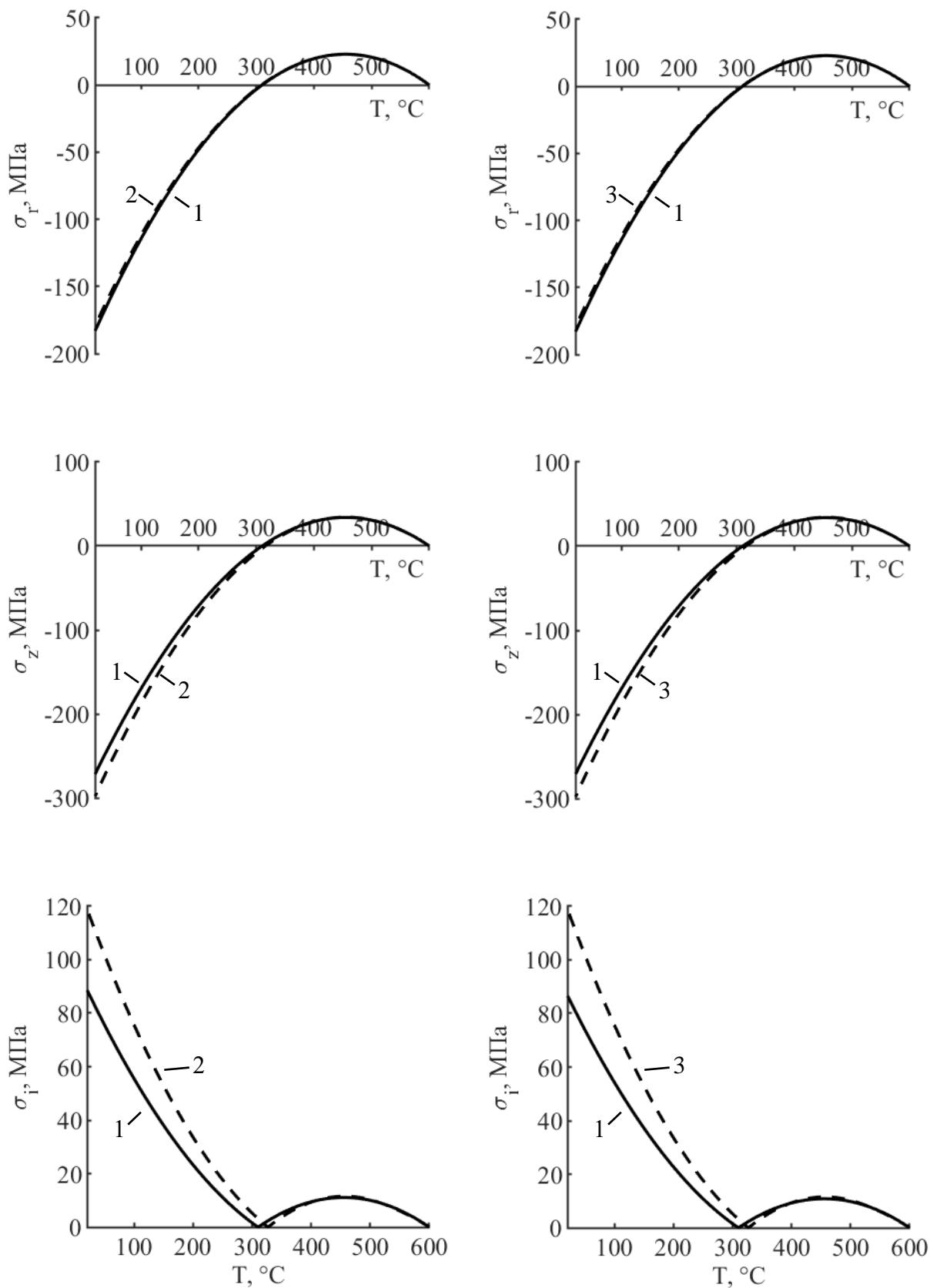


Рисунок 5.4 Результаты расчета по разным методам (1) -численный ( $b = 1$ ); (2) – НУАП ( $b = 1$ ); (3) – НУАП ( $b = 0,5$ )



#### *п. 5.4 Выводы по Главе 5*

Проведено исследование сходимости предлагаемого метода НУАП при определении напряженно-деформированного состояния тремя разными способами:

- на сгущающейся сетке по правилу Рунге;
- сравнением с аналитическим решением при простом экспоненциальном ядре, с одним постоянным временем релаксации;
- сравнением с численным решением при использовании квадратурных формул в аппроксимации интегрального члена в интегро-алгебраическом уравнении.

Продемонстрирована разница в решении при использовании дробной степени в экспоненциальном ядре при сравнении решений по НУАП с аналитическим решением, полученном при простом экспоненциальном ядре.

Проведенные исследования подтверждают достоверность полученных решений и эффективность предлагаемого в работе метода НУАП.

## Заключение

В результате выполнения диссертационного исследования достигнуты следующие основные результаты:

1. Спроектирована и изготовлена специальная лабораторная установка для дилатометрических исследований цилиндрических стеклометаллических соединений с индукционным нагревом и горизонтальной загрузкой экспериментальных образцов – ДТ-ГИ;
2. Проведена серия экспериментальных исследований термомеханических параметров в интервале стеклования на двух группах экспериментальных образцов: стекла марки С52-1 и стеклянного конструктивного элемента из стекла С52-1 в составе стеклометаллокомпозита с разными скоростями нагрева. С использованием модельных представлений релаксационной теории стеклования на основе экспериментальных данных получены параметры для аналитического представления приведенного времени релаксации и вязкости в формуле Вильямса-Ландела-Ферри. Выявлено качественное отличие кривой характеризующей скорость изменения линейного расширения в интервале стеклования стекла С52-1 от стеклянного конструктивного элемента из стекла С52-1 в составе стеклометаллокомпозита.
3. Разработан метод начального упругого аналитического приближения (НУАП) для моделирования термомеханического поведения цилиндрических стекло-металлических соединений в широком диапазоне температур с учетом неоднородной структуры, разной реологии и структурных изменений в интервале стеклования в стеклянной составляющей и упругопластического деформирования в металлическом слое. Разработан алгоритм метода НУАП и созданы программы, позволяющие выполнить расчеты пространственно-временных распределений перемещений и напряжений. Проведено исследование сходимости метода.

4. Для определенных стекло-металлических соединений по методу НУАП рассчитано термонапряженное состояние при различных технологических параметрах получения и отжига. Для стекломаталлокомпозитного конструкционного стержня расчеты проведены с использованием полученных экспериментальных данных при разных скоростях изменения температуры.

Перспектива исследований связана с:

- дальнейшее развитием лабораторной установки Дт-ГИ в части повышения точности измерения линейного расширения;
- накоплением экспериментальных данных по изменению линейного расширения в интервале стеклования для стекло-металлических соединений;
- оптимизацией алгоритмов и разработкой программного пакета для управления лабораторной установкой и обработки получаемых экспериментальных данных.

## Список литературы

1. Александров А.П., Лазуркин Ю.С.. Температура размягчения полимеров // Доклады АН СССР. 1944. Т. XLIII, № 9. С. 396-399.
2. Александров А.П. и Лазуркин Ю.С. Техн.-физ.- 9, 1249.- 1939.
3. Амадуни А.Н. Методы и приборы для определения температурных коэффициентов линейного расширения материалов - М.: Издательство стандартов, 1972 - с. 96–99.
4. Апарцин А. С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы / А. С. Апарцин. – Новосибирск : Наука. Сиб. издат. фирма РАН, 1999. – 193 с.
5. Бартенев Г. М. Строение и механические свойства неорганических стекол. М. 1966. 216 с.
6. Бартенев Г.М. Релаксационные процессы в стеклообразных системах / Г.М. Бартенев, Д.С. Сандитов. - Новосибирск: Наука, 1986. – 239 с.
7. Бартенев Г.М. Физические свойства неупорядоченных структур / Г.М. Бартенев, Д.С. Сандитов. - Новосибирск: Наука, 1982. – 269 с.
8. Бартенев Г.М., Сандитов Д.С. Релаксационные процессы в стеклообразных системах. Новосибирск: Наука, 1986. 240 с.
9. Бартенев, Г.М. Зависимость температуры стеклования аморфных веществ от скорости нагревания и связь температуры стеклования с энергией активации / Г.М. Бартенев, И.А. Лукьянов // Журнал физической химии. - 1955. - Т.29. - Вып.8. - С.1486-1498.
10. Бартенев, Г.М. О зависимости между температурой стеклования силикатного стекла и скоростью охлаждения или нагревания / Г.М. Бартенев // Доклады АН СССР. - 1951. - Т.76. - №2. - С.227-230.
11. Беломестных В.Н., Теслева Е.П. Взаимосвязь анизотропии и поперечной деформации квазиизотропных поликристаллических тел // Журн. технической физики. – 2004. – Т. 74, вып. 8. – С. 140-142
12. Биргер И.А. Остаточные напряжения. М.: МАШГИЗ, 1963. 232 с.

13. Боли Б., Уэйнер Д. Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964. – 520 с.
14. Бочарова А.А. Математическое моделирование процесса формирования прочного корпуса глубоководных аппаратов из стекломаталлокомпозита / А.А. Бочарова, В.К. Гончарук, А.А. Ратников // Вестник ИШ ДВФУ. - 2015. - № 4(25). - С. 93–102.
15. Бугаков, И.И. Определяющие уравнения для материалов с фазовым переходом // Механика твердого тела. – 1989. – №3. – С. 111-117.
16. Бугаков, И.И. Феноменологические модели стеклюющихся полимерных тел // Труды Всесоюзн. симпозиума по остаточным напряжениям.– 1982. –С. 110-114.
17. Будникова О. С. Численное решение интегро-алгебраических уравнений многошаговыми методами / О. С. Будникова, М. В. Булатов // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 2012. – Т. 52, № 5. – С. 829–839.
18. Булатов М. В. Методы решения дифференциально-алгебраических и вырожденных интегральных систем : дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 05.13.18 / Булатов Михаил Валерьянович ; ИДСТУ СО РАН. – Иркутск, 2002. – 244 с.
19. Булатов М. В. Об одном классе интегро-алгебраических уравнений с переменными пределами интегрирования / М. В. Булатов, М. Н. Мачхина // Журн. Средневож. мат. о-ва. – 2010. – Т. 12, № 2. – С. 40–45.
20. Вигак В.М. Управление температурными напряжениями и перемещениями. – Киев: Наук. думка, 1988. – 312 с.
21. Волков Д.П., Кораблев В.А., Заричняк Ю.П. Приборы и методы для измерения теплофизических свойств веществ. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Теплофизические свойства веществ»// СПб: ГУ ИТМО.- 2006.- 66 с.
22. Галанин М.П., Гузев М.А., Низкая Т.В. Численное решение задачи термопластичности с дополнительными параметрами состояния: Препр. / ИПМ им. М.В. Келдыша. М., 2007. 20 с.
23. Галин Л.А. Развитие теории контактных задач М.: Наука, 1976. – с 494.

24. Гончарук В.К. Разработка технологических основ изготовления цилиндрических оболочек из стеклометаллокомпозита методом центробежного литья / В.К. Гончарук, А.А. Бочарова, А.А. Ратников, Н.Ю. Голобокова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2016. - том 18, - №2(3). - С. 864-868.
25. Гончукова Н.О. Расчет напряжений в аморфных никель-фосфорных покрытиях на металлических подложках // Физика и химия стекла - 2004. - №4(30). - С. 485-487.
26. Гончукова Н.О. Расчет напряжений в аморфных никель-фосфорных покрытиях на металлических подложках // ФХС. 2004. Т. 30, № 4. С. 484-487.
27. Гончукова Н.О. Расчет напряжений в плазменнонапыленных аморфных металлических покрытиях // Физика и химия стекла - 2003. - №3(29). - С. 435-441.
28. Гончукова Н.О. Расчет напряжений в спаях халькогенидных стекол с другими материалами / Н.О. Гончукова, В.А. Ананичев, С.Л. Ратушняк // Физика и химия стекла. - 2006. - Т. 32. - № 2. - С. 286-295.
29. Горшков А.Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций/ Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Яровая А.В./Учеб. для вузов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 576 с.
30. Гридасова Е.А. Повышение прочностных свойств стекла в результате металлизации методом диффузионной сварки: дис...канд. тех. наук. - Комсомольск-на-Амуре, 2013. - 134 с.
31. Демкина, Л.И. Исследование зависимости свойств стекол от их состава. — М.: Оборонгиз, 1958. — 239 с.
32. Жорник В.А. Температурные напряжения в двухслойных цилиндрах / В.А. Жорник, Ю.А. Прокопенко // Наука и технологии. Т.1: Труды XXVIII Рос.шк. / Рос.акад.наук. - М. - 2008. - С.62-70.
33. Жорник В.А. Моделирование процесса нанесения стеклянных покрытий на внутренние поверхности металлических труб / В.А. Жорник, Ю.А.

- Прокопенко // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Теоретические и прикладные аспекты математического моделирования» - Таганрог: ТТИ ЮФУ, - 2010. - №6(107). - С. 215-221.
34. Жорник В.А. Моделирование процессов нанесения покрытий на элементы конструкций медицинских приборов / В.А. Жорник, Ю.А. Прокопенко // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Перспективы медицинского приборостроения» - Таганрог: ТТИ ЮФУ, - 2009. - №10(99). - С.29-34.
35. Журавлев Л.Г., Филатов В. Физические методы исследования металлов и сплавов // Челябинск: Изд-во ЮУрГУ.- 2004. -157 с.
36. Зайко Н.Ю. Температурные напряжения в соосных сопряженных цилиндрических системах и композиционных материалах с разной степенью проскальзывания по границе контакта/ Зайко Н.Ю., Любимова О.Н.//Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 4 (54). С. 5–13
37. Зарубин В.С. Расчет теплонапряженных конструкций/В.С. Зарубин, И.В. Станкевич/ – М.: Машиностроение, 2005. – 352 с.
38. Зимин Л.С., Байкин А.В. Применение индукционного нагрева в промышленных технологиях // Состояние и перспективы развития электротехнологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. (XVII Бенардосовские чтения). Т. 1. – Иваново, 2013. – С. 3–7.
39. Ильюшин, А.А. Основы математической теории термовязкоупругости / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
40. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. // М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
41. Ключев В.П., Болгов А.Т. Тепловое расширение оконного стекла в интервале температур от 23 до 870 К. // Физика и химия стекла. 1981. Т. 7. N 4. С. 506-508.
42. Ключев В.П., Тоттеги А. С. Методы и аппаратура для контроля вязкости стекла. М.: ВНИИЭСМ. 1975. 59 с.

43. Кнорозов Б.В. Технология металлов / Б.В. Кнорозов, Л.Ф. Усова и др - М.: Металлургия, 1978. – 904 с.
44. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. – 309 с.
45. Козлов Г. В., Сандитов Д. С. Ангармонические эффекты и физико-механические свойства полимеров. Новосибирск: Наука, 1994. 261 с.
46. Кончаков, Р.А. Межузельные гантели в компьютерных моделях монокристаллической и аморфной меди / Р. А. Кончаков, В. А. Хоник, Н. П. Кобелев // ФТТ. – 2015. – том. 57, вып. 5. – С. 844-852.
47. Кравчук А. С. Механика полимерных и композиционных материалов/Майборода В. П., Уржумцев Ю. С./ М.: Наука.- 1985.-387 с.
48. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 3-е, испр. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 192 с.
49. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. - М.: "Мир", 1974
50. Кудинов В.А., Карташов Э.М. [и др.] Тепломассоперенос и термоупругость в многослойных конструкциях. // М.: Энергоатомиздат, 1997. 426 с.
51. Кулямина Л.Л. Стекланные покрытия внутренней поверхности стальных труб// Стекло. -1968. -№3. -С. 15-21.
52. Лариков Л.Н., Юрченко Ю.Ф. Тепловые свойства металлов и сплавов. Киев: Науковая Думка 1985. – 440 с.
53. Леко, В.К. Свойства кварцевого стекла / В.К. Леко, О.В. Мазурин. –Л.: Наука, 1985 г. – 166 с.
54. Леонтьев К.Л. О связи упругих и тепловых свойств веществ // Акустический журн. – 1981. – Т. 27, вып. 4. – С. 554- 561.
55. Лесникова, Ю.И. Математическое моделирование термовязкоупругого поведения оптического волокна типа PANDA и его конструктивных элементов: дис. ... канд. техн. наук: 1.2.2/ Лесникова Юлия Игоревна; – Пермь, 2022. – 113 с.
56. Любимов М.Л. Спаи стекла с металлом. - М. «Энергия», -1968. -280 с.



57. Любимова О.Н. Математическое моделирование отжига стекло-металлических конструкционных материалов с учетом стеклования/ О.Н. Любимова, М.А. Барботько// В сборнике: XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов. В 4-х томах. -2019.- С. 134-136.
58. Любимова О.Н. Математическое моделирование процесса формирования трехслойной полусферической оболочки из стеклометаллокомпозита // Диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н. – Владивосток. – 2004. – 129 с.
59. Любимова О.Н. Математическое моделирование теплового процесса диффузионной сварки стекла с металлом / О. Н. Любимова, К. Н. Пестов, Е, А. Гридасова // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2010. – Т.13, - №4(44). – С. 52-63.
60. Любимова О.Н. Метод расчета эволюции напряжений в стеклометаллокомпозите с учетом структурных и механических релаксационных процессов/О.Н. Любимова, М.А. Барботько //Вычислительная механика сплошных сред. -2019, Т. 12, № 2. - С. 215-229.
61. Любимова О.Н. Метод упрочнения стекла при диффузионной сварке его с металлом / О.Н. Любимова, Е.А. Гридасова // Сварка и диагностика материалов. - 2010. - № 6. - С. 31–45.
62. Любимова О.Н. Моделирование параметров температурного режима при изготовлении стеклометаллокомпозита/ О.Н. Любимова , С.А. Дрюк//Теплофизика и аэромеханика.-2017.-Т.24.-№1.-С. 127-135. (Lyubimova O.N., Dryuk S.A. Simulation parameters of temperature in the process of manufacturing a glass-metal composite // Thermophysics and Aeromechanics. - 2017. - Т. 24. - № 1. - P. 125-133)
63. Любимова О.Н. Моделирование поведения несогласованного спая стекла с металлом с учетом свойств зоны соединения/ О.Н. Любимова, Э.П. Солоненко // Физическая мезомеханика. - 2016. - № 2 (19). - С. 114-119.

64. Любимова О.Н. Стеклометаллокомпозит: механические свойства, структурные механизмы деформации при повышенных температурах, моделирование процессов формирования структуры и свойств // Диссертация на соискание ученой степени док. физ.-мат.-наук. – Комсомольск-на-Амуре. – 2020. – 337 с.
65. Любимова О.Н. Численное решение задачи о проплавлении металлического слоя при сварке плавлением стекла и металла / О. Н. Любимова, К. Н. Пестов, Е. А. Гридасова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. – Т.3, - №1. – С. 63-73.
66. Любимова О.Н. Численное решение контактной задачи термомеханики для трехслойного композита с учетом фазовых переходов первого рода в отдельных слоях / О. Н. Любимова, К. Н. Пестов // Динамика сплошной среды – 2012. – Т.3. – С. 82-88.
67. Любимова О.Н., Морковин А.В., Дрюк С.А. Особенности структуры зоны соединения стекла и стали в технологии получения стеклометаллокомпозита // Материаловедение. 2017. № 4. С. 3-7.
68. Любимова, О. Н. Метод расчета термоупругих напряжений для оболочек из стеклометаллокомпозита: монография / О.Н. Любимова; Дальневост. федерал. ун-т. – Владивосток: Издат. Дом ДВФУ, 2012. – 90 с.
69. Любимова, О.Н. Моделирование размера диффузионной зоны при изменении условий режима изготовления стеклометаллокомпозита/О.Н. Любимова, А.В. Морковин, В.В. Сиськов// Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. - 2018. - № 1 (34). - С. 11-22.
70. Любимова, О.Н. Особенности структуры зоны соединения стекла и стали в технологии получения стеклометаллокомпозита/ О. Н. Любимова, А.В. Морковин, С.А. Дрюк // Материаловедение. - 2017. - № 4. - С. 3-7.
71. Мазурин О. В., Тотеш А. С. и др. Тепловое расширение стекла. Л.: Наука, 1969. — 216 с.

72. Мазурин О.В. Метод расчета напряжений в спаях стекла со стеклом / О.В. Мазурин, Р.Б. Лебедева, Ю.К. Старцев // Физика и химия стекла. – 1980. - Т.6. - С. 190-194.
73. Мазурин О.В. Отжиг спаев стекла с металлом. - Л.: Энергия, 1980. – 140 с.
74. Мазурин О.В. Релаксационная теория отжига стекла и расчет на ее основе режимов отжига: учебное пособие / О.В. Мазурин, Ю.К. Старцев, Р.Я. Ходяковская. - М: МХТИ им Д.И. Менделеева, 1987. – 83 с.
75. Мазурин О.В. Свойства стекол и стеклообразующих расплавов. Справочник / О.В. Мазурин, М.В. Стрельцина, Т.П. Швайко-Швайковская. - Л.: Наука. – 1981. - Т. IV. – ч.2. - 375 с.
76. Мазурин О.В. Стеклование / О.В. Мазурин. -Л.: Наука, 1986. – 158 с.
77. Мазурин О.В. Тепловое расширение стекла / О.В. Мазурин, А.С. Тотеш, М.В. Стрельцина, Т.П. Швайко-Швайковская - Изд-во «Наука».- 1969.-215 с.
78. Мазурин О.В. Электрические свойства стекла. Л. 1962. 162 С.
79. Мазурин О.В., Старцев Ю.К., Ходяковская Р.Я. Релаксационная теория отжига стекла и расчет на ее основе режимов отжига. М: МХТИ им. Д.И. Менделеева, 1987. 83 с.
80. Мазурин О.В., Стрельцина М.В., Швайко-Швайковская Т.П. Свойства стекол и стеклообразующих расплавов. Л.: Наука, 1977. Т. 3. Ч. 1. Трехкомпонентные силикатные системы. 586 с.
81. Макаров, А. С. Зависимость модуля сдвига стекла от модуля сдвига кристалла и кинетики структурной релаксации для системы  $Zr_{46}Cu_{46}Al_{18}$  / А. С. Макаров, Ю. П. Митрофанов, Г. В. Афонин, В. А. Хоник, Н. П. Кобелев // ФТТ. – 2015. – Т. 57, вып. 5. – С. 965-969.
82. Макарова Н.О. Коэффициенты диффузии ионов никеля, кобальта и железа в боросиликатных расплавах: дис...канд. хим. наук.-Свердловск, 1991.-143 с.

83. Макарова Н.О. Коэффициенты диффузии ионов никеля, кобальта и железа в боросиликатных расплавах: дис...канд. хим. наук.-Свердловск, 1991.-143 с.
84. Малкин А.Я. Реология: концепции, методы, приложения/ А.Я. Малкин, А.И. Исаев/Пер.с англ.-СПб.: Профессия, 2007.-560 с.
85. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений: Справочник. М.: Факториал, 1999.-272 с.
86. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. М.: Факториал пресс, 1998.-431 с.
87. Марочник сталей и сплавов / В. Г. Сорокин, А. В. Волосникова, С. А. Вяткин – М.: Книга по Требованию, 2012. – 640 с.
88. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. - Москва: Наука, 1977.- с.528.
89. Миклашевский Д.Е. Разработка и применение аппаратурно- методического комплекса для измерений тепловых свойств горных пород при повышенных термобарических условиях// Дис. к.т.н.- 2007.- Москва, РГГУ.- 120 с.
90. Морковин А.В. Структурно-деформационные процессы в зоне соединения стекла и стали при получении стеклометаллокомпозита // Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. – Комсомольск-на-Амуре. – 2018. – 184 с.
91. Морковин А.В. Структурно-деформационные процессы в зоне соединения стекла и стали при получении стеклометаллокомпозита: дис ...канд.тех.наук : 01.02.04 / Морковин Андрей Витальевич– Комсомольск-на-Амуре. – 2018. – 184 с.
92. Немилов С.В. Оптическое материаловедение: Термодинамические и релаксационные свойства стеклообразующих расплавов и стекол. Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2014. -120 с.
93. Немилов С.В. Оптическое материаловедение: Физическая химия стекла. Учебное пособие, курс лекций. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009 г.-113 с.

- 94.Немилов С.В. Оптическое материаловедение: Физическая химия стекла. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009 г. 113 с.
- 95.Немилое С. В. Теоретическое и экспериментальное обоснование метода измерения вязкости стекол, основанного на вдавлении твердых инденторов в пластину. // Физика и химия стекла. 1977. Т. 3. № 2. С. 148-157.
- 96.Никоноров Н.В. «Оптическое материаловедение: основы прочности оптического стекла». Учебное пособие, курс лекций. / Н.В. Никоноров, С.К. Евстропьев. - СПб:СПбГУ ИТМО, 2009 г. - 102 стр.
- 97.Параметр Грюнайзена и упругие постоянные кристаллических и стеклообразных твердых тел / Д.С. Сандитов, А.А. Машанов, М.В. Дармаев, В.В. Мантатов // Изв. вузов. Физика. – 2009. – № 3. – С. 122-116.
- 98.Патент №2361770 РФ, МПК C03C 27/08. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата из стеклокомпозита / В.В. Пикуль. - №2007148747/11; Заяв. 24.12.2007; опубл. 24.12.2007
- 99.Патент №2428389 РФ, МПК C03C27/02. Способ изготовления стеклометаллокомпозита / Гридасова Е. А., Любимова О.Н., Пестов К.Н., Каяк Г.Л. - №2009149794; Заяв. 31.12.2009; Опубл. 10.09.2011, Бюл. № 25.- 6 с.
100. Патент РФ №2337036. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата. Пикуль В.В.// Бюл. изобр. 2008. – №30.
101. Патент: №2014120249/03(032372). Способ изготовления стеклометаллокомпозитного стержня. / О.Н. Любимова, Е.В. Любимов, Е.А. Гридасова, П.А. Никифоров.- №2014120249/03(032372).Заяв. 20.05.2014; опубл. 17.04.2015, бюл. -5 с.
102. Пестов К.Н. Эволюция температурных напряжений как следствие процесса остывания и консолидации расплава при формировании слоистых

- материалов // Диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н. – Владивосток. 2012. – 123 с.
103. Пестов, К.Н. Об одном численном методе решения задач типа Стефана/ К.Н. Пестов, О.Н. Любимова, М.В. Останин// Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. - 2019. - № 3 (41). - С. 51-60.
104. Пикуль В.В. Математическое моделирование процесса формирования трехслойной цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита / В.В. Пикуль, А.А. Ратников // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». - 2010. - № 5(21). - С. 143–151.
105. Пикуль В.В. Перспективы создания слоистого композита на основе стекломатериалов // Перспективные материалы. – 1999. - №1. – С. 34-42.
106. Пикуль В.В. Эффективность стеклометаллокомпозита // Перспективные материалы. — 2000. - №6. - С. 63-65. Патент РФ №2361771. МПК В63В3/13, С03С27/08, В32В17/06, С03С21/00.
107. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – М.: Наука, 1984. – 368 с.
108. Поздняков В.А. Механизмы деформации и разрушения аморфных и нанокристаллических сплавов, закаленных из жидкого состояния: дис... д-р физ.-мат. наук: 01.04.07 / Валентин Александрович Поздняков. – М., 2003. – 317с.
109. Применение стекол при иммобилизации радиоактивных отходов [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.atomic-energy.ru/technology/33037> -Дата обращения: 22.04.2023
110. Ратушняк С.Л. Структурная релаксация в аморфных материалах и влияние напряжений на прочность композиции «покрытие - подложка»: дис...канд. хим. наук: 02.00.04 / Ратушняк Сергей Леонидович. – М., 2008. – 130 с.
111. Рот. А. Вакуумные уплотнения. - М: Энергия, 1971. - 464 с.

112. Роус Б. Стекло в электронике. -М.: Изд-во «Советское радио», 1969. -356 с.
113. Самарский А. А. Теория разностных схем. - Москва: Наука, 1977.-с.590.
114. Сандитов Д. С. Взаимосвязь температуры стеклования и параметров уравнения Вильямса-Ландела-Ферри / Д.С. Сандитов, С.Ш. Сангадиев, Б.С. Сыдыков // Вестник Бурятского государственного университета. - 2014. - №3 – С.117-121.
115. Сандитов Д. С. О релаксационной природе стеклования аморфных полимеров низкомолекулярных аморфных веществ / Д.С. Сандитов, М.В. Дармаев, Б.Д. Сандитов // Физика твердого тела. - 2015. - Т 57, вып.8. – С.1629-1634.
116. Сандитов Д. С. Релаксационные аспекты перехода жидкость-стекло/ Д.С. Сандитов, М.И. Ожован // Успехи физических наук. - 2019. - Т 189, №.2. – С.113-133.
117. Сандитов Д. С., Дармаев М. В. Коэффициент Пуассона и упругие модули многокомпонентных оптических стекол // Вестник Бурятского госуниверситета. Химия. Физика. 2014. Вып. 3. С. 136–139.
118. Сандитов Д.С., Беломестных В.Н. Взаимосвязь параметров теории упругости и усредненный модуль объемного сжатия твердых тел // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, вып. 11. – С. 77–81.
119. Сандитов Д.С., Беломестных В.Н. Взаимосвязь параметров теории упругости и усредненный модуль объемного сжатия твердых тел // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, вып. 11. – С. 77–81.
120. Сильвестрович С.И. Механические свойства стекла // Стекольная промышленность. – М.: ВНИИЭСМ, 1987. – 81 с.
121. Слоистые металлополимерные, биметаллические и гибридные материалы [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [https://viam.ru/bi\\_me-materials](https://viam.ru/bi_me-materials). – Дата доступа : 22.04.2023

122. Сметанников О.Ю., Ильиных Г.В. Исследование термомеханического поведения стыковочного модуля волоконно-оптического гироскопа // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 7. С. 46-52.
123. Сметанников, О.Ю. Модели механического поведения материалов и конструкций в технологических процессах с терморелаксационным переходом: дис. ... д-р. техн. наук: 01.02.04/ Сметанников Олег Юрьевич; – Ижевск, 2010. – 413 с.
124. Сметанников, О.Ю. Определяющие соотношения термомеханического поведения полимерных материалов в условиях стеклования и размягчения / О.Ю. Сметанников, Н.А. Труфанов, И.Н. Шардаков // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1997. – № 3. – С.106-114.
125. Солоненко Э.П. Моделирование напряженного состояния в стеклометаллокомпозитных материалах при температурной обработке: дис ... канд. физ.-мат. наук : 01.02.04 / Солоненко Элеонора Павловна. - Комсомольск-на-Амуре, 2017. – с. 154.
126. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата из стеклометаллокомпозита / Пикуль В.В. - №200714631311; Заяв. 13.12.2007; Опубл. 20.07.2009
127. Старцев Ю.К, Ключев В.П., Вострикова М.С. Определение температур стеклования по одновременно регистрируемым зависимостям расширения и электропроводности // Физика и химия стекла. 1978. Т. 4. N 3. С. 278-288.
128. Старцев Ю.К. Моделирование напряжений в спаях оксидных стекол с металлами для оптимизации режимов их термообработки // Математические методы в технике и технологиях. -2016. - № 9 (91). - С. 43-48.
129. Старцев Ю.К. Релаксационные явления в стеклах в интервале стеклования при отжиге, ионном обмене стекла с расплавом соли и в спаях: дис. д-р физ.-мат. наук: 01.04.07 / Юрий Кузьмич Старцев. - Санкт-Петербург, 2001. – 301с.



130. Старцев Ю.К. Феноменологическое описание стеклования и процессов структурной релаксации// Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов: межвуз. сб. науч. тр. -Тверь: Твер. гос. ун-т, 2015. -Вып. 7. -588 с.
131. Татаринцева О.С. Влияние оксидов железа на вязкость и смачивающую способность силикатных расплавов / О.С. Татаринцева [и др.] // Ползуновский вестник. – 2007. – №3. С. 144 – 149.
132. Тропин Т.В. Современные аспекты кинетической теории стеклования / Т.В. Тропин, Ю. В.П. Шмельцер, В.Л. Аксёнов // Успехи физических наук. – 2016. - № 186(1) - С. 47–73.
133. Труфанов А.Н., Лесникова Ю.И., Труфанов Н.А., Сметанников О.Ю. Выбор критерия конструкционной прочности неоднородного кварцевого стержня на основе натуральных и вычислительных экспериментов // Вычисл. мех. сплош. сред. 2016. Т. 9, № 1. С. 97-108.
134. Труфанов, А.Н. Математическое моделирование технологических и остаточных напряжений в анизотропных оптических волокнах: дис. ... канд. техн.наук: 01.02.04/ Труфанов Александр Николаевич; – Пермь, 2003. – 98 с.
135. Труфанов, А.Н. О моделях формирования напряженного состояния в анизотропных оптических волокнах/ А.Н. Труфанов, Н.А. Труфанов // Прикладная фотоника. – 2014. – Т. 1, №. 1. – С. 97-111.
136. Физико-химические свойства стекол в разрезе  $\text{SrO B}_2\text{O}_3\text{-SrO SiO}_2$  / Н. Г. Тюрнина, З. Г. Тюрнина, С. И. Свиридов, С. В. Столяр // Физика и химия стекла. – 2020. – Т. 46. – № 3. – С. 291-299. – DOI 10.31857/S0132665120030208.
137. Фролова Е.Г. Стекланные покрытия на стальных трубах // «Стекло»: Бюллетень НИИ стекла. 1961. № 3. 36 с.
138. Христофоров А.И. Расчеты физико-химических свойств стекол: Учеб. пособие / А.И. Христофоров, И.А. Христофорова. - Владимир. гос. ун-т. - Владимир, 2004. - 80 с.

139. Цыплаков, А.Н. Релаксация модуля сдвига и тепловые явления в металлических стеклах на основе Pd и Zr : дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07/ Цыплаков Александр Николаевич; – Воронеж, 2016. – 133 с.
140. Шаммазов А.М. Основы трубопроводного транспорта нефти: Учеб. пособие. - Уфа: «Реактив», 1996, - 152 с.
141. Шульц М.М., Мазурин О.В. Современные представления о строении стекол и их свойствах. Л: Наука, 1988. 197 с.
142. Around Glare: A New Aircraft Material in Context Published by Springer / ed. by C. Vermeeren. – Aug. 1, 2002. – ISBN 1402007787.
143. Barker R.E. Thermal expansion of polymers solids // J. Appl. Phys. 1967. V. 38. № 11. P. 4234–4242.
144. Briard R., Heitz C., Barthel E. Crack bridging mechanism for glass strengthening by organosilane water-based coatings // J. Non Cryst. Solids. 2005. Vol. 351. P. 323-330.
145. Burenin, A.A. Stress relaxation in cylindrical glass-to-metal junctions with account for the quality of a junction region/ A. A. Burenin, O.N. Lyubimova, E. P. Solonenko// Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. - 2018. - Т. 59. - № 6. - P. 1095-1103.
146. C.M. Jantzen, D.I. Kaplan, N.E. Bibler, D.K. Peeler, M.J. Plodines. Performance of a buried radioactive high level waste (HLW) glass after 24 years. Journal of Nuclear Materials 378, 244–256 (2008).
147. Coors W.G., Swartzlander R. Partial Conductivity Measurements in BaCe<sub>0,9</sub>Y<sub>0,1</sub> by Impedance Spectroscopy// Proceedings of the 26th Rise International Symposium on Materials Science: Solid State Electrochemistry Editors: S. Linderoth, A. Smith e.a. Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark, 2005, p. 185-196.
148. Glass Fused To Steel Tanks [Электронный ресурс]. – Режим доступа :<https://www.cectank.com/glass-fused-to-steel-tanks/>- Дата обращения 21/04/2023

149. Hand R.J., Ellis B., Whittle B.R., Wang F.H. Epoxy based coatings on glass: strengthening mechanisms // J. Non Cryst. Solids. 2003. Vol. 315. P. 276-287.
150. <https://www.yhrtanks.com/equipment/glass-fused-to-steel-tanks> - Дата обращения: 21/04/2023
151. J. Unkuri, J. Mannienn A. Lassila. Accurate Linear Thermal Expansion Coefficient Determination by Interferometry// XVII IMECO World Congress Metrology in the 3rd Millennium June 22-27, Croatia.- 2003.- p. 221-224.
152. Klyuev V.P., Pevzner B.Z., Polyakova I.G. Influence of the cation nature on some dilatometric glass properties in the systems RO–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–B<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (R = Mg, Ca, Sr, Ba) // Phys. Chem. Glasses: Eur. J. Glass. Sci. Technol. B. 2006. V. 47. № 4. P. 524–529.
153. Kobelev, N.P. On the nature of heat effects and shear modulus softening in metallic glasses: A generalized approach / N. P. Kobelev, V. A. Khonik, A. S. Makarov, G. V. Afonin, Yu. P. Mitrofanov // J. Appl. Phys. – 2014. – Vol. 115. – P. 033513.
154. Lewitsky, M. Residual Thermal Stresses in a Solid Sphere Cast From a Thermosetting Material / M. Lewitsky, B.W. Shaffer // Journal of Appl. Mech. – 1975. – Vol. 42, №9. – P. 651-655.
155. Lower N.P., McRae J.L., Feller H.A., Betzen A.R., Kapoor S., Affatigato M., Feller S.A. Physical properties of alkaline–earth and alkali borate glasses prepared over extended range of compositions // J. Non-Cryst. Sol. 2001. V. 293–295. P. 669–675.
156. Lyubimova O.N. Simulation parameters of temperature in the process of manufacturing a glass-metal composite/O.N. Lyubimova, S.A. Dryuk // Thermophysics and Aeromechanics. - 2017. - T. 24. - № 1. - C. 125-133.
157. Lyubimova O.N. Characterisation of mechanical and corrosion properties of newly developed glass-steel composites / O.N. Lyubimova, E.A. Gridasova, A.A. Gridasov, Frank Walther, Gerrit Frieling, Martin Klein, Ulrike Wolf // Materials and Technology. - 2016. - Vol. 50(1). - p.95-100.

158. Lyubimova, O. N. Modeling of heat transfer due to induction heating of laminated glass-metal materials / O. N. Lyubimova, M. A. Barbotko // Thermophysics and Aeromechanics. – 2021. – Vol. 28, No. 1. – P. 87-102. – DOI 10.1134/S0869864321010091. – EDN UFRVXZ.
159. Lyubimova, O.N. Mathematical modelling of heat transfer process in layered materials accounting for phase transitions in individual layers/ O.N. Lyubimova, K.N. Pestov// Thermophysics and Aeromechanics. - 2015. - T. 22. - № 4. - C. 491-499.
160. Lyubimova, O.N. Modeling of the kinetics of diffusion processes in the formation of a junction glass-steel/ O.N. Lyubimova, A.V. Morkovin, V.V. Andreev// Journal of Physics: Conference Series. - 2017. - T. 894. - № 1. - P. 12-55.
161. Lyubimova, O.N. The characteristics of the structure of the glass-steel junction zone in the technology of obtaining glass-metal composite/ O.N. Lyubimova, A.V. Morkovin, S.A. Dryuk // Materials Science. - 2017. - P. 379-382.
162. Lyubimova, O.N. Thermo-mechanical relaxation of stresses in a glass-metal junction/ O.N. Lyubimova, E.P. Solonenko// Journal of Physics: Conference Series. - 2016. - T. 754. - P. 82 -102. - № 8.3.38
163. Lyubimova, O.N. Thermo-mechanical relaxation of stresses in a glass-metal junction/ O.N. Lyubimova, E.P. Solonenko// Journal of Physics: Conference Series. - 2016. - T. 754. - P. 82 -102. - № 8.3.38
164. M A Barbotko, O.N. Lyubimova, MV Ostanin Structural and mechanical relaxation on annealing in glass-metal layered composites // Materials Physics and Mechanics. (In Press)
165. Matveenko V.P., Smetannikov O.Y., Trufanov N.A., Shardakov I.N. Models of thermomechanical behavior of polymeric materials undergoing glass transition //Acta Mech. 2012. Vol. 223. P. 1261-1284.
166. McLellan. Glass Engineering Handbook / G.W. McLellan, E.B. Shand, 1984. - Third Edition, McGraw-Hill Book Company.

167. Moynihan C.T., Macedo P.B., Montrose C.J., Montrose C.J., Gupta P.K., DeBolt M.A., Dill J.F., Dom B.E., Drake P.W., Easteal A.J., Elterman P.B., Moeller R.P., Sasabe H., Wilder J.A. Structural relaxation in vitreous material // Ann. New York Acad. Sci. 1976. Vol. 279. P. 15-35.
168. Narayanaswami O.S. A model of structural relaxation in glass // J. Am. Ceram. Soc. 1971. Vol. 54, no. 10. P. 491-498.
169. O.K. Montedo, F.M. Bertran, R. Piccoli, D. Hotza, A.N. Klein, A.P.N de Oliveira. Low Thermal Expansion Sintered LZSA Glass-Ceramics// American Ceramic Society Bulletin.- 2008.- v. 87, 7.-p. 34-40.
170. O.N. Lyubimova, M A Barbotko, A.A. Streltcov Experimental investigations of varying the temperature parameters in the glass-transition range for glass-metal composites when heated // Materials Physics and Mechanics. -2023- T.51- №3 - (допечатная подготовка)
171. Pikul V.V. A Cylindrical Shell Made of Glass-Metal Composite / V.V. Pikul, V.K. Goncharuk, I.G. Maslennikova // Applied Mechanics and Materials. -2015.- Vol. 756.- P. 230-235.
172. Priller S., Frischat G.H., Pye L.D. Strengthening of glass through surface crystallization of  $\beta$ -spodumene ss // J. Non Cryst. Solids. 1996. Vol. 196. P. 144-149.
173. Sanditov DS, Darmaev MV, Sanditov BD. On the relaxation nature of the glass transition of amorphous polymers and low-molecular amorphous materials. Physics of the Solid State. 2015;57(8): 1666-1672.
174. Schmelzer J.W.P. Kinetic criteria of glass formation and the pressure dependence of the glass transition temperature // J. Chem. Phys. 2012. Vol. 136. 074512.
175. Shaffer, B.W. Thermoelastic Constitutive Equation for Chemically Hardening Materials / B.W. Shaffer, M. Lewitsky // Journal of Appl. Mech. – 1974. – Vol. 41, № 3. – P. 652-657.
176. Suwanpinij. P., N. Togobytska, C. Keul, W. Weiss, U. Prahl, D. Homberg, W.B. Phase Transformation Modeling and Parameter Identification from

- Dilatometric Investigations// Preprint, Weierstra-Institut für Angewandte Analysis and Stochastik, Berlin, Germany.-2008.- № 1306.- 14 p.
177. Tang Y.B., Y.Q. Liu, Sun C.H. , Cong H.T.. AlN Nanowires for Al-based Composites with High Strength and Low Thermal Expansion// J. Mater. Res.- 2007.- v. 22, № 10.- p. 2711-2718.
178. Tool A.Q. Effect of heat-treatment on the density and constitution of high-silica glasses of borosilicate type // J. Am. Ceram. Soc. – 1948. - № 31. - P.177.
179. Tool A.Q. Relation between inelastic deformability and thermal expansion of glass in its annealing range // J. Am. Ceram. Soc. 1946. Vol. 29, no. 9. P. 240-253.
180. Trufanov, A.N. Numerical analysis of residual stresses in preform of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers / A.N. Trufanov, O.Yu. Smetannikov, N.A. Trufanov // Optical Fiber Technology. – 2010. – Vol. 16, №3. – P. 156–161.
181. W.J. Coumans, D. Heikens. Dilatometer for Use in Tensile Tests// Polymer- 1980-v.21, №8.- p. 957-961.