

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И  
НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

«УТВЕРЖДАЮ»  
Проректор НИЯУ МИФИ  
д.т.н., профессор  
Каргин Николай Иванович

Каширское шоссе, д.31, г. Москва, 115409  
Тел. (499) 324-87-66, факс (499) 324-21-11  
<http://www.mephi.ru>

5 октября 2017г № 573/17  
На № 10-11/2451 от 26.10-17

### ОТЗЫВ

ведущей организации - федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
на диссертационную работу Петровского Константина Александровича «Математическая модель треугольного оболочечного спектрального конечного элемента высокого порядка и ее реализация в системе инженерного прочностного анализа», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Петровского Константина Александровича посвящена разработке математической модели треугольного оболочечного конечного элемента на основе метода спектральных элементов и разработке программ численного решения задач об определении напряженно-деформированного состояния оболочечной конструкции.

Актуальность темы исследования определяется тем, что оболочечные конструкции широко применяются в современной технике, в

частности, в ядерной энергетике (например, оболочки являются необходимой частью конструкции тепловыделяющих элементов). Разработка новых конструкционных материалов требует создания адекватных механических моделей и расчетных комплексов на их основе для оценки прочностных характеристик элементов конструкций из этих материалов. В ряде случаев необходимо учитывать релаксационные эффекты при эксплуатации и хранении этих изделий.

Анализ конечных элементов оболочек развит настолько, что иногда кажется, что любая сложная оболочка может быть точно проанализирована. На самом деле, однако, по-прежнему существует ряд нерешенных трудностей. Это связано с более точным моделированием оболочечных конструкций с учетом 3D-эффектов, разработкой еще более эффективных конечных элементов оболочки, в частности треугольных элементов, и численных методов для обеспечения оптимальности решений в конечных элементах.

Композиты и ламинаты находят все большее применение в современных технологиях и представляют собой важную область исследований. Их высокое отношение жесткости к весу является одной из причин многочисленных применений в строительстве, автомобильной промышленности, судостроении, аэрокосмических конструкциях и т.д. Композиты широко применяются в атомной промышленности, которая потребляет порядка трети всего производимого в России углеволокна, благодаря высокой прочности и легкости этого материала.

Ламинированные композиты представляют собой стек нескольких однонаправленных слоев с различными ориентациями основных направлений материала и свойств материала. Благодаря многослойности, механические свойства могут быть оптимизированы в соответствии с заданной нагрузкой путем изменения последовательности укладки, толщины каждого слоя, ориентации отдельных слоев или коэффициентов материала. Полученная неоднородность и анизотропия, которые являются основными отличиями композитов от традиционных материалов, требуют специальных методов численного моделирования.

Поэтому тема данного диссертационного исследования является актуальной.

**Новизна полученных результатов** заключается в следующем:

1. Предложена комплексная математическая модель, описывающая напряженно-деформированное состояние оболочки при конечных деформациях с учетом изменения толщины оболочечного элемента.

2. Модифицированы численные методы Симо и Фокса интерполяции направляющего вектора конечного оболочечного элемента с использованием спектральных интерполяционных функций.

3. Разработана математическая модель спектрального треугольного оболочечного конечного элемента высокого порядка с учетом геометрически точной процедуры обновления направляющего вектора.

4. Разработаны алгоритм и программный модуль, реализующие численные методы решения задач об определении напряженно-деформированного состояния оболочечной конструкции с помощью спектрального треугольного конечного элемента.

**Достоверность результатов работы** обеспечивается корректностью постановки задачи, использованием известных соотношений нелинейной теории упругости, применением известных численных методов. Результаты тестирования совпадают с аналитическими или с известными численными решениями.

**Практическая ценность работы** состоит в создании программного модуля, позволяющего решать задачи линейной и нелинейной теории упругости для однослойных и ламинатных оболочечных конструкций, используя конечные элементы высокого порядка. Полученные результаты в виде промышленного программного кода используются в САЕ-пакете Fidesys.

Для дальнейшей практической реализации результатов диссертации их целесообразно использовать в организациях, занимающихся расчетами напряженно-деформированного состояния оболочечных элементов конструкций, в том числе оболочек, изготовленных из композитных материалов.

**Общая характеристика работы.** Представленная на отзыв диссертация изложена на 124 страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 212 наименований, трех приложений.

Во введении дана общая характеристика работы, обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цели и задачи исследования. Обоснованы новизна, достоверность и практическая значимость результатов работы.

Первая глава диссертации посвящена исследованию методов и моделей, используемых при численном расчете напряженно-деформируемого состояния оболочечных конструкций. Дан обзор литературы по использованию МКЭ и МСЭ. Приводится краткое исследование математических моделей оболочечных конструкций, а также отмечаются положительные и отрицательные стороны существующих моделей.

Во второй главе изложен приводится механическая и математическая постановки задачи, записываются уравнения равновесия, приводятся кинематические соотношения, используемые при решении задач. Сформулирована вариационная постановка задачи для случая конечных деформаций. Приводятся формулы для описания функций формы треугольного оболочечного элемента.

Третья глава диссертационной работы посвящена описанию математической модели спектрального оболочечного элемента, описывается геометрия разработанного конечного элемента. Формулируется учет конечных поворотов для 7-параметрической модели аппроксимации перемещений оболочечного спектрального элемента. Дается описание модификации численных методов Симо и Фокса описания интерполяции направляющего вектора конечного оболочечного элемента. Приводятся модель анизотропных и ламинатных оболочек и алгоритм расчета композитных оболочек, состоящих из нескольких слоев.

В четвертой главе диссертационной работы приводится алгоритм итерационного процесса Ньютона-Рафсона, приводятся критерии сходимости итерационного процесса, используемые в программной реализации. Описывается алгоритм ассемблирования тангенциальной матрицы, адаптированный для параллельных вычислений. Дается описание алгоритма перестроения конечно-элементной сетки низкого порядка в сетку из спектральных треугольных оболочечных элементов. Выполнен сравнительный анализ скорости сходимости метода спектрального элемента и метода конечного элемента низкого порядка к аналитическому решению на примере задачи об изгибе свободно опертой круглой оболочки с отверстием в центре. Проведено численное моделирование деформирования давлением квадратной трехслойной ламинатной оболочки. Приводится численное решение задачи динамического деформирования конструкции из оболочек с помощью спектрального треугольного элемента. Решена численно задача о выдавливании цилиндрической оболочки со свободным концом.

В заключении представлены основные результаты и выводы диссертационной работы.

#### **Замечания по диссертации**

1. В диссертации не исследованы температурные деформации оболочек, учет которых важен при расчетах элементов конструкций в атомной энергетике.

2. В тексте диссертации присутствует опечатка на странице 10: неверно указано общее количество страниц диссертации, количество рисунков и используемых источников.



3. В п. 2.1. в формуле (2.7) диссертации в произведении  $F_{Kl} F_{Ll}$  нет повторяющегося индекса, что приводит к некорректному выражению.

4. В автореферате в списке публикаций по теме диссертации присутствует публикация «О программной реализации метода спектрального оболочечного конечного элемента для решения динамической задачи», которая отсутствует в аналогичном списке в тексте диссертации.

Данные замечания не снижают положительную оценку работы и не ставят под сомнение её высокое качество.

### **Заключение**

Диссертационная работа Петровского К.А. является законченным научным исследованием. Тема работы актуальна, диссертация обладает научной новизной, научной и практической значимостью.

Предложенная математическая модель оболочечного элемента обеспечивает хорошую основу для исследований в области больших деформаций с учетом гиперупругости или пластичности ортотропных материалов, которые встречаются в биоинженерии и формовке металлов.

Основные результаты работы опубликованы в ведущих российских и международных журналах. Автореферат и публикации соответствуют содержанию диссертационной работы.

Диссертационная работа соответствует требованиям ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор диссертации Петровский Константин Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» за разработку варианта математической модели треугольного оболочечного спектрального конечного элемента высокого порядка и ее программную реализацию.

Отзыв заслушан и утвержден в качестве официального отзыва ведущей организации на заседании кафедры компьютерного инженерного моделирования (№91) ИЯФиТ НИЯУ МИФИ, протокол № 2, от 22.11.2017.

Отзыв составил:  
д.т.н., профессор

Е. М. Морозов

Заведующий кафедрой компьютерного инженерного моделирования (№91) ИЯФиТ НИЯУ МИФИ, д.ф.-м.н.

А.А. Солдатов

Председатель совета по аттестации и подготовке научно-педагогических кадров д.ф.-м.н., профессор

Н.А. Кудряшов