

На правах рукописи



Галимзянова Ксения Наилевна

**ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
В ЗАДАЧАХ СО СФЕРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ**

01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор РАН, зав. лабораторией механики необратимого деформирования ФГБУН Института автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток
Ковтаниук Лариса Валентиновна

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией ФГБУН Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск
Шутов Алексей Валерьевич

кандидат технических наук, ведущий инженер научно-производственного бюро филиала АО «Компания «Сухой», КНААЗ им. Ю.А. Гагарина», г. Комсомольск-на-Амуре
Кривенок Антон Александрович

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань

Защита состоится «22» мая 2019 г. в 10:00 на заседании диссертационного совета Д 212.092.07, созданного на базе ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет», по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, д. 27.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет» и на сайте https://sovet.knastu.ru/diss_defense

Автореферат разослан «__» _____ 2019 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Григорьева А.Л.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Существует целый ряд конструкционных материалов, которые теряют свой прочностной ресурс при их интенсивном высокоскоростном и высокотемпературном формоизменении. В этом случае наиболее предпочтительным способом их обработки и в настоящее время наиболее перспективной технологией получения как крупногабаритных изделий, так и пространственных деталей малых размеров, но более сложной формы и высокой точности оказывается холодная формовка, когда большие необратимые деформации приобретаются за счет медленного процесса ползучести. Сложность в таком случае заключается еще и в том, что при воздействии на формуемый материал оснасткой в местах его контакта с ней (как концентратора напряжений) с необходимостью образуются пластические области. Их наличие существенно перераспределяет поле напряжений и, следовательно, непосредственно влияет на процесс ползучести в целом. То есть не учитывать их принципиально невозможно. Поскольку в подобных промышленных технологиях обработки материалов давлением (прокатка, волочение, штамповка и др.) материалы значительно изменяют форму, то они, следовательно, приобретают большие деформации. Расчетное прогнозирование процессов в подобных технологиях основано главным образом на жесткопластическом анализе, когда обратимыми деформациями по сравнению с необратимыми пренебрегают, а расчеты проводятся в скоростях без вычисления собственно деформаций. Неучет необходимо присутствующих в технологических операциях обратимых (упругих) деформаций категорически не устраивает технологическую практику, так как не учитываются исключительно важные эффекты: пружинение – упругий отклик после снятия оснастки (при разгрузке) и формирование остаточных напряжений, которые могут существенно снижать эксплуатационные характеристики металлоконструкций. Технологическая практика имеет в своем распоряжении ряд приемов (отпуск, отжиг, закаливание, ковка и др.) снижения уровня остаточных напряжений, но в настоящее время совершенствование режимов этих процессов основывается главным образом на натуральных экспериментах. Поэтому развитие средств математического моделирования является **актуальной задачей** как для расчета оптимальных параметров процессов интенсивного деформирования, так и для понимания их качественных особенностей.

Степень разработанности темы исследования. Эффекты ползучести в обработке материалов давлением, усталостной прочности материалов изучались неоднократно и достаточно подробно (Арутюнян Н.Х., Горелов В.И., Малинин Н.Н., Никитенко А.Ф., Работнов Ю.Н., Ржаницын А.Р., Самарин А.П., Соснин О.В., Шестериков С.А., Distefano J.N., Kraus H., Odqvist F.K.G., Struik L.C.E и др.). Теория остается современной и интенсивно развивающейся (Астафьев В.И., Бормотин К.С., Горев Б.В., Коробейников С.Н., Куликов И.С., Локощенко А.М., Радаев Ю.Н., Радченко В.П., Олейников А.И., Цвелодуб И.Ю., Чигарев А.В. и др.). Предпринимаются попытки учесть сопутствующие процессы (пластические, температурные, фазовые, радиационные и др.), создаются новые приближенные методы расчетов. Предлагаются модели и решения задач теории больших

обратимых и необратимых деформаций (Бегун А.С., Буренин А.А., Быковцев Г.И., Голованов А.И., Грешнов В.М., Давыдов Р.Л., Еникеев Ф.У., Ковтанюк Л.В., Левитас В.И., Маркин А.А., Панченко Г.Л., Роговой А.А., Султанов Л.У., Трусов П.В.). Здесь на примере сферически симметричной задачи рассматривается последовательный процесс производства необратимых деформаций первоначально за счет ползучести и далее пластического течения и наоборот при разгрузке.

Целью исследования является постановка и решение краевых задач о деформировании сферического слоя при его всестороннем сжатии в условиях, когда необратимые деформации накапливаются в условиях ползучести и пластического течения, с последующей разгрузкой, расчетом сформированных таким способом остаточных напряжений и изучением их релаксации после полной разгрузки.

Для достижения поставленной цели предполагается решение следующих **задач**:

1. Постановка и решение краевой задачи о нагрузке и разгрузке сферического упругопластического слоя в условиях всестороннего гидростатического сжатия. Исследование возникновения и развития пластического течения в материале с накопленными деформациями ползучести, определение продвигающейся упругопластической границы при нагрузке. Изучение торможения течения при разгрузке в условиях уменьшающегося давления, вычисление деформаций, перемещений, напряжений на всех этапах процесса деформирования, включая релаксацию напряжений после полного снятия нагрузки.

2. Постановка и решение задачи о нагрузке и разгрузке сферического слоя в случае, когда вязкие свойства материала проявляются как в процессах, предваряющих пластическое течение, так и при пластическом течении (вязкопластичность). Определение закономерностей продвижения упругопластической границы при нагрузке и разгрузке, вычисление деформаций, перемещений, напряжений, исследование релаксации напряжений после полного снятия нагрузки.

3. Постановка и решение краевой задачи теории больших деформаций материалов с упругими, пластическими и вязкими свойствами о динамике границы микропоры в условиях всестороннего гидростатического сжатия.

4. Разработка алгоритмов и программ расчетов напряжённо-деформированных состояний материалов в указанных случаях.

К **основным научным результатам** работы относятся:

- решение краевой задачи теории малых деформаций о деформировании упругопластического слоя при его всестороннем гидростатическом сжатии в условиях ползучести и пластического течения;
- решение аналогичной задачи при учете вязких свойств материала, как на стадии, предваряющей течение и при разгрузке (ползучесть), так и в условиях пластического течения;
- рассчитанные параметры динамики границы микропоры в упруговязкопластическом материале и распределение остаточных напряжений в ее окрестности;

- согласование потенциалов пластичности и ползучести на продвигающихся упругопластических границах;
- разработанные методы решения задач с неизвестными движущимися упругопластическими границами.

Научная новизна результатов, полученных в диссертации, обусловлена постановками и решениями новых краевых задач теории и малых, и больших деформаций материалов в рамках нового подхода к описанию накопления деформаций ползучести и пластичности с предложенными методами их решения.

Достоверность полученных результатов базируется на использовании классических подходов неравновесной термодинамики и механики сплошных сред. Используемая математическая модель больших упруговязкопластических деформаций может считаться достаточно апробированной; из нее в частном случае при переходе к малым деформациям следуют соотношения классической модели типа Прандтля – Рейса. При решении конкретных краевых задач дополнительные гипотезы не использовались, применяемые численноаналитические процедуры являются общепризнанными.

Практическая значимость результатов. Полученные в диссертации результаты имеют важное практическое значение для математического моделирования процесса холодной формовки и формирования полей остаточных напряжений. Появляется расчетная возможность оценки упругого последействия при полной разгрузке изделий, что позволяет оптимизировать технологические приемы (отпуск, отжиг и др.) снятия остаточных напряжений.

Апробация результатов диссертации.

Результаты диссертации были представлены на следующих научных конференциях:

- Региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, в рамках студенческой научно-практической конференции «Дни науки-2016», 15 – 30 апреля 2016 г., Владивосток, Россия;
- 3rd FEFU SNS students, master's degree students and postgraduate students scientific-practical conference in English , 25 апреля – 08 мая 2016 г., Vladivostok, Russia;
- Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», 18 – 20 декабря 2016 г., ВГУ, г. Воронеж, Россия;
- Региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, 11 – 30 апреля 2017 г., ДВФУ, г. Владивосток, Россия;
- XX Юбилейная Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам. 24 – 31 мая 2017 г., Алушта, Россия;
- II Дальневосточная школа-семинар «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций», 11 – 15 сентября 2017 г., ИМиМ ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия;

- XII Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018) 24 – 31 мая 2018 г., Алушта, Россия;
- III Дальневосточная школа-семинар «Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций», 18 – 21 сентября 2018 г., ИМиМ ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия;
- IX Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», 17 – 19 декабря 2018 г., Воронеж, Россия.

Диссертация в целом докладывалась на научном семинаре в ИМиМ ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре) и объединённом научном семинаре отдела механики сплошных сред в ИАПУ ДВО РАН (г. Владивосток).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 печатных работ, 3 из которых изданы в ведущих рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК (в том числе 1 статья в издании, входящем в международную систему цитирования Web of Science), 11 в сборниках трудов и материалах конференций регионального, всероссийского и международного уровня.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы (наименований). Общий объем работы – 94 страницы, в том числе 50 рисунков, включенных в текст.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во *введении* приводится обзор литературы, посвященный моделям деформаций материалов, обладающих упругими, пластическими и вязкими свойствами. На основе проведенного литературного обзора сформулированы цель и задачи диссертации.

В *первой главе* приводятся соотношения используемой модели больших упруговязкопластических деформаций. Следует отметить, что модель, совместно учитывающая кроме взаимовлияния обратимых и необратимых деформаций, еще и возможность пластического течения в условиях неустановившейся ползучести материалов, была предложена недавно [1, 2]. В ее основу положена модель больших упругопластических деформаций, предложенная в работах А.А. Буренина, Г.И. Быковцева, Л.В. Ковтанюк, В.П. Мясникова и А.В. Шитикова. Модель включает в себя совместный учет обратимых и необратимых деформаций в термомеханических процессах, но при этом является максимально простой и конкретной, не включает в себя большое количество опытно определяемых новых функций и постоянных, наиболее полно сохраняет привычные представления классических моделей и при этом допускает возможность ставить и решать задачи.

1. С.В. Белых, К.С. Бормотин, А.А. Буренин, Л.В. Ковтанюк, А.Н. Прокудин. О больших изотермических деформациях материалов с упругими, вязкими и пластическими свойствами //Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2014. № 4(22). С. 145–157.

2. Бегун А.С., Буренин А.А., Ковтанюк Л.В. Большие необратимые деформации в условиях изменяющихся механизмов их производства и проблема задания пластических потенциалов //Доклады академии наук. 2016. Т. 470. №3. С. 275 – 278. DOI: 10.7868/S0869565216270086

В §1.1 строится кинематика больших упругопластических деформаций. В прямоугольной системе пространственных декартовых координат Эйлера x_i разделение тензора полных деформаций Альманси на обратимую e_{ij} и необратимую p_{ij} составляющие задается зависимостью

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2} e_{is} e_{sj} - e_{ik} p_{kj} - p_{ik} e_{kj} + e_{ik} p_{ks} e_{sj}. \quad (1)$$

Тензоры обратимых и необратимых деформаций определяются дифференциальными уравнениями их изменения (переноса) вида

$$\begin{aligned} \frac{De_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij} - \gamma_{ij} - \frac{1}{2} ((\varepsilon_{ik} - \gamma_{ik} + z_{ik}) e_{kj} + e_{ik} (\gamma_{kj} - \varepsilon_{kj} - z_{kj})), \\ \frac{Dp_{ij}}{Dt} &= \gamma_{ij} - p_{ik} \gamma_{kj} - \gamma_{ik} p_{kj}, \quad \frac{Dn_{ij}}{Dt} = \frac{dn_{ij}}{dt} - r_{ik} n_{kj} + n_{ik} r_{kj}, \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad v_i = \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_{i,j} v_j, \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$r_{ij} = w_{ij} + z_{ij} (e_{ks}, \varepsilon_{ks}), \quad w_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}),$$

$$z_{ij} = A^{-1} [(\varepsilon_{ik} e_{kj} - e_{ik} \varepsilon_{kj}) B^2 + B(\varepsilon_{ik} e_{ks} e_{sj} - e_{ik} e_{ks} \varepsilon_{sj}) + e_{ik} \varepsilon_{ks} e_{st} e_{ij} - e_{ik} e_{ks} \varepsilon_{st} e_{ij}],$$

$$A = 8 - 8E_1 + 3E_1^2 - E_2 - \frac{1}{3} E_1^3 + \frac{1}{3} E_3, \quad B = 2 - E_1, \quad E_1 = e_{kk}, \quad E_2 = e_{ij} e_{ji}, \quad E_3 = e_{ij} e_{jk} e_{ki},$$

где u_i и v_i – компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды, γ_{ij} – компоненты тензора скоростей необратимых деформаций, r_{ij} – тензор вращений, z_{ij} – его нелинейная составляющая, $\frac{D}{Dt}$ – оператор используемой объективной производной, приведенной для произвольного тензора n_{ij} . Когда γ_{ij} в уравнении переноса тензора p_{ij} равны нулю, компоненты тензора p_{ij} изменяются так же, как при повороте системы координат, или, что то же, как при движении среды без деформирования.

В §1.2, следуя законам термодинамики, определяются связь между напряжениями и деформациями в областях обратимого и необратимого деформирования, приводятся уравнения баланса энтропии. Принимается гипотеза о независимости термодинамического потенциала (свободной энергии) от необратимых деформаций.

В этом случае в качестве отмеченного следствия записаны аналоги формулы Мурнагана (здесь приведем ее для несжимаемой среды)

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}} (\delta_{kj} - e_{kj}), \quad (3)$$

где p – добавочное гидростатическое давление, $W = W(e_{ij})$ – упругий потенциал.

Конкретизация общих зависимостей предыдущих параграфов проведена в §1.3 и она связана с заданием консервативного (упругого потенциала) и диссипативного (вязкопластического) механизмов деформирования. Полагая среду изотропной, упругий потенциал зададим в форме

$$W = (a - \mu)J_1 + aJ_2 + bJ_1^2 - \kappa J_1 J_2 - \zeta J_1^3 + \dots \quad (4)$$

В (4) μ – модуль сдвига, a, b, κ, ζ – упругие модули, которые могут быть определены экспериментально.

Разделить необратимые деформации на деформации пластичности и ползучести однозначно невозможно из-за отсутствия геометрических и кинематических предпосылок для этого. Дифференциальный подход, используемый в модели, позволяет это сделать однозначно.

Диссипативный механизм деформирования, определяющий накопление необратимых деформаций, связан с пластическими и реологическими свойствами материалов. Для его конкретизации необходимо задать скорости роста необратимых деформаций γ_{ij} в зависимости от напряжений в среде. Далее будем считать, что вязкие свойства среды проявляются на всех этапах процесса деформирования, необратимые деформации p_{ij} могут быть и деформациями ползучести, и пластическими деформациями и необратимые деформации накапливаются в материале непосредственно с начала процесса деформирования. Таким образом, в уравнениях переноса необратимые деформации p_{ij} не разделяются на свои составляющие. Их различие связано с разными механизмами накопления. В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести или, где пластическое течение происходило, но прекратилось

$$\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v,$$

где ε_{ij}^v – скорость деформаций ползучести. Соответствующий диссипативный механизм деформирования зададим, введя потенциал $V(\sigma_{ij})$ в форме степенного закона ползучести Нортона

$$V(\sigma_{ij}) = B \Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \Sigma = \sqrt{\frac{3}{2}((\sigma_1 - \sigma)^2 + (\sigma_2 - \sigma)^2 + (\sigma_3 - \sigma)^2)}^{1/2}, \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Здесь постоянные B и n являются параметрами ползучести материала.

Когда напряженное состояние в материале достигает поверхности нагружения, диссипативный механизм деформирования меняется, появляется область пластического течения. В таком случае

$$\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p,$$

где ε_{ij}^p – скорость пластических деформаций. Не разделяя необратимые деформации на составляющие, считаем, что накопленные к моменту начала пластического течения необратимые деформации ползучести (5), являются начальными значениями для накапливающихся далее в области течения пластических деформаций. Такой подход в случае учета вязких свойств среды при пластическом течении требует и совпадения скоростей необратимых деформаций при изменении механизма деформирования с вязкого на пластический.

В области пластического течения связь скоростей необратимых деформаций с напряжениями согласно принципу максимума Мизеса устанавливается ассоциированным законом пластического течения

$$\alpha_{ij} = \xi \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) = 0, \quad \xi > 0, \quad \alpha_{ij} = \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^{v_0}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{ij}^{v_0}$ – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести в момент начала пластического течения.

С целью учета вязких свойств среды при пластическом течении в качестве пластического потенциала будем использовать условие пластичности Мизеса

$$f(\sigma_{ij}) = (s_{ij} - \eta \alpha'_{ij})(s_{ji} - \eta \alpha'_{ji}) - \frac{8}{3} k^2, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha \delta_{ij}, \quad (7)$$

$$\alpha'_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{1}{3} \alpha_{kk} \delta_{ij},$$

где k , η – постоянные материала (предел текучести и вязкость соответственно). Для упругопластической среды условие (7) принимает вид

$$f(\sigma_{ij}) = s_{ij} s_{ji} - \frac{8}{3} k^2. \quad (8)$$

Во второй главе в рамках теории малых деформаций, используя приведенный выше подход к учету как деформаций ползучести, так и деформаций при пластическом течении, получено решение краевой задачи о нагрузке и разгрузке вязкоупругопластического материала, занимающего слой между двумя сферическими поверхностями и нагружаемого давлением на его внешней поверхности.

Постановка и решение задачи до начала пластического течения, т.е. когда накопление необратимых деформаций связано только с процессом ползучести, описаны в §2.1. Слой материала, ограниченный сферическими поверхностями $r = r_0$ и $r = R$ ($r_0 < R$), находится в условиях всестороннего гидростатического сжатия

$$\sigma_{rr} |_{r=R} = -p(t), \quad \sigma_{rr} |_{r=r_0} = 0. \quad (9)$$

В соотношениях (9) $p(t)$ – задаваемая функция, σ_{rr} – радиальная компонента тензора напряжений в сферической системе координат r, θ, φ . Для компонент вектора перемещений $u = u_r$, тензоров малых полных d_{ij} , обратимых e_{ij} , необратимых p_{ij} деформаций и напряжений σ_{ij} имеем

$$d_{rr} = e_{rr} + p_{rr} = \partial u / \partial r, \quad d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi} = e_{\varphi\varphi} + p_{\varphi\varphi} = u / r, \quad (10)$$

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu)e_{rr} + 2\lambda e_{\varphi\varphi}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \lambda e_{rr} + 2(\lambda + \mu)e_{\varphi\varphi}.$$

Для потенциала (5) и скоростей деформаций ползучести получаем

$$V(\sigma_{ij}) = 2^{-n/2} B \left((\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\theta\theta})^2 \right)^{n/2},$$

$$\varepsilon_{rr}^v = \frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -2\varepsilon_{\varphi\varphi}^v = -2 \frac{\partial p_{\varphi\varphi}}{\partial t} = Bn(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^{n-1}, \quad \varepsilon_{rr}^v + 2\varepsilon_{\varphi\varphi}^v = 0, \quad p_{rr} + 2p_{\varphi\varphi} = 0. \quad (11)$$

Используя зависимости (10), (11) и уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0, \quad (12)$$

получим соотношение, справедливое во всем процессе деформирования не зависимо от типа накапливаемой необратимой деформации

$$p_{rr} = -\frac{\lambda + 2\mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) - \frac{2c(t)}{r^3(3\lambda + 2\mu)}. \quad (13)$$

Из уравнения равновесия (12) с учетом (13) и граничных условий (9) найдем напряжение $\sigma_{rr}(r, t)$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \int_{r_0}^r \frac{p_{rr}}{r} dr + \frac{4\mu c(t)}{3(\lambda + 2\mu)} \left(\frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{r^3} \right), \\ c(t) &= -\frac{3r_0^3 R^3}{2(R^3 - r_0^3)} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} p(t) + (3\lambda + 2\mu) \int_{r_0}^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Используя (11) и (13), получим интегро-дифференциальное уравнение для компоненты необратимых деформаций $p_{rr}(r, t) = -2p_{\varphi\varphi}$

$$\frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = Bn \left(-\frac{\mu}{\lambda + 2\mu} \left((3\lambda + 2\mu) p_{rr} + \frac{2c(t)}{r^3} \right) \right)^{n-1}. \quad (15)$$

Решение интегро-дифференциального уравнения (15) при начальном условии $p_{rr}(r, 0) = 0$ (так же, как и далее аналогичных уравнений и систем уравнений) было получено методом конечных разностей. По известным значениям напряжений (13) и (14) из выражений (10) получаем компоненты упругих деформаций и распределение перемещений по сферическому слою.

При дальнейшем возрастании функции $p(t)$ в момент времени $t = t_0$ на внутренней сферической поверхности выполнится условие пластичности (8) в форме $\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = 2k$. С момента времени $t = t_0$ до задаваемого момента времени $t = t_1$, в который нагружающее давление перестает увеличиваться, от поверхности $r = r_0$ развивается область пластического течения $r_0 \leq r \leq m(t)$, а область $m(t) \leq r \leq R$ остается областью с деформациями упругости и ползучести. Граница $r = m(t)$ является движущейся границей области пластического течения. Решение задачи о развивающемся пластическом течении приведено в § 2.2.

Из уравнения равновесия с учетом условий (8) и (9) найдем компоненты напряжений в области пластического течения

$$\sigma_{rr} = -4k \ln \frac{r}{r_0}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = -2k \left(2 \ln \frac{r}{r_0} + 1 \right). \quad (16)$$

Выражение для напряжения σ_{rr} в области $m(t) \leq r \leq R$ следует из зависимостей (13), (14) и первого условия (9)

$$\sigma_{rr} = -\frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \int_r^R \frac{p_{rr}}{r} dr - \frac{4\mu c(t)}{3(\lambda + 2\mu)} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right) - p(t). \quad (17)$$

В области $m(t) \leq r \leq R$, как и ранее, выполняется интегро-дифференциальное уравнение (15), в котором с учетом равенства компонент напряжений (16) и (17) на упругопластической границе $r = m(t)$

$$c(t) = -\frac{3m^3 R^3}{2(R^3 - m^3)} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} p(t) - \frac{2k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \ln \frac{m}{r_0} + (3\lambda + 2\mu) \int_m^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right). \quad (18)$$

Соотношение для p_{rr} в области $r_0 \leq r \leq m(t)$ следует из (13) и условия пластического течения (8)

$$p_{rr} = -\frac{2}{3\lambda + 2\mu} \left(\frac{c(t)}{r^3} + \frac{k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \right). \quad (19)$$

Уравнения (19), в котором $r = m(t)$, и (15) образуют систему относительно неизвестных функций $p_{rr}(r, t)$ в области $m(t) \leq r \leq R$ и $m(t)$.

Распределение необратимых деформаций p_{rr} и $p_{\varphi\varphi}$ по слою в момент времени $\tau_1 = 0.02$ показано на рис. 1 ($\tau = \alpha t / \mu$). Рис. 2 и рис. 3 иллюстрируют распределения обратимых деформаций e_{rr} и $e_{\varphi\varphi}$ и напряжений σ_{rr} / μ и $\sigma_{\varphi\varphi} / \mu$ по слою в тот же момент времени. Здесь и далее радиальные компоненты показаны сплошной линией, окружные – пунктирной.

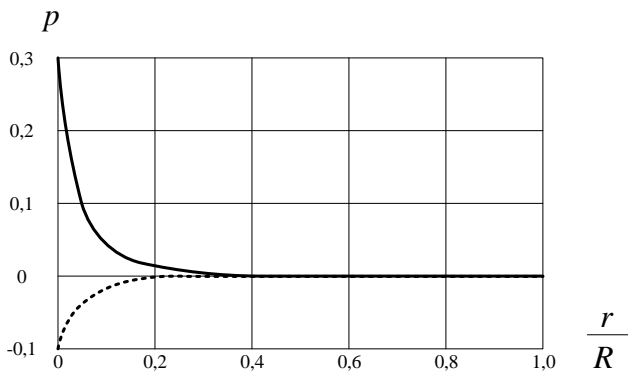


Рис. 1. Компоненты необратимых деформаций

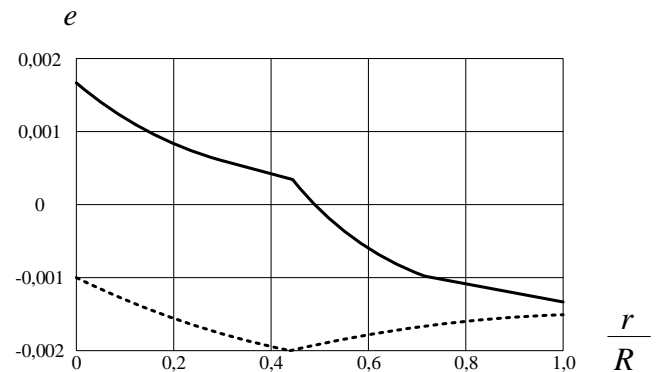


Рис. 2. Компоненты обратимых деформаций

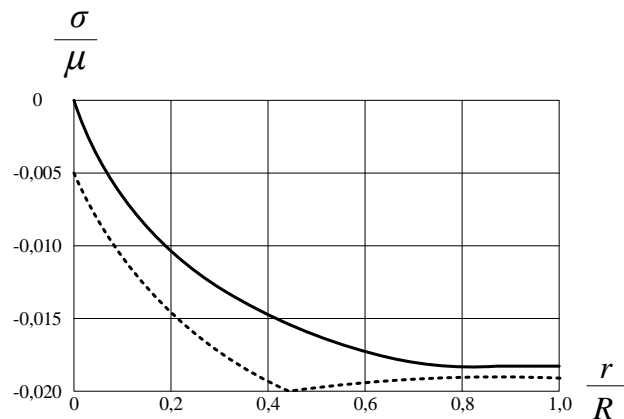


Рис. 3. Компоненты напряжений при нагрузке

Задача, когда пластическое течение продолжается при постоянном давлении, а также разгрузка среды рассмотрены в §2.3.

С момента времени $t = t_1 > t_0$ давление $p(t)$ полагаем постоянным, в области $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ продолжается пластическое течение, в области $m_1(t) \leq r \leq m(t_1)$ начинается разгрузка, а в области $m(t_1) \leq r \leq R$ по-прежнему происходит вязкоупругое деформирование. Новая граница $r = m_1(t)$ отделяет уменьшающуюся область пластического течения от области, в которой необратимые деформации теперь накапливаются за счет процесса ползучести. Расчеты показали, что скорость продвижения границы $r = m_1(t)$ по среде близка к нулю.

В областях $m_1(t) \leq r \leq m(t_1)$ и $m(t_1) \leq r \leq R$ выполняется интегро-дифференциальное уравнение (15) с функцией

$$c(t) = -\frac{3m_1^3 R^3}{2(R^3 - m_1^3)} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} p(t) - \frac{2k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \ln \frac{m_1}{r_0} + (3\lambda + 2\mu) \int_{m_1}^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right). \quad (20)$$

Компонента необратимых деформаций p_{rr} в области $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ вычисляется из соотношения (19). Как и ранее, получаем систему уравнений (19), в которой $r = m_1(t)$, и (15) относительно неизвестных функций $m_1(t)$ и $p_{rr}(r, t)$ в областях $m_1(t) \leq r \leq m(t_1)$, $m(t_1) \leq r \leq R$.

С момента времени $t = t_2 > t_1$ давление $p(t)$ уменьшаем, что приводит к разгрузке сферического слоя. Таким образом, начиная с момента времени $t = t_2$, пластическое течение прекращается во всем слое и приращение необратимых деформаций в областях $r_0 \leq r \leq m_1(t_2)$, $m_1(t_2) \leq r \leq m(t_1)$ и $m(t_1) \leq r \leq R$ связано только с процессом ползучести. Уравнение (15) для необратимых деформаций p_{rr} теперь выполняется во всем сферическом слое, в котором функция $c(t)$ и компоненты напряжений определяются из (13) и (14).

Разность напряжений на внутренней границе слоя $r = r_0$ уменьшается, в момент времени $t = t_3 > t_2$ обратится в ноль и далее растет по абсолютной величине, оставаясь отрицательной. Сферический слой разден на две области с разным знаком разности напряжений. Поэтому согласно (11) имеем

$$\varepsilon_{rr}^v = \frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -2\varepsilon_{\varphi\varphi}^v = Bn |\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}|^{n-2} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}). \quad (21)$$

С учетом (21) уравнение (15) для p_{rr} переписывается в следующем виде:

$$\frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -\frac{Bn\mu^{n-1}}{(\lambda + 2\mu)^{n-1}} \left((3\lambda + 2\mu)p_{rr} + \frac{2c(t)}{r^3} \right) \left| (3\lambda + 2\mu)p_{rr} + \frac{2c(t)}{r^3} \right|^{n-2}. \quad (22)$$

В процессе разгрузки напряженное состояние может снова достигать поверхности нагружения $\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = -2k$ при $r = r_0$ в момент времени $t = t_4 > t_3$.

Распределения обратимых деформаций e_{rr} и $e_{\varphi\varphi}$ и напряжений σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ в момент времени $\tau_4 = 0.05404$ показаны на рис. 4 и рис. 5 соответственно.

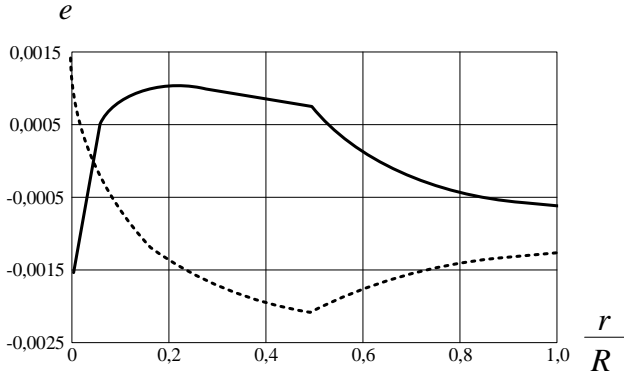


Рис. 4. Упругие деформации при разгрузке

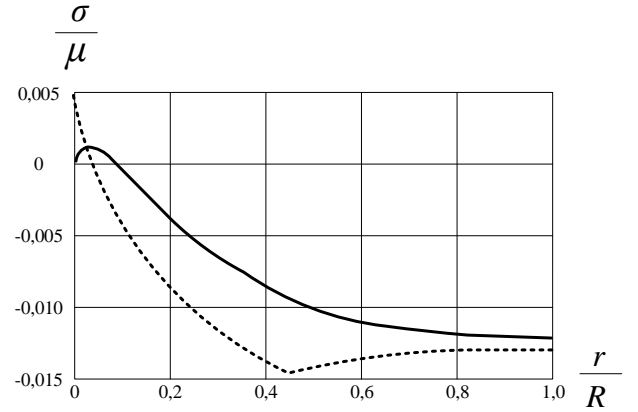


Рис. 5. Распределение напряжений при разгрузке

При дальнейшем уменьшении $p(t)$ от границы $r = r_0$ развивается область повторного пластического течения $r_0 \leq r \leq m_2(t)$, которое изучается в §2.4. В областях $m_2(t) \leq r \leq m_1(t_2)$, $m_1(t_2) \leq r \leq m(t_1)$ и $m(t_1) \leq r \leq R$ материал деформируется вязкоупруго, где $r = m_2(t)$ – движущаяся граница области повторного пластического течения.

Учитывая, что во всей области $r_0 \leq r \leq m_2(t)$ выполняется условие $\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = -2k$, интегрированием уравнения равновесия при втором краевом условии из (2) найдем компоненты напряжений и необратимую деформацию

$$\sigma_{rr} = 4k \ln \frac{r}{r_0}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2k \left(2 \ln \frac{r}{r_0} + 1 \right), \quad p_{rr} = -\frac{2}{3\lambda + 2\mu} \left(\frac{c(t)}{r^3} - \frac{k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \right). \quad (23)$$

В областях $m_2(t) \leq r \leq m_1(t_2)$, $m_1(t_2) \leq r \leq m(t_1)$ и $m(t_1) \leq r \leq R$ продолжает выполняться интегро-дифференциальное уравнение (22), в котором

$$c(t) = -\frac{3m_2^3 R^3}{2(R^3 - m_2^3)} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} p(t) + \frac{2k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \ln \frac{m_2}{r_0} + (3\lambda + 2\mu) \int_{m_2}^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right). \quad (24)$$

Система уравнений (22) и (23), где $r = m_2(t)$, является системой относительно неизвестных функций $m_2(t)$ и $p_{rr}(r, t)$ в областях $m_2(t) \leq r \leq m_1(t_2)$, $m_1(t_2) \leq r \leq m(t_1)$ и $m(t_1) \leq r \leq R$. Положение упругопластической границы $r = m_2(t)$ однозначно связано с уменьшающимся внешним давлением. При полной разгрузке (внешнее давление $p(t) = 0$ при $t = t_k$) в соотношениях, задающих остаточные напряжения и деформации, $c(t)$ принимает форму

$$c(t) = -\frac{3m_2^3 R^3}{2(R^3 - m_2^3)} \left(\frac{2k(\lambda + 2\mu)}{\mu} \ln \frac{m_2}{r_0} + (3\lambda + 2\mu) \int_{m_2}^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right).$$

С момента времени $t = t_k$ пластическое течение прекращается и дальнейшее изменение необратимых деформаций связано с процессом ползучести во всем слое.

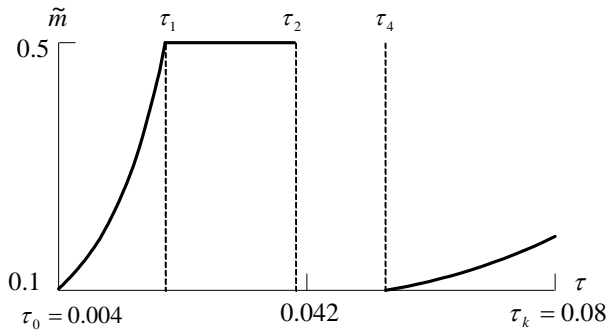


Рис. 6. Изменение упругопластических границ

Изменение упругопластических границ $\tilde{m} = m/R$ от времени $\tau = \alpha t/\mu$ представлено на рис. 6.

Компоненты остаточных напряжений σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ в процессе их релаксации после снятия нагружающих усилий от $\tau_k = 0.08$ (сплошные линии) до $\tau = 100$ (штриховые линии) показаны на рис. 7.

При проведении расчетов использовалась линейная функция давления

$$p(t) = \begin{cases} \alpha t, & 0 \leq t < t_1, \\ \alpha t_1, & t_1 \leq t < t_2, \\ \alpha t_1 - \beta(t - t_2), & t_2 \leq t \leq t_k = \alpha t_1 / \beta + t_2 \end{cases} \quad (25)$$

Полученные результаты на графиках приведены при следующих значениях постоянных

$$n = 3, \quad Bn\mu^3/\alpha = 3.5, \quad \lambda/\mu = 3.9, \quad r_0/R = 0.1, \quad k/\mu = 0.0026, \quad \beta/\alpha = 0.5. \quad (26)$$

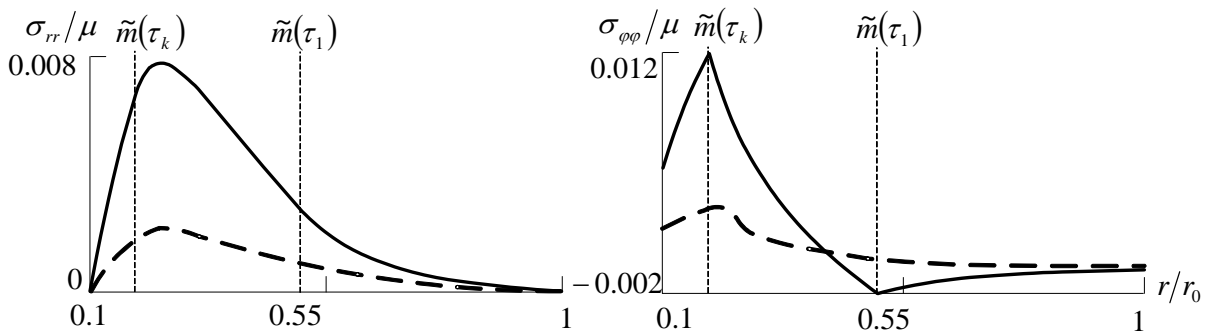


Рис. 7. Распределения компонент напряжений

В третьей главе решение краевой задачи о вязкопластическом течении материала сферического слоя с предварительно накопленными необратимыми деформациями ползучести рассмотрено для случая, когда вязкие свойства учитываются как на стадии, предшествующей пластическому течению, так и на стадии пластического течения.

В §3.1 рассматривается деформирование в условиях ползучести сферического слоя материала, ограниченного поверхностями $r = r_0$ и $r = R$ ($r_0 < R$) и находящегося в условиях всестороннего гидростатического сжатия. При увеличении функции давления $p(t)$ остаются верными соотношения второй главы. Данное решение

справедливо до момента времени $t = t_0$, начиная с которого от внутренней границы $r = r_0$ сферического слоя развивается область вязкопластического течения. Условие его возникновения в рассматриваемом случае примет вид $(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})|_{r=r_0, t=t_0} = 2k$.

В §3.2 изучается вязкопластическое течение материала слоя с момента времени $t = t_0$ в области $r_0 \leq r \leq m(t)$, при этом в области $m(t) \leq r \leq R$ по-прежнему происходит вязкоупругое деформирование. Граница $r = m(t)$, разделяющая данные области, является движущейся границей области вязкопластического течения. С учетом условия пластичности (7), учитывающем в отличие от второй главы вязкое сопротивление течению, интегро-дифференциальное уравнение для компоненты необратимых деформаций $p_{rr}(r, t) = -2p_{\varphi\varphi}$ в области вязкопластического течения $r_0 \leq r \leq m(t)$ принимает вид

$$\frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -\frac{2\mu}{3\eta(\lambda + 2\mu)} \left((3\lambda + 2\mu)p_{rr} + \frac{2c(t)}{r^3} \right) - \frac{4k}{3\eta} + Bn2^{n-1}k^{n-1}. \quad (27)$$

В области $m(t) \leq r \leq R$ по-прежнему выполняется уравнение (15). Решение системы интегро-дифференциальных уравнений проводилось с линейной функцией давления (25).

В интервале $[t_1 > t_0, t_2]$, когда функция $p(t)$ полагается постоянной, в области $r_0 \leq r \leq m(t)$ вязкопластическое течение продолжается, а в области $m(t) \leq r \leq R$ по-прежнему происходит вязкоупругое деформирование.

Распределения необратимых деформаций p_{rr} и $p_{\varphi\varphi}$ по слою в моменты времени $\tau_1 = 0.1$ и $\tau_2 = 0.2$ показаны на рис. 8. Рис. 9 и 10 иллюстрируют распределения обратимых деформаций e_{rr} и $e_{\varphi\varphi}$ и напряжений σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ по слою в момент времени τ_2 . Результаты приведены для постоянных (26) и $\mu^2/(\beta\eta) = 0.178$.

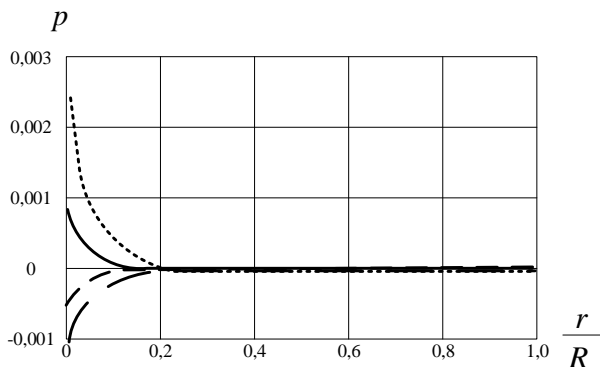


Рис. 8. Компоненты необратимых деформаций p_{rr} и $p_{\varphi\varphi}$

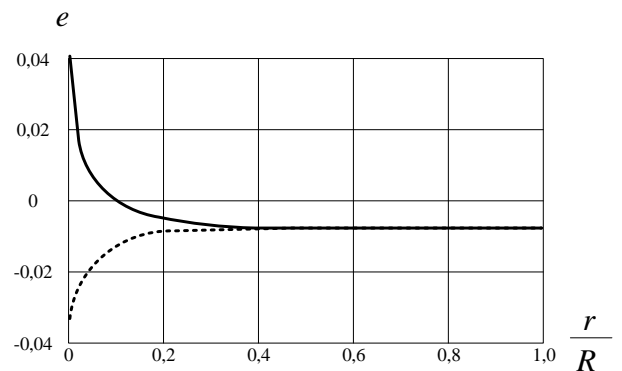


Рис. 9. Компоненты обратимых деформаций e_{rr} и $e_{\varphi\varphi}$

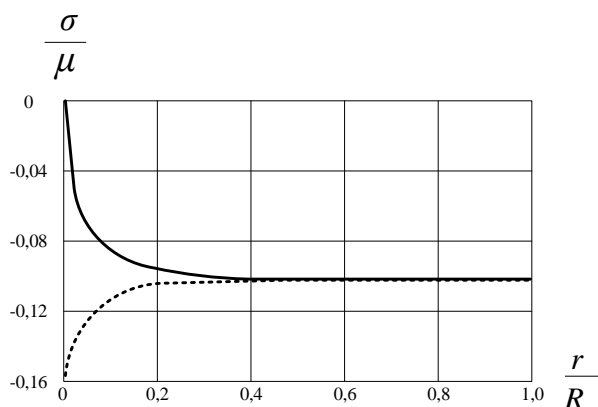


Рис. 10. Компоненты напряжений при нагрузке

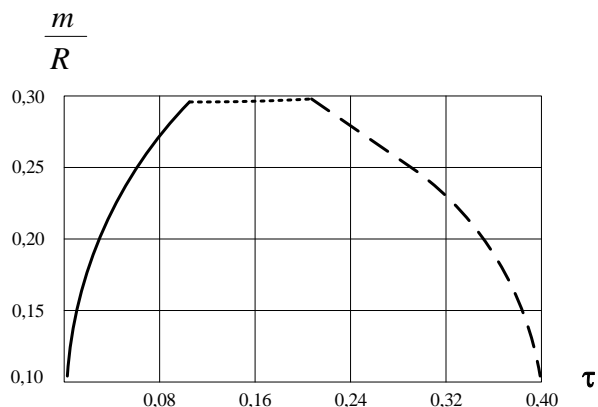


Рис. 11. Изменение упругопластических границ с течением времени

В §3.3 рассматривается разгрузка среды. С момента времени $t = t_2 > t_1$ давление $p(t)$ начинает уменьшаться. Такое изменение в режиме нагружения приводит к следующему: в области $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ продолжится вязкопластическое течение, появляется новая область разгрузки $m_1(t) \leq r \leq m(t_2)$, в области $m(t_2) \leq r \leq R$ по-прежнему будет происходить вязкоупругое деформирование. Таким образом, $r = m_1(t)$ – новая граница уменьшающейся области вязкопластического течения. Начиная с момента времени $t = t_2$, приращение необратимых деформаций в областях $m_1(t) \leq r \leq m(t_2)$ и $m(t_2) \leq r \leq R$ связано только с процессом ползучести.

В расчетный момент времени $t = t_3 > t_2$ упругопластическая граница $r = m_1(t)$ достигнет внутренней поверхности $r = r_0$ сферического слоя. То есть останется две области вязкоупругого деформирования: $r_0 \leq r \leq m(t_2)$ и $m(t_2) \leq r \leq R$. В момент времени $t = t_k$ давление $p(t)$ станет равным нулю.

На рис. 11 представлены графики изменения упругопластических границ в зависимости от безразмерного времени τ : m/R – сплошной линией во временном промежутке $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_1$, m/R – пунктирной линией во временном промежутке $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$ и m_1/R – штриховой линией во временном промежутке $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3$. Графики перемещений u/R в момент времени τ_3 сплошной линией и в конечный момент времени $\tau_k = 0.4$ пунктирной линией представлены на рис. 12. На рис. 13 и рис. 14 показаны распределения остаточных напряжений в процессе их релаксации после снятия нагружающих усилий с момента времени τ_k (сплошной линией) до $\tau_5 = 200$ (пунктирной линией).

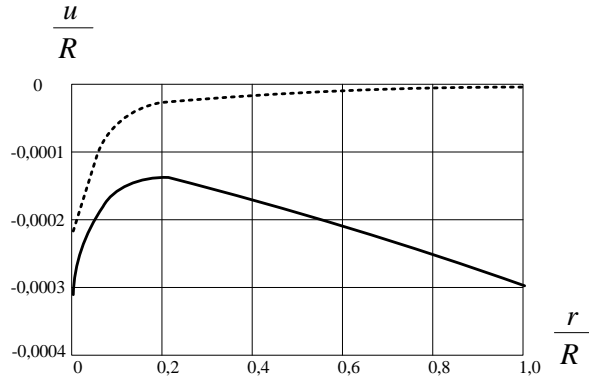


Рис. 12. Распределения перемещений в разные моменты времени

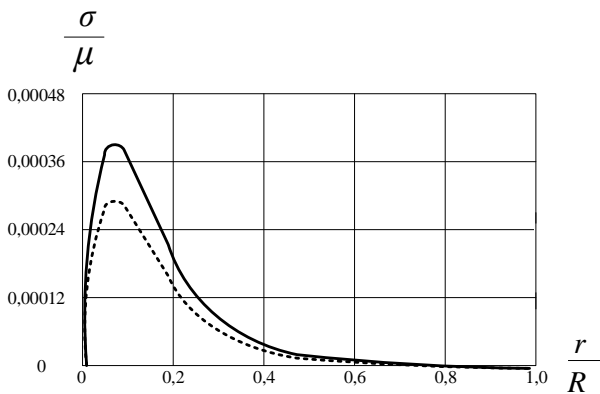


Рис. 13. Релаксация компоненты напряжения σ_{rr}/μ

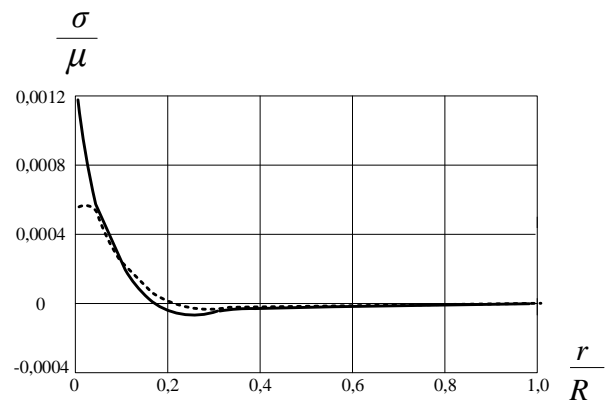


Рис. 14. Релаксация компоненты напряжения $\sigma_{\phi\phi}/\mu$

В четвертой главе получено решение краевой задачи об изменении границы микропоры в условиях ползучести и пластического течения в рамках теории больших деформаций. Граничное воздействие задается на поверхности $r = R(t)$, значительно удаленной от микропоры. Тогда границу микропоры полагаем сферической поверхностью начального радиуса s_0 . Процесс деформирования задается краевыми условиями

$$\sigma_{rr}|_{r=R(t)} = -P(t), \quad \sigma_{rr}|_{r=s(t)} = 0. \quad (28)$$

где $r = s(t)$ – текущий радиус микропоры.

Принимаемое условие несжимаемости задает кинематику среды с точностью до произвольной функции времени $h(t)$, такой что

$$u = u_r = r - (r^3 + h(t))^{1/3}, \quad h(t) = s_0^3 - s^3(t) = R_0^3 - R^3(t). \quad (29)$$

где $u = u_r$ – единственная отличная от нуля компонента вектора перемещений.

В §4.1 рассматривается задача о деформировании сферического слоя в процессе ползучести до начала вязкопластического течения. Учитывая зависимости

(29), (1), (5) для компонент полных, обратимых e_{rr} и $e_{\theta\theta}$, необратимых деформаций $p_{\theta\theta}$ и скоростей деформаций ползучести ε_{rr}^v и $\varepsilon_{\theta\theta}^v$ справедливы соотношения

$$d_{rr} = \frac{1}{2}(1 - H^{-4/3}), \quad d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi} = \frac{1}{2}(1 - (1 - 2d_{rr}^{-1/2})) = \frac{1}{2}(1 - H^{2/3}), \quad H = 1 + r^{-3}h(t),$$

$$\varepsilon_{rr}^v = \frac{dp_{rr}}{dt}(1 - 2p_{rr})^{-1}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^v = \frac{dp_{\theta\theta}}{dt}(1 - 2p_{\theta\theta})^{-1}, \quad (30)$$

$$e_{rr} = 1 - H^{-2/3}(1 - 2p_{rr})^{-1/2}, \quad e_{\theta\theta} = 1 - H^{1/3}(1 - 2p_{rr}), \quad p_{\theta\theta} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 2p_{rr}}}\right).$$

Система интегро-дифференциальных уравнений для компоненты необратимых деформаций $p_{rr}(r, t)$ и функции $h(t)$ следует из формулы Мурнагана (3), закона ползучести Нортонна (5), соотношений (30) и проинтегрированного с учетом краевых условий (28) уравнения равновесия (12)

$$2 \int_{s(t)}^{R(t)} \frac{\psi(r, p_{rr}(r, t), h(t))}{r} dr = P(t),$$

$$\frac{dp_{rr}}{dt} = Bn(1 - 2p_{rr})\psi^{n-1}(r, p_{rr}(r, t), h(t)). \quad (31)$$

$$\psi(r, p_{rr}(r, t), h(t)) = \Phi\left(1 - H^{-\frac{2}{3}}(1 - 2p_{rr})^{-\frac{1}{2}}, 1 - H^{\frac{1}{3}}(1 - 2p_{rr})\right).$$

$\Phi(e_{rr}, e_{\theta\theta}) = \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}$ определяется через обратимые деформации и упругие модули. Система (31) при начальных условиях $h(0) = 0, p_{rr}(r, 0) = 0$ решается численно с использованием конечно-разностного метода и составной формулы трапеций до момента времени $t = t_1$, в который на внутренней границе слоя $s_1 = s(t_1)$ напряженное состояние достигает поверхности нагружения (7). С этого момента времени в области $s(t) \leq r \leq m(t)$ идет процесс вязкопластического течения, а в области $m(t) \leq r \leq R(t)$ по-прежнему происходит вязкоупругое деформирование. Граница $r = m(t)$, разделяющая данные области, является движущейся границей области вязкопластического течения. Этот процесс изучается в §4.2. Уравнение равновесия теперь необходимо проинтегрировать в обеих областях. Система интегро-дифференциальных уравнений для функций $p_{rr}(r, t)$, $h(t)$ и $m(t)$ следует из условий равенства компонент напряжений на упругопластической границе $r = m(t)$ и условия $(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})|_{r=m(t)} = 2k$. С момента времени $t = t_2 > t_1$ функция $P(t)$ полагалась постоянной. При этом в области $s(t) \leq r \leq m(t)$ продолжается вязкопластическое течение, а в области $m(t) \leq r \leq R(t)$ по-прежнему происходит вязкоупругое деформирование. На рис. 15 изображены графики напряжений σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ в момент времени $\tau = \tau_2$.

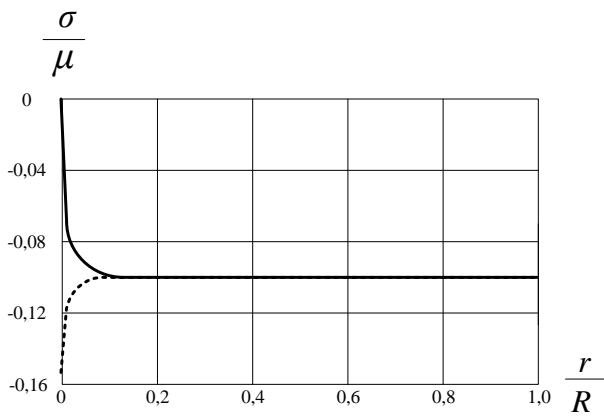


Рис. 15. Напряжения σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ в момент времени $\tau = \tau_2$

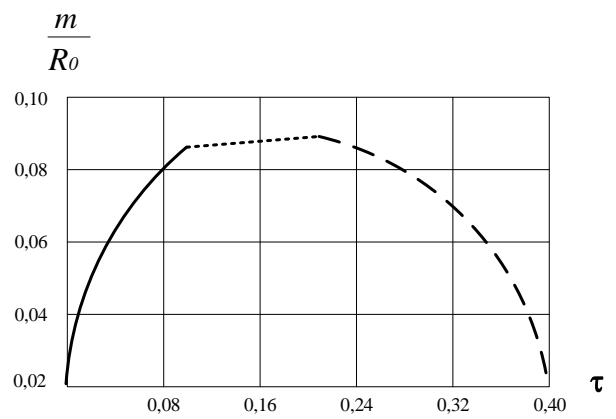


Рис. 16. График упругопластической границы

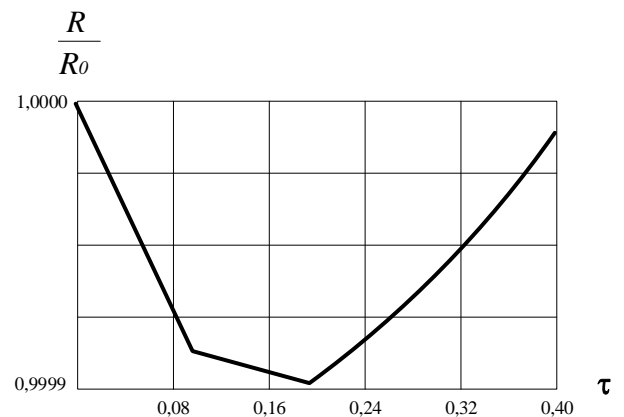
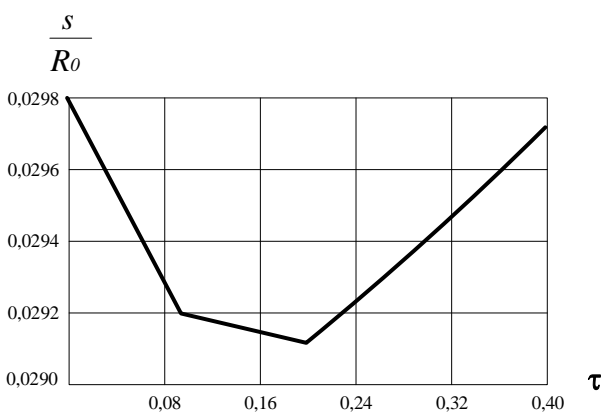


Рис. 17. – Изменение граничных поверхностей слоя:

а) – внутренней s/R_0 , б) – внешней R/R_0 во временном промежутке $0 \leq \tau \leq \tau_k$.

В §4.3. рассматривается разгрузка среды. С момента времени $t = t_3 > t_2$ давление $P(t)$ уменьшается. Это изменение в режиме нагружения приведет к следующему: в области $s(t) \leq r \leq m_1(t)$ продолжится вязкопластическое течение, в области $m_1(t) \leq r \leq m(t_3)$ будет происходить разгрузка, в области $m(t_3) \leq r \leq R(t)$ по-прежнему будет происходить вязкоупругое деформирование. Таким образом, $r = m_1(t)$ – новая граница области вязкопластического течения. С момента времени $t = t_3$ приращение необратимых деформаций в областях $m_1(t) \leq r \leq m(t_3)$ и $m(t_3) \leq r \leq R(t)$ связано только с процессом ползучести. В расчетный момент времени $t = t_4 > t_3$ упругопластическая граница $r = m_1(t)$ достигнет внутренней границы $r = s(t_4)$ сферического слоя. Две области вязкоупругого деформирования $s(t) \leq r \leq m(t_3)$ и $m(t_3) \leq r \leq R(t)$ остаются до момента времени полной разгрузки. На рис. 16 и 17 изображены графики упругопластических границ и граничных поверхностей соответственно.

Распределение напряжений σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$, перемещений по слою в момент времени $\tau = \tau_k$ представлены на рис. 18 и рис. 19. На рис. 20 и рис. 21 показаны распределения остаточных напряжений в процессе релаксации после снятия нагрузки с момента времени τ_k (сплошной линией) до $\tau_5 = 200$ (пунктирной линией).

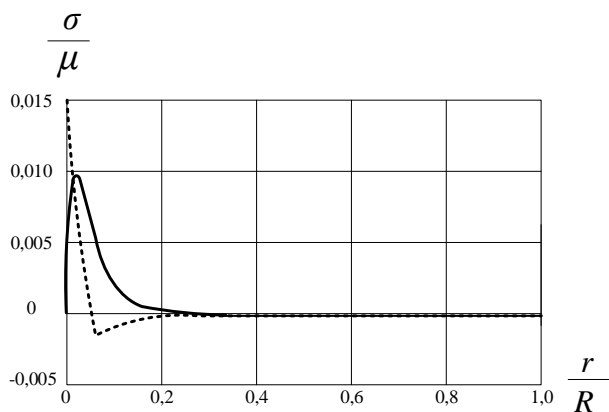


Рис. 18. Напряжения σ_{rr}/μ и $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ в момент времени $\tau = \tau_k$

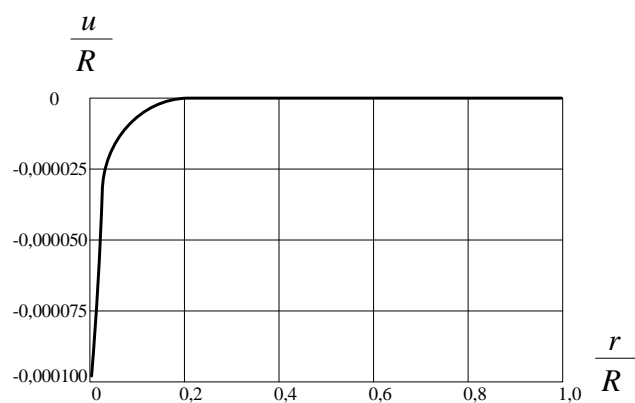


Рис. 19. Перемещения u/R_0 в момент времени $\tau = \tau_k$

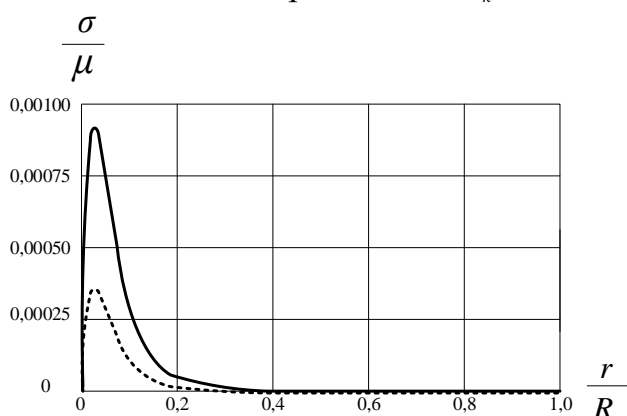


Рис. 20. Релаксация компоненты напряжений σ_{rr}/μ от τ_k до τ_5

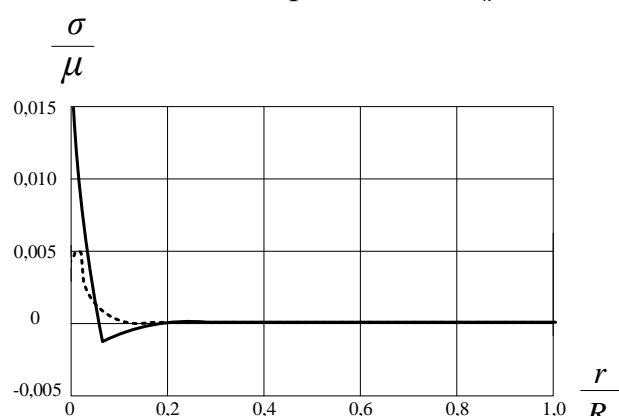


Рис. 21. Релаксация компоненты напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}/\mu$ от τ_k до τ_5

Основные результаты работы приведены в *заключении*.

1. Решена краевая задача упругопластического деформирования о сжатии сферического слоя внешним всесторонним давлением, когда вязкие свойства материала задаются с помощью степенного закона ползучести Нортона, а идеальные пластические – пластическим потенциалом в форме условия пластичности Мизеса. Решение получено в рамках модели малых упругопластических деформаций. Изучен процесс последовательного накопления необратимых деформаций ползучести и пластичности при возрастании давления. Рассмотрены деформирование полого шара при постоянном давлении, разгрузка среды при уменьшении внешней нагрузки до нуля, релаксация напряжений после полного снятия нагрузки. Исследован процесс повторного пластического течения при разгрузке. Рассчитаны обратимые, необратимые и полные деформации, напряжения и перемещения. Установлены закономерности продвижения упругопластической границы и границы области повторного пластического течения в слое.

2. Получено решение краевой задачи о деформировании сферического слоя при его всестороннем гидростатическом сжатии в случае, когда вязкие свойства материала учитываются и на стадии, предвещающей пластическое течение, и при пластическом течении. Указанный механизм деформирования задается соответствующим пластическим потенциалом. Показано, что в отличие от рассмотренного во второй главе случая упругопластической среды, разгрузка при снятии внешней нагрузки происходит постепенно, а повторное пластическое течение отсутствует. Рассчитаны обратимые, необратимые и полные деформации, напряжения и перемещения на всех стадиях процесса деформирования. Исследована релаксация напряжений после полной разгрузки среды. Установлена закономерность продвижения упругопластической границы.

3. Получено решение краевой задачи о деформировании сферического упруговязкопластического слоя под действием равномерного изменяющегося со временем давления в рамках модели больших деформаций материалов. Рассчитаны обратимые, необратимые и полные деформации, напряжения и перемещения. Установлены закономерности продвижения упругопластической границы и изменения граничных поверхностей сферического слоя.

4. Для решения систем интегро-дифференциальных уравнений на основе классического конечно-разностного метода с применением составной формулы трапеций были разработаны численные схемы для неравномерных сеток с неизвестными движущимися упругопластическими границами. Данные схемы позволяют получить распределения необратимых деформаций в областях вязкоупругого деформирования, в областях течения и разгрузки, а также положение неизвестных упругопластических границ на каждом шаге по времени. Сходимость схем проверялась прогонами модели на сгущающихся сетках.

Основные публикации по теме диссертации

Публикации в изданиях, входящих в международную систему цитирования Web of Science

1. A. A. Burenin, K. N. Galimzyanova, L. V. Kovtanyuk and G. L. Panchenko. Matching Growth Mechanisms of Irreversible Deformation of a Hollow Sphere under Uniform Compression // ISSN 1028-3358, Doklady Physics, 2018, Vol. 63, No. 10, pp.407-410. Буренин А.А., Галимзянова К.Н., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. О согласовании механизмов роста необратимых деформаций полого шара при всестороннем сжатии // Доклады академии наук. 2018. Т. 482. № 4. С.403-406.

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

2. Галимзянова К.Н., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. Ползучесть и пластическое течение материала упругопластического сферического слоя в условиях всестороннего гидростатического сжатия // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. № 2 (32). С.37-44.
3. Галимзянова К.Н., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. О различиях в учёте вязкости при расчётах больших упруговязкопластических деформаций в полом шаре // Ученые записки КнаГТУ. № II - 1(34). 2018. «Науки о природе и технике», С.35-41.
«Scholarly Notes of Komsomolsk-na-Amure State Technical University». Issue II-1(34) 2018 «Engineering and Natural Sciences», p.35-41. DOI 10.17084/2018. II-1(34).4

Публикации в других изданиях

4. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Ползучесть и пластическое течение материала сферического слоя под действием изменяющегося давления // Сборник трудов IX Всероссийской конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж, 2016, С.172-174.
5. Галимзянова К. Н. Ползучесть и пластическое течение материала сферического слоя // Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, Владивосток, 15 апреля – 30 апреля 2016 г., С.271-273.
6. Галимзянова К. Н. Creep and plastic flow in the spherical layer of a material // 3rd FEFU SNS students, master's degree students and postgraduate students scientific-practical conference in english; Vladivostok, Russia, 25 апреля – 08 мая 2016 г., С.20-21.
7. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Деформирование сферического слоя с учетом упругих, реологических и пластических свойств материала // Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, Владивосток, 11 апреля – 30 апреля 2017 г., С.334-336.

8. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Деформирование вязкоупругопластического материала сферического слоя, находящегося под воздействием изменяющегося со временем давления // Сборник материалов XX Юбилейной Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), Алушта, С.210-212.
9. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Математическое моделирование процессов ползучести и пластического течения материала сферического слоя // Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования промышленных технологий, технических устройств и конструкций. Материалы II Дальневосточной школы-семинара. Редколлегия: А.И. Евстигнеев (отв. ред.) [и др.]. 2017. С.19-21.
10. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Ползучесть и вязкопластическое течение материала сферического слоя // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научно-технической конференции. Воронежский государственный университет. 2017. С.1037-1039.
11. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Учет вязкости на разных стадиях деформирования сферического слоя, находящегося под воздействием давления // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018) Алушта 2018, С.361-362.
12. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Большие деформации полого шара при всестороннем сжатии с учетом реологических эффектов // Сборник материалов Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», Воронеж 2018, С.1071-1074.
13. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. Ползучесть, вязкопластическое течение и разгрузка материала сферического слоя под действием изменяющегося со временем давления // Материалы III Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре 2018, С.52-54.
14. Галимзянова К. Н., Ковтанюк Л. В., Панченко Г.Л. О деформировании вязкоупругопластического сферического слоя в условиях всестороннего гидростатического сжатия // Материалы III Дальневосточной школы-семинара, Комсомольск-на-Амуре 2018, С.55-57.

Личный вклад автора. Работы [5, 6] выполнены автором лично.

В работах [1-4, 7-14] автор участвовала в постановке задач, разработке алгоритмов решения и выполнила все необходимые вычисления.

Галимзянова Ксения Наилевна

**Ползучесть и пластическое течение материалов
в задачах со сферической симметрией**

Специальность: 01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Подписано к печати __.__.2019 г.
Формат 60x84/16

Усл. п. л. 1.3
Тираж 100 экз.

Уч.-изд. л. 1.1
Заказ __.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИАПУ ДВО РАН). Отпечатано участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН. 690041, г. Владивосток, ул. Радио, д. 5.