

На правах рукописи



Муат Каинг

**НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ
ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ И ПОСЛЕДУЮЩЕМ ОСТЫВАНИИ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ПЛАСТИН**

Специальность 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Комсомольск-на-Амуре – 2019

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Научный руководитель	доктор физико-математических наук, профессор, член-корр. РАН, заведующий кафедрой «Механика и анализ конструкций и процессов» ФГБОУ ВО «КнАГУ», главный научный сотрудник Хабаровского Федерального исследовательского центра ДВО РАН г. Комсомольск-на-Амуре Буренин Анатолий Александрович
Официальные оппоненты	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН. г. Новосибирск Коробейников Сергей Николаевич кандидат технических наук, главный научный сотрудник ПАО «Компания «Сухой» Комсомольский-на-Амуре авиационный завод им. Ю.А. Гагарина» Крупский Роман Фадеевич
Ведущая организация	ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева»

Защита состоится «14» февраля 2020 г. в 13:00 ч. на заседании диссертационного совета Д 212.092.07 в Комсомольском-на-Амуре государственном университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, просп. Ленина, д. 27.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «КнАГУ» и на сайте www.knastu.ru.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный гербовой печатью, просим направлять в адрес диссертационного совета 212.092.07, e-mail: diss@knastu.ru.

Автореферат разослан « » декабря 2019г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
канд. физ.-мат. наук, доцент



А.Л. Григорьева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации определяется насущными потребностями технологической практики в расчетах процессов и итогов операций деформирования материалов при производстве изделий требуемых функциональных свойств. Среди таких свойств выделяется длительная или усталостная прочность готовых изделий, формируемая как раз преимущественно процессом их изготовления. В ряде промышленных технологий существо технологических операций задается интенсивным тепловым воздействием на обрабатываемые материалы заготовок. В подобных технологиях для прочностных и деформационных свойств будущего изделия оказывается принципиально важным установить возможность возникновения областей пластического течения, оценить интенсивность протекания процесса необратимого деформирования вместе с формирующимися за счет этого температурными напряжениями. Из-за этого исключительно важными и необходимыми становятся задачи теории неустановившихся температурных напряжений, включающие в себя не только расчеты активного процесса деформирования при нагреве, но и последующего процесса разгрузки при остывании. Именно на последнем этапе технологической операции в изделиях формируются итоговые поля деформаций и напряжений, часто в условиях повторных (обратных) пластических течений. Эти деформации и напряжения, называемые остаточными, существенно влияют на свойства изделий так, что приходится иногда назначать специальные технологические операции (отпуск, отжиг) с целью понижения их уровня.

При повышенных и интенсивно изменяющихся температурах меняются и термомеханические свойства обрабатываемого материала. Вслед за изменениями температуры, меняется предел текучести материала. Упругие его модули также меняют свои значения с заметными изменениями температуры. Но если ранее краевые задачи теории неустановившихся температурных напряжений в условиях зависимости предела текучести от температуры рассматривались, то упругие модули, например модуль всестороннего сжатия и модуль сдвига, всегда в таких задачах полагались постоянными. Здесь откажемся от постоянства упругих модулей, считая их зависимыми от температуры. Очевидно, что отказ приведет к существенному усложнению математического аппарата теории изменяющихся температурных напряжений. Насколько влияет учет изменения упругих модулей с температурой на текущие и итоговые распределения температурных напряжений в сравнении со случаем их постоянства? Насколько усложнится при таком учете методика расчетов изменяющихся температурных напряжений? Ответы на эти и подобные вопросы являются актуальной современной задачей.

Степень разработанности темы исследований. Фундаментальные основания теории термопластичности и, в частности, теории температурных напряжений в упругопластических телах были заложены работами известных ученых. Среди них В.В. Абрамов, В.П. Багмутов, И.А. Биргер, А.А. Ильюшин, В.А. Ломакин, Н.Н. Малинин, Н.П. Морозов, Б.Е. Победря, А.А. Поздеев, Ю.Н.

Работнов, Н.Н. Рыкалин, Л.А. Толоконников, Ю.Н. Шевченко, D. Bland, B. Boly, R. Hill, W.T. Koiter, H. Parkus, P. Perzyna, A. Sawczuk, J.H. Weiner и другие.

Отдельно следует отметить научную школу Ю.Н. Шевченко (М.Е. Бабешко, Н.И. Загряжский, В.В. Пискун, В.Г. Савченко, Р.Г. Терехов, Н.Н. Тормахов и др.), в которой получили развитие различные подходы к учету температурных эффектов при необратимом деформировании. Прежде всего это термопластичность в рамках деформационной теории пластичности (теории упругопластических процессов), но также рассматривались варианты, основанные на теории пластического течения. Свое развитие получили и методы расчетов температурных напряжений, включая численные методы. В этой связи отметим более современные результаты (А.А. Круглов, А.Д. Петров, П.А. Стеблянко), связанные именно с развитием численных методов расчетов задач термопластичности.

В рамках деформационной теории пластичности А.А. Ильюшина учет температурных эффектов посредством различных обобщений теории с целью учета в ее определяющих уравнениях разных сторон протекания термомеханических процессов проводится неоднократно (В.С. Бондарь, Р.А. Васин, Ф.У. Еникеев, В.Е. Лошкарев, А.А. Маркин, Р.Р. Мулюков, Ю.И. Няшин, П.В. Трусков, L.J. Ebert, Y. Ebisu, Z.G. Wang и др.). В расчетах температурных напряжений преимущественно используется метод конечных элементов (И.А. Дувидсон, Ю.В. Турыгин), используются также стандартные конечно-элементные комплексы ANSYS или COSMOS.

Теория пластического течения для расчетов температурных напряжений, особенно неустановившихся, использовалась гораздо реже (С.Е. Александров, А.А. Буренин, Е.П. Дац, И.Н. Захаров, Е.В. Ломакин, Е.В. Мурашкин, А.В. Ткачева, Г.А. Щербатюк, M. Benqeri, D.R. Bland, U. Gamer, M. Gulqec, A. Kovacs, H. Lippmann, W. Mack, Y. Orcan). В ряде работ этих авторов предел текучести принимается зависимым линейно или квадратично от температуры. Для расчетов используется также приближенные методы, основанные на методе конечных элементов (A. Kovacs, M. Gulqec).

Предпринимались и весьма успешные попытки провести математическое моделирование с соответствующими расчетами неустановившихся температурных напряжений конкретных технологий, основанных на интенсивном обмене теплом деформируемого тела с окружающей средой. Укажем здесь видных ученых России, создателей направлений таких исследований и научных школ без перечисления их учеников и последователей. Это Н.Н. Рыкалин и Г.Б. Талыпов (сварка), В.П. Багмутов и И.Н. Захаров (формирование слитков и поверхностное упрочнение), В.И. Одинокоев (деформирование в условиях консолидации металла) В.Г. Лешковцев (операции закалки), М.Д. Тихомиров (литье). Им с целью адекватного моделирования технологических процессов необходимо пришлось учитывать наряду с упругими и пластическими свойствами материалов.

Использование кусочно-линейных условий пластического течения позволило (А.А. Буренин, Е.П. Дац, А.В. Ткачева) отказаться от приближенных (се-

точных или конечно-элементных) методов при расчетах операции горячей посадки. В этом случае удастся получить в условиях зависимости предела текучести от температуры конечные соотношения, связывающие в каждый рассчитываемый момент времени напряжения и деформации в материале с распределением по нему температуры, что позволяет провести расчеты последовательными шагами по времени.

В настоящей работе наряду с пределом текучести полагаем зависящими от температуры и упругие модули необратимо деформируемого материала. В таком случае отмеченных конечных соотношений получить не удастся, но отказаться от дискретизации расчетных областей возможно.

Цель работы. В качестве цели диссертации укажем следующее: На примере постановок и решения ряда новых краевых задач теории температурных напряжений о расчетах неустановившихся плоских напряженных состояний в пластинах при интенсивном локальном тепловом воздействии на них установить различия как в методах и алгоритмах расчетов, так и в результатах расчетов, вызванных учетом либо неучетом температурной зависимости упругих модулей.

Обозначенная цель диссертации подразумевает разрешение следующих задач исследования:

Задачи диссертации:

1. Составить математическую модель несвязанного процесса деформирования материалов за счет интенсивных термомеханических воздействиях на них с учетом выраженных их упругопластических свойств и зависимости предела текучести и упругих модулей от температуры.

2. Получить конкретные разрешающие системы уравнений, отвечающие постановкам конкретных краевых задач в рамках предложенного варианта теории неустановившихся температурных напряжений.

3. Установить кусочно-линейное условие пластического течения, не приводящее к переопределенности поставленных краевых задач теории температурных напряжений и позволяющее отказаться от приближенных методов расчетов (конечно-элементных, сеточных).

4. Разработать алгоритм расчетов изменяющихся температурных напряжений последовательными шагами по времени, основанный на разрешении на каждом шаге расчетов совокупности краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений и наделенный способностью отслеживать моменты времени и места возникновения и исчезновения областей пластического течения.

5. Сравнить результаты расчетов неустановившихся температурных напряжений, включая остаточные напряжения, в условиях зависимости предела текучести от температуры для случаев, когда упругие модули также зависят от изменяющейся температуры либо остаются постоянными.

Положения, выносимые на защиту:

1. Постановки и численно-аналитические решения новых задач теории неустановившихся температурных напряжений о локальном нагреве пластин,

изготовленных из материалов с упругими и пластическими свойствами, пределы текучести которых и упругие модули изменяются с температурой.

2. Доказательство значимых упрощений в методе расчетов, связанных с использованием кусочно-линейного условия пластического течения максимальных приведенных напряжений Ишлинского – Ивлева, в сравнении с гладкими условиями пластического течения. При этом решение задач рассмотренного класса в условиях максимальных касательных напряжений Треска – Сен-Венана невозможно из-за их переопределенности при учете температурной зависимости предела текучести и упругих модулей.

3. Разработанный алгоритм численно-аналитических расчетов изменяющихся плоских напряженных состояний последовательными шагами по времени с решением на каждом шаге совокупности краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений и его программную реализацию.

4. Условия возникновения повторных пластических течений при разгрузке и остывании пластин и их влияние на итоговые остаточные напряжения.

5. Результаты сравнения в результатах расчетов текущих и остаточных напряжений в случаях, когда упругие модули зависят от температуры либо они постоянны.

Научная новизна результатов диссертации состоит в том, что:

1. Впервые поставлены и решены численно-аналитически задачи теории неустановившихся температурных напряжений об эволюции плоских напряженных состояний в упругопластических пластинах при их локальном нагреве и последующем остывании, когда наряду с пределом текучести и упругие модули зависят от температуры.

2. Показано, что задачи рассмотренного класса, не имеющие своего решения в рамках условия Треска – Сен-Венана, могут получить свое решение при использовании кусочно-линейного условия пластического течения Ишлинского – Ивлева.

3. Предложен алгоритм численно-аналитических расчетов плоских напряженных состояний, вызванных локальным нагревом и последующим остыванием упругопластических пластин, последовательными шагами по времени, наделенный способностью отслеживать места и моменты времени зарождения и исчезновения областей пластического течения, закономерности продвижения упругопластических границ и границ, разделяющих области течения на части, и разработана его программная реализация.

4. Установлены условия возникновения повторных (обратных) пластических течений при разгрузке и остывании пластин и их влияние на уровень и распределение остаточных напряжений.

5. Проведенными расчетами показано, что остаточные напряжения задаются итоговым распределением по пластине пластических деформаций, которые, в свою очередь, определяющим образом зависят от производимой скорости нагревания.

6. Сравнением расчетов с упругими модулями, зависящими от температуры, и с постоянными их значениями показано, что преимущественно учет за-

висимостей упругих модулей от температуры приводят к понижению в уровне как текущих, так и остаточных температурных напряжений.

Практическая значимость результатов диссертации продиктована потребностями технологической практики в методике расчетов операций, основанных на интенсивном температурном воздействии (горячая посадка, сварка, отпуск, закаливание, формирование слитков металла при остывании и др.). Они могут послужить задачам прогнозирования результатов подобных технологических операций.

Степень достоверности результатов диссертации обеспечивается использованием классических методов и подходов фундаментальной механики деформируемых тел и термодинамики; стандартными методами численных расчетов с использованием апробированных вычислительных процедур; тестированием подготовленных программных средств на примерах расчетов, проведенных ранее, и на имеющихся аналитических точных решениях.

Публикации и апробация результатов диссертации. По теме диссертации опубликовано 9 научных работ, из которых 3 опубликовано в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации научных результатов диссертационных исследований, 2 в изданиях, проиндексированных в базе научного цитирования Scopus.

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на четырех международных и четырех Российских научных конференциях:

1. XLIII Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения». Москва, 2017 г. (стендовый доклад);
2. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical and Computational Sciences. USA, 2018 г. (устный доклад);
3. 153rd International Conference on Robotics, Aeronautics, Mechanics and Mechatronics (ICRAMM). Seoul, South-Korea, 2019 г. (устный доклад);
4. International Conference on Mechatronics and Mechanical Design (IC-MMD). Beijing China, 2019 г. (устный доклад);
5. ВМС ППС'2017. Москва, МАИ, 2017г. (стендовый доклад);
6. II Дальневосточная школа-семинар: Фундаментальная механика в качестве основы совершенствования. Комсомольск-на-Амуре, 2017 г. (устный доклад);
7. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков. Сочи, МГУ, 2018 г. (стендовый доклад);
8. X Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела. Россия, Самара, 2017 г. (стендовый доклад).

Диссертация в полном объеме докладывалась на научном семинаре в Хабаровском федеральном исследовательском центре (Институт машиноведения и металлургии) ДВО РАН под руководством чл.-корр. РАН Буренина Анатолия Александровича.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста и заключения, изложена на 137 страницах маши-

нописного текста, включает в себя 30 рисунков и 175 наименований литературных источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении на основе проведенного обзора литературных источников формулируется цель предпринимаемого диссертационного исследования, определяются задачи, которые следует разрешить в соответствии с задаваемой целью. Обсуждаются причины выбора в качестве условий пластического течения именно кусочно-линейных условий из-за следующих при этом значительных упрощений в алгоритмизации расчетов неустановившихся температурных напряжений. Дается краткое описание текста диссертации по главам.

Первая глава диссертации является, по существу, вводной. В ней представляется математическая модель несвязанной теории неустановившихся температурных напряжений. Расчет распределений температуры предлагается проводить за счет решений краевых задач для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \theta_{,jj} + w(t, x_1, x_2, x_3), \quad (1)$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_0}.$$

В (1) T , T_0 – температура текущая и температура свободного состояния (комнатная температура); $w(t, x_1, x_2, x_3)$ – функция, задающая отток тепла от нагретого тела; t – время; x_i – пространственные координаты, индексом после запятой обозначена производная по соответствующей независимой переменной x_j введенной прямоугольной декартовой системы координат. Краевые условия для (1) индивидуальны для каждой из рассмотренных далее задач и обсуждаются вместе с видом функции $w(t, x_1, x_2, x_3)$ в соответствующем месте.

Деформируемое тело наделяется упругопластическими свойствами так, что полные e_{ij} деформации являются малыми и разделяются на обратимые e_{ij}^e (упругие) и необратимые e_{ij}^p (пластические) составляющие

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) = e_{ij}^e + e_{ij}^p. \quad (2)$$

Здесь u_i – компоненты вектора перемещений. Обратимые деформации e_{ij}^e вместе с температурой T задают напряжения в теле

$$\sigma_{ij} = (\lambda e_{kk}^e - 3\alpha K T_0 \theta) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}^e. \quad (3)$$

Зависимости (3), где λ , μ , $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ – упругие модули, α – коэффициент линейного расширения, называют соотношениями закона Дюамеля – Неймана.

Считается, что необратимые деформации e_{ij}^p изменяются в теле только в условиях принадлежности напряженных состояний поверхности нагружения $f(\sigma_{ij}, k) = 0$ в пространстве напряжений. Принимаются условия принципа максимума Мизеса со следованием ассоциированного с поверхностью $f(\sigma_{ij}, k) = 0$, где k – предел текучести, закона пластического течения

$$\varepsilon_{ij}^p = \frac{de_{ij}^p}{dt} = \frac{\partial e_{ij}^p}{\partial t} = \phi \frac{\partial f(\sigma_{ij}, k)}{\partial \sigma_{ij}}; \quad \phi > 0. \quad (4)$$

В диссертации в качестве поверхности нагружения $f(\sigma_{ij}, k) = 0$ принята поверхность наклонной призмы Ивлева в пространстве главных напряжений σ_i

$$\max |\sigma_i - \sigma| = \frac{4}{3}k, \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{jj} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

В (5) k – предел текучести материала деформируемого тела, определенный в опытах на чистый сдвиг. Выбор условия пластического течения (5) диктуется упрощениями в математическом аппарате расчетов, включая возможности получения в простейших случаях точных решений. Еще тем, что с помощью классического кусочно-линейного условия течения максимальных касательных напряжений (условия Треска – Сен-Венана) получить решения задач теории неустановившихся температурных напряжений в упругопластических пластинах невозможно; они в таком случае оказываются переопределенными как раз из-за зависимости предела текучести от температуры. В условиях также кусочно-линейного условия пластичности максимальных приведенных напряжений (условий Ишлинского – Ивлева), как показано в диссертации, получить решения тех же задач возможно.

Экспериментальных данных о зависимости предела текучести k и параметров Ламе λ и μ от температуры в настоящее время совершенно недостаточно. Поэтому, следуя большинству работ, где такая зависимость принимается, полагаем

$$E(\theta) = E_p - (E_p - E_0)\tau, \quad (6)$$

$$\nu(\theta) = 0.5 - (0.5 - \nu_0)\tau,$$

$$k(\theta) = k_0\tau^2,$$

$$\lambda(\theta) = \frac{E(\theta)\nu(\theta)}{(1+\nu(\theta))(1-2\nu(\theta))}; \quad \mu(\theta) = \frac{E(\theta)}{2(1+\nu(\theta))},$$

$$\tau = \frac{T_p - T}{T_p - T_0}.$$

Здесь E_0 , ν_0 , k_0 – значения модуля Юнга, коэффициента Пуассона и предела текучести при температуре T_0 свободного состояния, $E(\theta)$, $\nu(\theta)$, $k(\theta)$ – их текущие значения, E_p – значение модуля Юнга при температуре, приближающейся к температуре плавления T_p .

Вторая глава диссертации посвящена решению простейших задач теории неустановившихся температурных напряжений, возникающих в бесконечно длинной пластине шириной $2s$ за счет ее нагрева по средней по ширине линии. В системе прямоугольных координат (x, y) на пластине ее геометрия задается неравенствами: $-s \leq x \leq s$; $-\infty \leq y \leq \infty$. Нагрев происходит по линии $x = 0$ с постоянной скоростью V . В соответствии с этим имеем температурную задачу

$$\theta_{,t} = a\theta_{,xx} - \omega(x)\theta, \quad (7)$$

$$\theta(t, 0) = \frac{V}{T_0}t + 1; \quad \theta_{,x}|_{x=\pm s} = 0; \quad \theta(0, x) = 0.$$

Согласно граничным условиям (7) оттоком тепла от кромок пластины пренебрегается, а отток тепла от поверхности пластины в окружающую среду задается выбором функции $\omega = \omega(x)$. Зададим ее в виде $\omega = \psi(1 - \psi_*\psi^{-1}e^{-\gamma x^2})$, где ψ , ψ_* , и γ опытно задаваемые постоянные. Такой выбор позволяет учесть теплоизоляционные свойства флюса в автоматической сварке под флюсом, приближая постановку задачи к модельной, практически важной задаче автоматической сварки.

Механическая часть задачи, в которой по рассчитанным решением температурной задачи (7) распределению температуры следует рассчитать деформации и напряжения в материале пластины, состоит в решении краевой задачи для уравнения равновесия, дополненного соотношениями (2) – (5). В качестве граничных условий принимается, что $u_x(t, 0) = 0$ и $\sigma_x(t, \pm s) = 0$ (кромки пластины свободны от напряжений) или $u_x(t, \pm s) = 0$ (кромки жестко закреплены). Рассмотрим сначала первый из этих случаев. Симметрия задачи позволяет рассматривать половину $0 \leq x \leq s$ пластины.

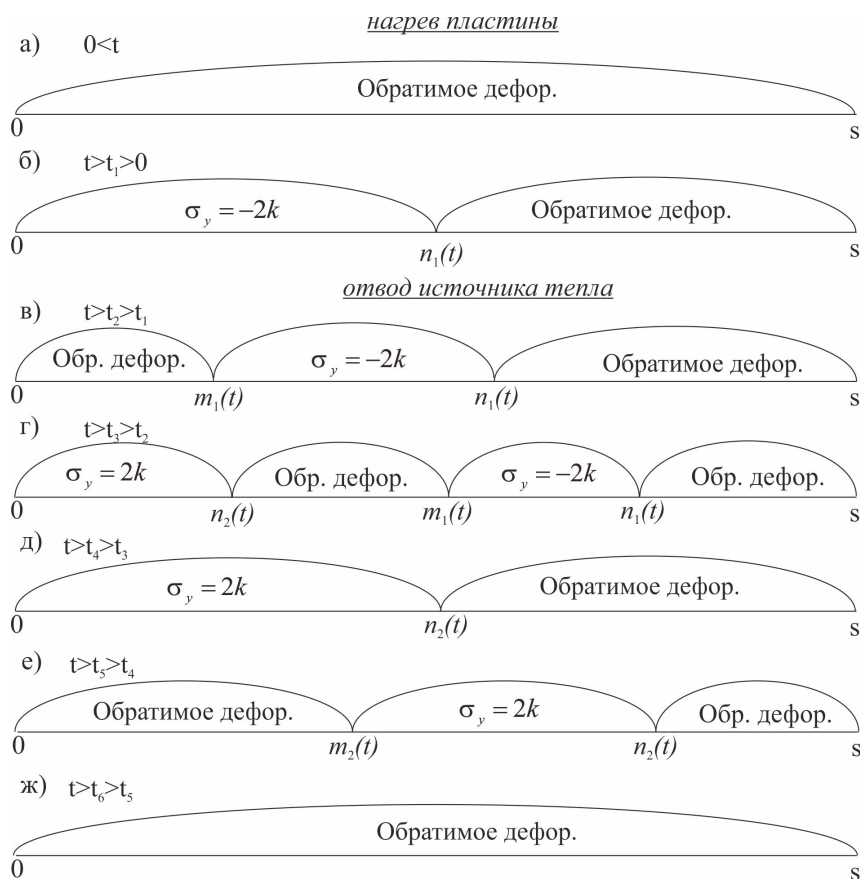


Рисунок 1

С началом нагрева материал пластины деформируется обратимо (термоупруго). На Рисунке 1 представлена последовательная схема возникновения пластических течений в материале пластины. Первоначально обратимое деформирование (Рисунок 1,а)) происходит в условиях, когда только одно напряжение отлично от нуля

$$\sigma_y = -3\alpha\mu(\lambda + \mu)^{-1}(T - T_0); \quad \sigma_x = \sigma_z = 0. \quad (8)$$

С ростом температуры данное напряжение растет и в момент времени $t = t_1 > 0$ достигает поверхности нагружения.

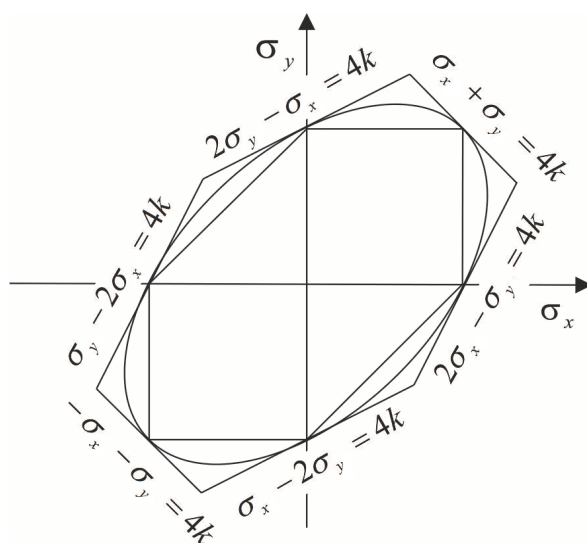


Рисунок 2

На Рисунке 2 представлено сечение плоскостью $\sigma_z = 0$ наклонной призмы Ивлева (5) в пространстве главных напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. Расчеты показывают, что впервые условия пластического течения $\sigma_x - 2\sigma_y = 4k$ ($\sigma_y = -2k$ при $\sigma_x = 0$) выполняется на линии нагрева $x = 0$. Здесь зарождается упругопластическая граница $x = n_1(t)$, которая в своем продвижении оставляет за собой область пластического течения $0 \leq x < n_1(t)$ (Рисунок 1,б)). В этой области

$$\sigma_x = \sigma_z = 0; \quad \sigma_y = -2k(x), \quad (9)$$

$$e_x^p = e_z^p = \frac{\lambda(x) + \mu(x)}{3\mu(x)K(x)} k(x) - \frac{1}{2} \alpha(T(x) - T_0); \quad e_y^p = -2e_x^p.$$

Деформирование в таком виде (Рисунок 1,б)) продолжается до отвода источника нагревания. После этого рост уровня деформаций замедляется и в некоторый момент времени $t = t_2 > t_1$ на линии $x = 0$ зарождается разгружающая упругопластическая граница $x = m_1(t)$. В своем продвижении по пластине данная граница оставляет за собой область обратимого деформирования $0 \leq x < m_1(t)$ (Рисунок 1,в)). Отличие последней от области обратимого деформирования $n_1(t) < x \leq s$ заключается в том, что в ней уже присутствуют, не меняясь со временем, необратимые деформации, зависящие от пространственной координаты x . Эта зависимость определяется моментом прихода на линию с координатой x разгружающей упругопластической границы $x = m_1(t)$. Иначе, $p_x(x) = e_x^p(x, \tau)$, где $\tau = \tau(x)$ – момент прихода в точку с координатой x упругопластической границы $x = m_1(\tau)$.

Алгоритм и программный модуль, созданные в процессе работы над диссертацией, наделены способностью формировать массивы данных о распределениях неизменяющихся со временем необратимых деформациях и использовать их в последующих расчетах. Далее на этом останавливаться не будем несмотря на то, что подобные ситуации будут встречаться постоянно.

В области $0 \leq x < m_1(t)$ напряжение уже зависит от распределения накопившихся необратимых деформаций. В каждый момент времени справедливо состояние

$$\sigma_y = -\frac{3\mu(x)K(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} p_y(x) - \frac{3\alpha\mu(x)K(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} (T(x) - T_0). \quad (10)$$

Продолжая расчеты, замечаем, что на линии $x = 0$ снова выполнилось условие пластического течения, но в иной форме: $\sigma_y = 2k$. Поменялся знак правой части; это противоположная грань призмы Ивлева (Рисунок 2). Такое пластическое течение при общей разгрузке пластины в условиях остывания называют повторным (обратным) пластическим течением. В рассматриваемом случае оно развивается в области $0 \leq x < n_2(t)$ за нагружающей упругопластической границей $x = n_2(t)$ (Рисунок 1,г)). Накопленные ранее при активном пластическом течении необратимые деформации теперь становятся начальными

условиями их дальнейшего изменения в рамках повторного пластического течения.

$$e_x^p(x, t) = \frac{\lambda(x, t) + \mu(x, t)}{2\mu(x, t)K(x, t)} k(x, t) - \frac{1}{2} \alpha(T(x, t) - T_0) - p_x(x), \quad (11)$$

$$e_x^p = e_z^p; \quad e_y^p = -2e_x^p; \quad e_y^p = -e_y^e.$$

Упругопластическая граница $x = n_2(t)$, быстро продвигаясь по пластине, поглощает не только область обратимого деформирования $n_2(t) < x < m_1(t)$, но и область активного пластического течения $m_1(t) < x < n_1(t)$ (Рисунок 1, д)). Дальнейшее остывание приводит к возникновению новой разгружающей упругопластической границы $x = m_2(t)$ на линии $x = 0$. В расчетах возникшей вследствие этого новой области обратимого деформирования $0 \leq x < m_2(t)$ (Рисунок 1, е)) теперь следует учитывать произведенные необратимые деформации как в области активного, так и повторного пластических течений. Заметим, что остаточное напряжение определяется уровнем и распределением накопленных пластических деформаций

$$\sigma_y = -\frac{3\mu K}{\lambda + \mu} p_y(x). \quad (12)$$

Здесь λ , μ , K постоянные и равны начальным своим значениям в условиях начального свободного состояния. Они могут быть другими, если в процессе повторного пластического течения задавать их изменение зависимостями, отличными от (6).

Отличие от рассмотренного случая при жестком закреплении кромок пластины заключается не только в том, что теперь $\sigma_x = \text{const} \neq 0$, но и в изменениях при возникновении областей пластического течения (Рисунок 3). В этом случае как область активного пластического течения, так и область повторного разделяются на части посредством перехода течений с одной грани поверхности нагружения на соседнюю, не задерживаясь на ребре. Показано, что в условиях плоского напряженного состояния пластическое течение в соответствии напряжений ребру поверхности нагружения не осуществляется. Это важно, так как в условиях плоских деформированных состояний такое пластическое течение происходит.

Проведено сравнение расчетных значений текущих и остаточных напряжений в зависимости от скорости нагревания и от учета зависимости упругих модулей от температуры. Таким способом показано, что при зависимости упругих модулей от температуры происходит понижение в уровне температурных напряжений. Последний определяется принимаемой максимальной температурой нагрева, а скорость нагрева влияет только на размер области в окрестности линии нагрева, где температурные напряжения значительны.

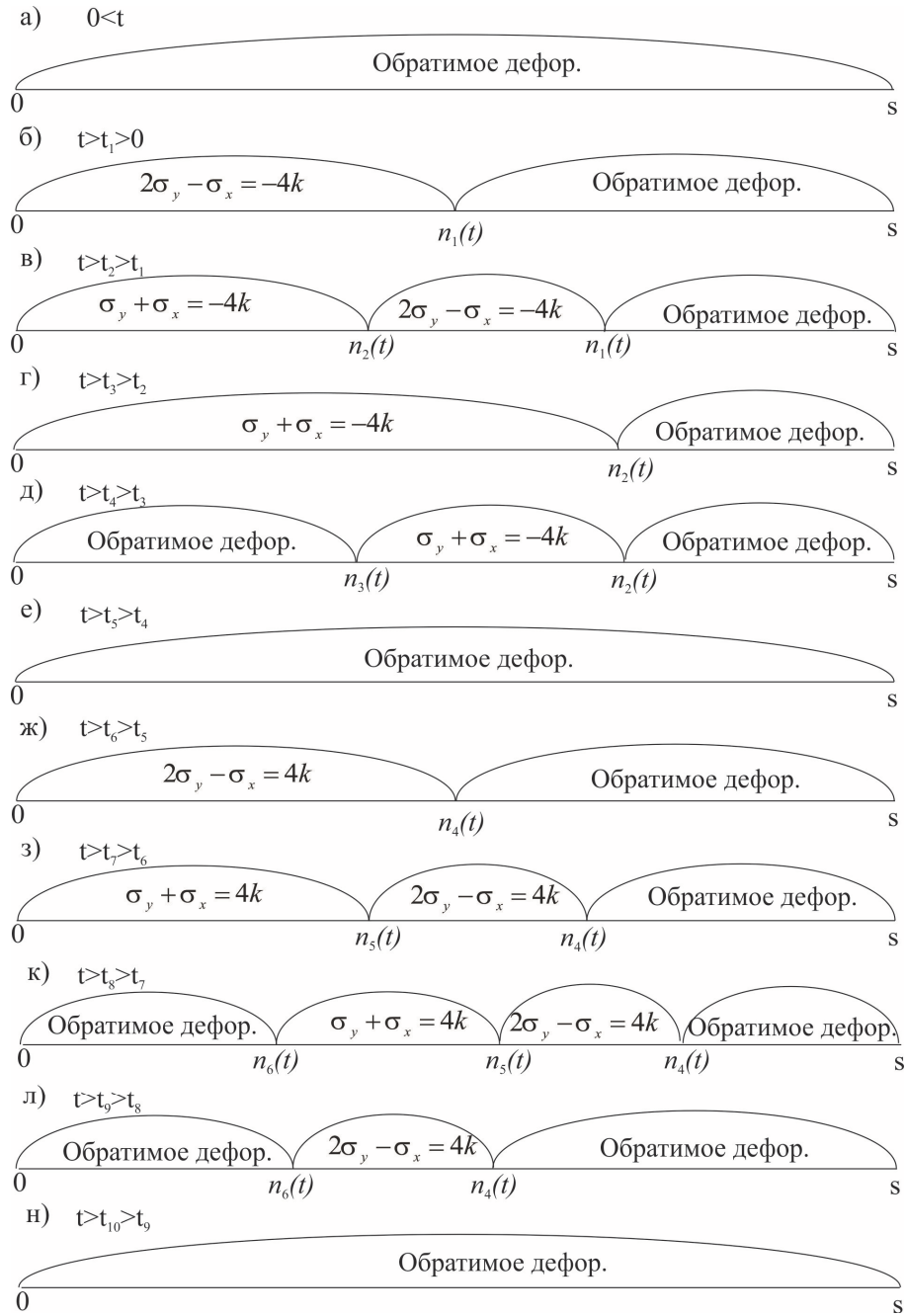


Рисунок 3

Третья глава диссертации посвящается расчетам неустановившихся температурных напряжений в круглой пластине. Рассмотрены две задачи теории температурных напряжений. В первой из них круглая $r = R$ пластина нагревается по центральной области $r \leq r_0 = 0,2R$; во второй по линии $r = R_0 < R$.

В используемой цилиндрической системе координат (r, φ, z) имеем уравнение теплопроводности

$$\theta_{,t} = a(r\theta_{,r})_{,r} - \chi\theta. \quad (13)$$

Коэффициент теплоотдачи χ здесь считается постоянным.

Рассмотрим первую из обозначенных задач. Начальные и граничные условия для (13) принимаем в виде: при $t < t_*$ – момент прекращения нагрева

$$\theta(r,0)=0; \quad \theta(r \leq r_0, t) = \frac{b}{T_0}t + 1; \quad \theta_{,r}(R, t) = \chi\theta, \quad (14)$$

при $t > t_*$

$$\theta(r \leq r_0, t_*) = \theta_*; \quad \theta(r_0 \leq r \leq R, t_*) = h(r); \quad \theta_{,r}(R, t) = \chi\theta. \quad (15)$$

Здесь θ_* известное (задаваемое) значение максимальной температуры нагрева, $h(r)$ – рассчитанное распределение температуры в момент $t = t_*$ отвода источника нагрева.

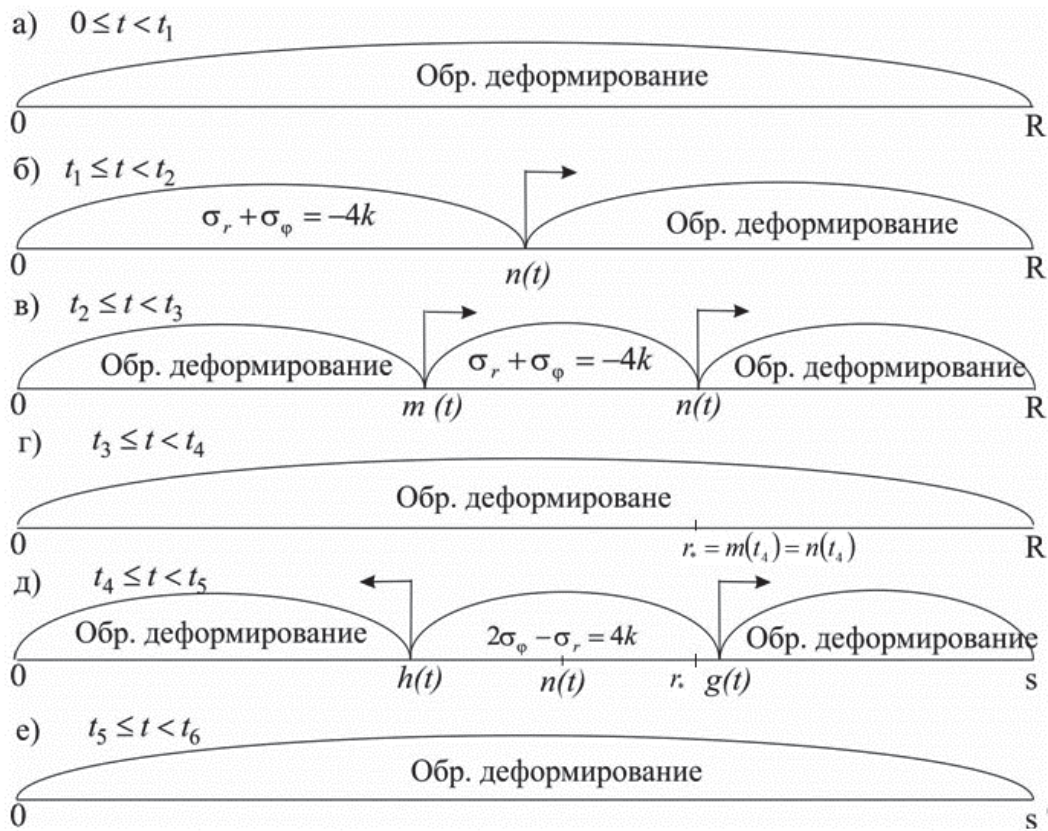


Рисунок 4

Расчетами, алгоритм которых укажем ниже, установлено, что деформирование пластины происходит согласно схеме (Рисунок 4) появления и исчезновения областей пластического течения. Там же указаны условия, при которых происходит течение. Они соответствуют принадлежности отрезкам прямых шестиугольника (Рисунок 5), являющегося пересечением призмы Ивлева (5) в пространстве главных напряжений $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$ с плоскостью $\sigma_z = 0$.

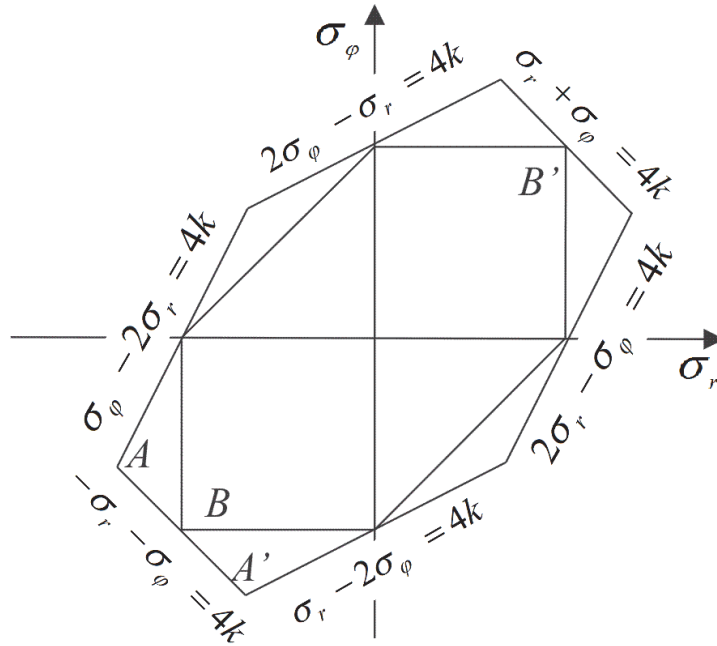


Рисунок 5

Согласно схеме (Рисунок 4) первоначально пластина деформируется обратимо (Рисунок 4, а)), пластическое течение начинается при $r=0$ в момент времени $t = t_1 > 0$. Область пластического течения $0 \leq r < n(t)$ развивается (Рисунок 4, б)) посредством продвижения упругопластической границы $r = n(t)$ (направления движения границ указаны стрелками) до момента времени $t = t_*$, когда внешний источник тепла отводится. В момент отвода $t = t_2 = t_*$ зарождается разгружающая упругопластическая граница $r = m(t)$, быстрое продвижение которой приводит к исчезновению области необратимого деформирования (Рисунок 4, г)) в момент времени $t = t_3 > t_2 \cong t_*$. Но в некоторый последующий момент времени $t = t_4$, в том примерно месте, где остановилась упругопластическая граница $r = n(t)$ зарождается повторное пластическое течение в продолжающей остывать пластине. Замечаем, что это не противоположная грань призмы Ивлева, как было ранее, но и не соседняя. Продвигаясь в противоположных направлениях, рожденные таким способом упругопластические границы $r = h(t)$ и $r = g(t)$ (Рисунок 4, д)), при дальнейшем остывании пластины останавливаются и меняют направление своего движения схлопывая область повторного пластического течения (Рисунок 4, е)). Обратимое деформирование продолжается до выравнивания температуры по пластине.

Во всех таких областях обратимого деформирования и областях пластического течения уравнение равновесия

$$\sigma_{r,r} + r^{-1}(\sigma_r - \sigma_\phi) = 0, \quad (16)$$

с использованием соотношений, следующих из закона Дюамеля – Неймана и ассоциированного закона пластического течения удастся записать относительно перемещения u_r в форме

$$\xi u_{r,rr} + \zeta u_{r,r} + \eta u_r + \beta = 0. \quad (17)$$

Коэффициенты этого уравнения и его свободный член являются при найденном распределении температуры в каждый рассматриваемый момент времени $\theta = \theta(r)$ также функциями пространственной координаты r . Следовательно, в любой рассматриваемый момент времени (17) является линейным обыкновенным дифференциальным уравнением. Только в каждой из рассматриваемых областей деформирования и коэффициенты ξ , ζ , η и свободный член β различны. Здесь они не выписываются. При этом следует учитывать при записи (17) накопленные и неизменяющиеся пластические деформации $p_r(r)$, $p_\varphi(r)$, $p_z(r)$. Расчеты проводились таким образом, что на каждом последовательном временном шаге решались все уравнения вида (17) для имеющихся областей деформирования с опорой на граничные условия и условия на распространяющихся в этот момент времени упругопластических границах.

В качестве граничных условий принималось: $u_r(0, t) = 0$; $\sigma_r(R, t) = 0$. На упругопластических границах отслеживалась принадлежность напряжений поверхности нагружения и непрерывность перемещения u_r .

Задача локального по окружности $r = R_0$ круглого $r = R > R_0$ диска с одной стороны является более простой, поскольку в этом случае не возникает повторного пластического течения, но и более сложной из-за того, что пластическая область делится на части, где пластическое течение подчинено разным уравнениям. Разные такие уравнения из-за того, что напряженные состояния подчинены разным граням поверхности нагружения. Показывается, что перемещение u_r , следуя уравнению равновесия (16), удовлетворяет обыкновенным дифференциальным уравнениям вида (17), поэтому нет препятствий в расчетах по тому же алгоритму. Установлено, что в такой задаче исключено пластическое течение в соответствии напряженных состояний ребрам кусочно-линейной поверхности нагружения; осуществляется мгновенный переход с одной грани на соседнюю.

В обеих рассмотренных задачах решение в рамках условия пластического течения максимальных касательных напряжений (Треска – Сен-Венана) получить невозможно. Из-за зависимости предела текучести и упругих модулей от температуры они оказываются переопределенными; не находится напряжений одновременно удовлетворяющих и уравнению равновесия и условиям максимальных касательных напряжений. Но задачи благополучно разрешаются в рамках условий пластического течения максимальных приведенных напряжений (условий Ишлинского – Ивлева).

Вследствие того, что задачи настоящей главы не рассматривались ранее в рамках постоянных упругих модулей, параллельно для целей сравнения решаются и такие задачи. В таком случае уравнения типа (17) интегрируются и следуют конечные соотношения, связывающие в каждый рассматриваемый момент времени температурные напряжения с распределением по пластине температуры, что, безусловно, упрощает алгоритм и программы расчетов. Сравнение результатов расчетов показывает, что учет зависимости упругих модулей от температуры заметно изменяет распределение как текущих, так и остаточных

напряжений. В работе это проиллюстрировано серией графических зависимостей, что из ограниченного объема автореферата здесь не удалось.

В четвертой главе диссертации рассмотрена задача о запрессовывании горячей посадкой центрального отверстия в круглом диске. Сначала диск разогревается подводом тепла к кромке его отверстия $r = R_1$, так что $T_r(R_1, t) = q$, при граничном $\psi T_r(R_2, t) = \chi T_0 \theta$ и начальном условии $T(r, 0) = T_0$ ($\theta(r, 0) = 0$). После того как диск разогреется до нужной температуры в отверстие вставляется круглый ($r = R_1$) холодный диск. Температурная задача далее решается при условиях: $T^{(1)}(R_1, t) = T^{(2)}(R_1, t)$; $\psi_1 T_r^{(1)}(R_1, t) = \psi_2 T_r^{(2)}(R_1, t)$. Здесь ψ_1, ψ_2 – коэффициенты теплопроводности диска и вставки соответственно.

Решение температурной и механической задач проводятся согласно описанным здесь подходам последовательными шагами по времени. Новых особенностей в методе расчетов и повторных пластических решений здесь не возникает. Приведем распределение возникших остаточных напряжений по сборке (Рисунок 6), где принято $R_1/R_2 = 0,1$, значения иных постоянных те же, что и ранее. Изменение их не влияет на качественные характеристики зависимостей.

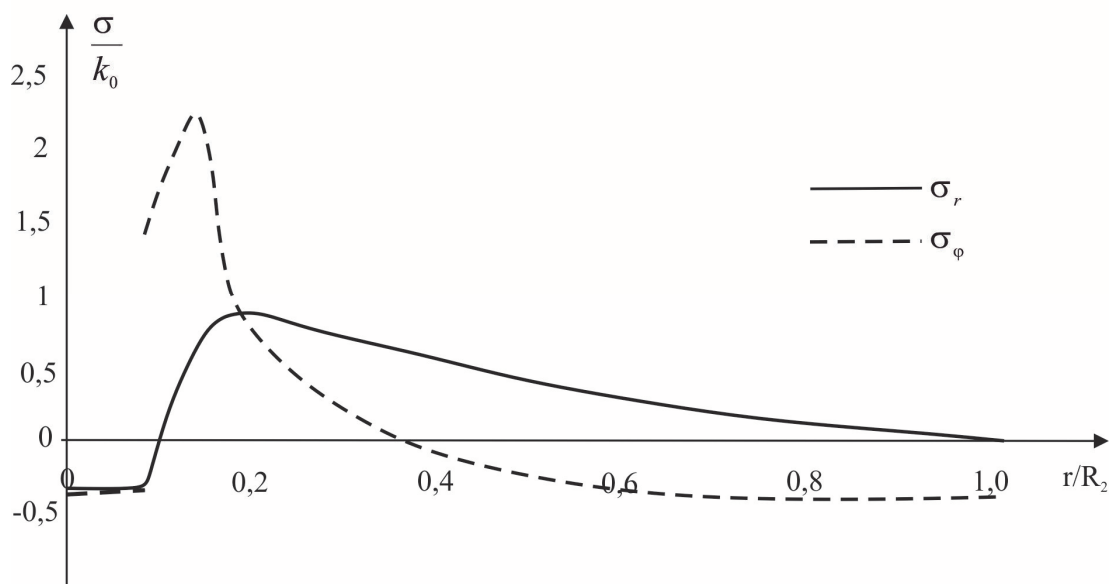


Рисунок 6

Учет зависимостей упругих модулей от температуры сказывается на понижении в уровне текущих и остаточных напряжений в сборке и, следовательно, понижает натяг в ней. Уровень остаточных напряжений и натяг в сборке существенно снижается, если не изменять значения упругих модулей и предела текучести при остывании сборки.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В настоящей диссертационной работе:

- приведены постановки новых краевых задач теории неустановившихся температурных напряжений в случае, когда такие напряженные состояния являются плоскими, а предел текучести и упругие модули упругопластических материалов зависят от температуры;
- показана переопределенность задач рассмотренного класса при выборе условия пластичности максимальных касательных напряжений Треска – Сен-Венана и, следовательно, невозможность в таком случае получить решения, тогда как при условии пластичности максимальных приведенных напряжений Ишлинского – Ивлева разрешить данные задачи удастся;
- разработан и подробно описан алгоритм расчетов изменяющихся температурных напряжений, вызванных локальным нагревом пластин, в соответствии с которым создан программный модуль расчетов, наделенный способностью отслеживать моменты времени и места возникающих областей пластического течения, формировать массивы произведенных и далее неизменяющихся необратимых деформаций и встраивать их в дальнейшие процедуры расчетов деформирования;
- показано, что коренным отличием в методе расчетов неустановившихся температурных напряжений в случае учета зависимости упругих модулей от температуры от случая, когда они постоянны, состоит в том, что в рассмотренном случае приходится на каждом временном шаге расчетов разрешать краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений в то время как при постоянных упругих модулях имеем конечные соотношения, связывающие напряжения и перемещения с распределением температуры;
- расчетами с помощью последовательных шагов по времени вычисляются распределения температуры по пластинам, обратимых и необратимых деформаций в них и температурных напряжений в каждый рассчитываемый момент времени, включая остаточные напряжения и деформации при полном остывании пластин после локальных тепловых воздействий на них;
- отмечены условия возникновения повторных пластических течений там, где они возможны, и рассчитаны производимые в них пластические деформации с указанием их влияния на итоговое распределение напряжений;
- установлено, что учет зависимости упругих модулей от температуры приводит к понижению в уровне как текущих температурных напряжений, так и остаточных.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК.

1. Каинг, М. Температурные напряжения пластины / М. Каинг, А.В. Ткачева // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2016. – №4(30). – С. 24-32.
2. Каинг, М. К расчету плоских напряженных состояний в теории неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах / М. Каинг, А.В. Ткачева // Дальневосточный математический журнал. – 2018. – Т.№2. – С.131-146.
3. Каинг, М. Об эволюции температурных напряжений в условиях запрессовки диска в разогретую круглую пластину / М. Каинг, А.В. Ткачева // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2018. – №3(37). – С.116-126.

Публикации, проиндексированные в базе научного цитирования Scopus.

4. Myat Khaing. One of the cases of shrink fit / M. Khaing, Tkacheva A.V. // The 3rd International Conference on Mechatronics and Mechanical Design (ICMMD 2019). IEEE PRESS. Beijing China: 2019. P. 841-846.
5. Myat Khaing. Burning of a Steel Plate Formed due to Local Temperature Exposure / M. Khaing, Tkacheva A.V. // 153rd International Conference on Robotics, Aeronautics, Mechanics and Mechatronics (ICRAMM). Seoul, South-Korea: 2019. P. 12-15.

Публикации в иных изданиях.

6. Каинг, М. Влияние температурной зависимости упругих постоянных на решение задачи температурных напряжений / Абашкин Е.Е., Каинг М., Ткачева А.В. // Материалы X Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела. Самара: 2017. – Т.1. – С. 9-12.
7. Каинг, М. Об особенностях использования кусочно-линейных пластических потенциалов в расчетах неустоявшихся температурных напряжений / Каинг М., Ткачева А.В., Щербатюк Г.А. // материалы XLIII международной молодёжной научной конференции "Гагаринские чтения". Москва: 2017. – С.335-336.
8. Myat Khaing. Calculation of thermal stresses in the elastoplastic plate heated by local heat source / M. Khaing, Tkacheva A.V. // World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical and Computational Sciences. USA: 2018. – Vol.12, No:8. – P. 84-92.
9. Каинг, М. Численное моделирование температурного деформирования металлической пластины, учитывающее температурные изменения упругих модулей / Каинг М., Ткачева А.В. // материалы III Дальневосточной школы-семинара Комсомольск-на-Амуре: 2018. – С.87-89.

Муат Каинг

**НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ
ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ И ПОСЛЕДУЮЩЕМ ОСТЫВАНИИ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ПЛАСТИН**

Специальность 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 13.12.2019.

Формат 60×84 1/16. Бумага 65 г/м². Ризограф RISO EZ 570E.
Усл. печ. л. 1,40. Уч.-изд. л. 1,3. Тираж 100 экз. Заказ 29954.

Полиграфическая лаборатория
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»
681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.